



Universidad
Carlos III de Madrid

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL: MECÁNICA

PROYECTO FIN DE CARRERA

ANÁLISIS DE LA RESPUESTA MODAL DE UN EJE FERROVIARIO HUECO CON GRIETAS

Autor: **Mario Fradejas Reviejo**

Tutor: **Dr. Higinio Rubio Alonso**

Leganés, Julio de 2014

Título: Análisis de la Respuesta Modal de un Eje Ferroviario Hueco
con Grietas
Autor: Mario Fradejas Reviejo
Director: Dr. Higinio Rubio Alonso

EL TRIBUNAL

Presidente: _____

Vocal: _____

Secretario: _____

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día __ de _____
de 20__ en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de
Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de

VOCAL.

SECRETARIO.

PRESIDENTE.



Gracias a mi familia por su paciencia y respaldo.

Gracias a Isaac por su apoyo incondicional.

Gracias a mi tutor, Higinio, por su cercanía y experiencia compartida durante el proceso.



Resumen

Este proyecto; 'Análisis de la Respuesta Modal de un eje Ferroviario Hueco con Grietas', tiene como objetivo principal analizar las variaciones de los modos propios de vibración de un eje hueco ferroviario con discontinuidad estructural. Mediante análisis de elementos finitos realizados por computador con el software 'Creo Elements/Pro', se obtienen las frecuencias propias de vibración del eje con grietas de tamaño progresivo y en distintas posiciones del mismo.

La memoria del proyecto, comienza con un breve capítulo de introducción y sigue con la presentación del marco teórico, que introduce los conceptos científico-técnicos en los que se basa el desarrollo del proyecto; principalmente, vibraciones mecánicas y fenómeno de fatiga. Se incluye un breve capítulo dedicado al método de elementos finitos y la herramienta de cálculo, el software 'Creo Elements/Pro', resumiendo sus funciones y características.

Asimismo, se explica con detalle la metodología del proyecto; características del eje, forma y tamaños de la grieta que simula un fallo por fatiga mecánica, posiciones en el eje de estas grietas, desarrollo de la creación del modelo del eje y configuración de los parámetros de los análisis.

El capítulo de resultados, presenta los datos obtenidos en tablas, gráficas y con varios cálculos estadísticos, destacando los valores más significativos. Se busca la relación entre el área de grieta y la diferencia de las frecuencias propias respecto del eje nuevo. Posteriormente, se desarrollan las conclusiones y se proponen trabajos futuros.

El proyecto, sigue una línea de investigación activa en el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid sobre defectología de ejes ferroviarios.

Palabras clave

Eje ferroviario, eje hueco, análisis modal, frecuencias propias, resonancia compensada, fatiga, grieta, vibraciones mecánicas, Creo Elements/Pro, Pro/Engineer.



Abstract

This project; 'Modal Response Analysis of a Railway Hollow Axle with Crack', has as main purpose to analyze natural modes of vibration variations of a railway hollow axle with structural discontinuity. Using finite element analysis performed by computer with software 'Creo Elements/Pro', axle natural frequencies of vibration with progressive size cracks and in different positions are obtained.

The project report begins with a brief introductory chapter and continues with the presentation of the theoretical framework, introducing the scientific and technical development in which the project is based, mainly mechanical vibration and fatigue phenomenon concepts. There is a brief chapter about finite elements method and the calculation software, 'Creo Elements/Pro', summarizing its functions and features.

Also, project methodology will be explained in detail; axle characteristics, shape and sizes cracks that simulates a mechanical fatigue failure, axle positions of these cracks, model creation by software and analysis parameters configuration.

The results chapter presents the data in tables, graphs and various statistical calculations, highlighting the most significant values. The purpose is to search relation between the crack area and the differences of the natural frequencies regarding the axle without crack. Subsequently, conclusions are developed and future works are proposed.

The project follows an active research line in the Mechanical Engineering Department of the University Carlos III of Madrid on railway axles defectology.

Keywords

Railway axle, hollow axle, modal analysis, natural frequencies, compensated resonance, fatigue, crack, mechanical vibrations, Creo Elements/Pro, Pro/Engineer.



ÍNDICE GENERAL

Capítulo 1. Objetivos y Contenido del Proyecto	1
1.1 Introducción	3
1.2 Objetivos del Proyecto	5
1.3 Etapas de Desarrollo del Proyecto	6
1.4 Estructura del Documento	7
 Capítulo 2. Terminología Ferroviaria	 9
2.1 Introducción	11
2.2 Eje Ferroviario	14
 Capítulo 3. Introducción a las Vibraciones Mecánicas. Método PCRT	 17
3.1 Introducción	19
3.2 Conceptos Básicos	21
3.3 Análisis Modal	25
3.4 Resonancia Mecánica	28
3.5 Estado del Arte	30
3.5.1 Process Compensated Resonance Testing (PCRT)	30
3.5.2 Análisis de fatiga mecánica mediante sistemas PCRT	33
 Capítulo 4. Introducción a la Fatiga Mecánica	 37
4.1 Introducción	39
4.2 Historia del Estudio de la Fatiga Mecánica	41
4.2.1 Desde principios de siglo XX a la actualidad	43
4.3 Fundamentos de la Fatiga	45
4.3.1 Diagrama S-N	45
4.3.2 Fases de propagación de la grieta y rotura	48
4.4 Estado del Arte	50

Capítulo 5. Método de Elementos Finitos. El software: Creo Elements/Pro	53
5.1 Introducción al Método de Elementos Finitos	55
5.1.1 Conceptos básicos	57
5.2 Proceso de Análisis con Elementos Finitos	60
5.3 Aplicaciones del Método	62
5.4 Ventajas y Limitaciones	63
5.5 Introducción a Creo Elements/Pro	64
5.6 Capacidades del Programa	66
5.6.1 Diseño	66
5.6.2 Análisis	67
5.6.3 Fabricación	69
5.6.4 Tipos de archivos generados	69
5.7 Compatibilidad de los Datos	70
5.8 Entorno de Creo Elements/Pro	71
 Capítulo 6. Planteamiento del Problema y Metodología	 74
6.1 Desarrollo del Objeto de Estudio	76
6.2 Características del Eje Ferroviario	78
6.2.1 Geometría del Eje	78
6.2.2 Material del Eje	79
6.3 Metodología del Proyecto	80
6.3.1 Simulación del avance de grieta	81
6.3.2 Cálculo del área engendrada por la grieta	83
6.3.3 Condiciones del análisis modal	86
6.3.4 Formato de resultados	87
6.4 Simplificaciones Consideradas	88
 Capítulo 7. Modelización de Eje y Grietas en Creo Elements/Pro	 90
7.1 Modelado del Eje	92
7.1.1 Desarrollo de la geometría	92
7.1.2 Definición del material	96
7.1.3 Definición de las restricciones	97
7.2 Configuración del Análisis	98

7.2.1 Configuración del mallado	98
7.2.2 Parámetros de Análisis	99
7.3 Modelado de las Grietas	103
7.4 Visualización de Resultados	107
Capítulo 8. Resultados	111
8.1 Introducción	113
8.2 Influencia de las Roscas de los Extremos	114
8.3 Áreas de Grieta Según Posición e Inserción Radial	138
8.4 Resultados del Eje Libre con Grieta	140
8.4.1 Resultados de frecuencias globales	140
8.4.2 Resultados de diferencias porcentuales	153
8.4.3 Resultados de diferencias unitarias	166
8.5 Resultados del Eje Restringido con Grieta	178
8.5.1 Resultados de frecuencias globales	178
8.5.2 Resultados de diferencias porcentuales	191
8.5.3 Resultados de diferencias unitarias	203
8.6 Relación Frecuencia/Área de Grieta en Posición 1	215
8.6.1 Relación del Eje Libre	215
8.6.2 Relación del Eje Restringido	221
8.7 Observaciones	227
Capítulo 9. Conclusiones y Trabajos Futuros	229
9.1 Conclusiones	231
9.2 Trabajos Futuros	233
Capítulo 10. Presupuesto	235
10.1 Introducción	237
10.2 Presupuesto General	238
Capítulo 11. Bibliografía	243
Capítulo 12. Anexo. Plano del Eje	247

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Tren de alta velocidad.....	3
Figura 2. Mecanizado de eje ferroviario.....	4
Figura 3. Esquema eje montado.....	12
Figura 4. Ejes simples frente a bogie.....	12
Figura 5. Esquema de un bogie.....	13
Figura 6. Bogie rígido (izq.) y bogie blando (dcha.)	13
Figura 7. Ejes ferroviarios.....	14
Figura 8. Partes de un eje ferroviario.....	15
Figura 9. Representación de una vibración.....	16
Figura 10. Vibración producida por fuerzas restauradoras.....	16
Figura 11. Conceptos básicos de ondas.....	21
Figura 12. Representación de una vibración armónica.....	23
Figura 13. Representación de una vibración periódica.....	23
Figura 14. Representación de una vibración aleatoria.....	24
Figura 15. Sistema vibratorio de un grado de libertad.....	25
Figura 16. Descomposición de una onda en funciones armónicas.....	26
Figura 17. Modos propios de vibración de una cuerda fija en sus extremos.....	27
Figura 18. Resonancia; factor de amplificación dinámico.....	28
Figura 19. Colapso del puente de Tacoma Narrows en 1940.....	29
Figura 20. Ensayo PCRT sobre eje ferroviario.....	30
Figura 21. Modo propio de eje ferroviario montado.....	31
Figura 22. Esquema sistema PCRT.....	32
Figura 23. Espectro de frecuencias propias según número de ciclos de carga.....	33
Figura 24. Porcentaje de cambio en frecuencia y elongación según número de ciclos.....	34
Figura 25. Estudio de eje ferroviario para la banda 8-9.5 KHz.....	34
Figura 26. Rotura de un eje de transmisión por fatiga.....	39
Figura 27. Rotura de un cigüeñal debido a fatiga.....	40
Figura 28. Retrato de época del accidente francés de 1842.....	41
Figura 29. Curva de Wöhler.....	42
Figura 30. Ensayo de viga rotatoria.....	45
Figura 31. Diagrama S-N.....	46
Figura 32. Fases en la propagación de la grieta.....	49
Figura 33. Zonas características de la rotura por fatiga.....	49
Figura 34. Accidente ferroviario de Viareggio en 2009.....	50
Figura 35. Eje del tren accidentado de Viareggio.....	51
Figura 36. Accidente ferroviario en Canadá 2007.....	51
Figura 37. Discretización en elementos finitos.....	55
Figura 38. Sistema real y modelo por elementos finitos.....	55
Figura 39. Software de elementos finitos.....	56
Figura 40. Nodo en una superficie discretizada.....	57
Figura 41. Elemento tipo viga con mallado.....	58
Figura 42. Elemento tipo placa con mallado.....	58
Figura 43. Elemento tipo sólido con mallado.....	59

Figura 44. Proceso de resolución de problemas.....	60
Figura 45. MEF utilizado en biomecánica.....	62
Figura 46. Imagen promocional de PTC.....	64
Figura 47. Versión del software del proyecto.....	65
Figura 48. Esquema de compatibilidades.....	70
Figura 49. Interfaz de Creo Elements/Pro.....	71
Figura 50. Barra de herramientas del sistema.....	72
Figura 51. Barra de herramientas del módulo.....	72
Figura 52. Plano del eje hueco.....	78
Figura 53. Detalle del extremo del eje.....	78
Figura 54. Posiciones de avance de grieta.....	81
Figura 55. Modelo de grieta.....	81
Figura 56. Grieta hasta el punto de corte.....	82
Figura 57. Grieta real producida por fatiga en eje ferroviario.....	83
Figura 58. Esquema de parámetros del diseño de grieta.....	84
Figura 59. Relación trigonométrica.....	84
Figura 60. Eje ferroviario en estudio mediante PCRT.....	88
Figura 61. Selección del plano de trabajo.....	92
Figura 62. Perfil de revolución del eje.....	93
Figura 63. Detalle del perfil.....	93
Figura 64. Operación de revolución.....	94
Figura 65. Operación de redondeo.....	94
Figura 66. Operación de roscado.....	95
Figura 67. Operación de achaflanado.....	95
Figura 68. Modelo del eje finalizado.....	96
Figura 69. Definición del material.....	96
Figura 70. Definición de las restricciones.....	97
Figura 71. Mallado sobre eje hueco.....	98
Figura 72. Ventana de análisis del modulo 'Mechanica'.....	99
Figura 73. Ventana de análisis modal.....	100
Figura 74. Ventana 'Output'.....	101
Figura 75. Ventana 'Convergence'.....	102
Figura 76. Eje presentado con 'realismo avanzado'.....	102
Figura 77. Posiciones de grieta.....	103
Figura 78. Plano perpendicular al eje.....	103
Figura 79. Esbozo de grieta.....	104
Figura 80. Extrusión de la grieta.....	105
Figura 81. Corte transversal en posición cuatro.....	105
Figura 82. Ventana de definición de resultados.....	107
Figura 83. Ventana 'Display Options'.....	108
Figura 84. Visualización de resultados tipo 'Fringe' (izq.) y 'Vectors' (dcha.).....	109
Figura 85. Mallado en el extremo del eje.....	114
Figura 86. Mallado en el extremo del eje sin las roscas.....	115
Figura 87. Gráfica de modos propios para eje nuevo.....	118
Figura 88. Gráfica de error absoluto entre modelo normal y simplificado.....	119
Figura 89. Gráfica de error relativo entre modelo normal y simplificado.....	120

Figura 90. Modos (7-18) de vibración del eje libre normal.....	121
Figura 91. Modos (19-34) de vibración del eje libre normal.....	122
Figura 92. Modos (35-50) de vibración del eje libre normal.....	123
Figura 93. Modos (51-60) de vibración del eje libre normal.....	124
Figura 94. Modos (7-18) de vibración del eje libre simplificado.....	125
Figura 95. Modos (19-34) de vibración del eje libre simplificado.....	126
Figura 96. Modos (35-50) de vibración del eje libre simplificado.....	127
Figura 97. Modos (51-60) de vibración del eje libre simplificado.....	128
Figura 98. Modos (1-12) de vibración del eje restringido normal.....	129
Figura 99. Modos (13-28) de vibración del eje restringido normal.....	130
Figura 100. Modos (29-44) de vibración del eje restringido normal.....	131
Figura 101. Modos (45-50) de vibración del eje restringido normal.....	132
Figura 102. Modos (1-12) de vibración del eje restringido simplificado.....	133
Figura 103. Modos (13-28) de vibración del eje restringido simplificado.....	134
Figura 104. Modos (29-44) de vibración del eje restringido simplificado.....	135
Figura 105. Modos (45-60) de vibración del eje restringido simplificado.....	136
Figura 106. Gráfica de área de grieta según posición.....	138
Figura 107. Posiciones de grieta en el eje.....	139
Figura 108. Gráfica de área de grieta según inserción radial.....	139
Figura 109. Gráfica de tiempos de cálculo para eje libre.....	140
Figura 110. Gráfica de frecuencias propias en posición 1.....	149
Figura 111. Gráfica de frecuencias propias en posición 2.....	149
Figura 112. Gráfica de frecuencias propias en posición 3.....	150
Figura 113. Gráfica de frecuencias propias en posición 4.....	150
Figura 114. Gráfica de frecuencias propias en posición 5.....	151
Figura 115. Gráfica de frecuencias propias en posición 6.....	151
Figura 116. Gráfica de frecuencias propias en posición 7.....	152
Figura 117. Gráfica de frecuencias propias en posición 8.....	152
Figura 118. Gráfica de media de diferencias porcentuales para eje libre.....	166
Figura 119. Gráfica de tiempos de cálculo para eje restringido.....	178
Figura 120. Gráfica de frecuencias propias en posición 1.....	187
Figura 121. Gráfica de frecuencias propias en posición 2.....	187
Figura 122. Gráfica de frecuencias propias en posición 3.....	188
Figura 123. Gráfica de frecuencias propias en posición 4.....	188
Figura 124. Gráfica de frecuencias propias en posición 5.....	189
Figura 125. Gráfica de frecuencias propias en posición 6.....	189
Figura 126. Gráfica de frecuencias propias en posición 7.....	190
Figura 127. Gráfica de frecuencias propias en posición 8.....	190
Figura 128. Gráfica de media de diferencias porcentuales para eje restringido.....	203
Figura 129. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 7-16.....	215
Figura 130. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 17-26.....	216
Figura 131. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 27-36.....	216
Figura 132. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 37-46.....	217
Figura 133. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 47-60.....	217
Figura 134. Gráfica de Pendiente y R-cuadrado para cada modo.....	219
Figura 135. Gráfica de Pendiente y R-cuadrado para modos 7-33.....	220

Figura 136. Gráfica de Pendiente y R-cuadrado para modos 34-60.....	220
Figura 137. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 1-10.....	221
Figura 138. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 11-20.....	221
Figura 139. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 21-30.....	222
Figura 140. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 31-40.....	222
Figura 141. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 41-50.....	223
Figura 142. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 51-60.....	223
Figura 143. Gráfica de Pendiente y R-cuadrado para cada modo.....	225
Figura 144. Gráfica de Pendiente y R-cuadrado para modos 1-30.....	226
Figura 145. Gráfica de Pendiente y R-cuadrado para modos 31-60.....	226
Figura 146. Malla de eje sin grieta y con grieta.....	227
Figura 147. Plano del eje.....	249

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Inserción radial 'd' en milímetros según posición.....	85
Tabla 2. Área total de grieta según posición e inserción radial.....	85
Tabla 3. Frecuencias propias para eje nuevo.....	116
Tabla 4. Tiempos de cálculo para eje nuevo.....	117
Tabla 5. Área total de grieta según posición e inserción radial.....	138
Tabla 6. Tiempos de cálculo del software para el eje libre.....	140
Tabla 7. Frecuencias propias para eje libre en posición 1.....	141
Tabla 8. Frecuencias propias para eje libre en posición 2.....	142
Tabla 9. Frecuencias propias para eje libre en posición 3.....	143
Tabla 10. Frecuencias propias para eje libre en posición 4.....	144
Tabla 11. Frecuencias propias para eje libre en posición 5.....	145
Tabla 12. Frecuencias propias para eje libre en posición 6.....	146
Tabla 13. Frecuencias propias para eje libre en posición 7.....	147
Tabla 14. Frecuencias propias para eje libre en posición 8.....	148
Tabla 15. Diferencias porcentuales eje libre, posición 1.....	154
Tabla 16. Diferencias porcentuales eje libre, posición 2.....	155
Tabla 17. Diferencias porcentuales eje libre, posición 3.....	156
Tabla 18. Diferencias porcentuales eje libre, posición 4.....	157
Tabla 19. Diferencias porcentuales eje libre, posición 5.....	158
Tabla 20. Diferencias porcentuales eje libre, posición 6.....	159
Tabla 21. Diferencias porcentuales eje libre, posición 7.....	160
Tabla 22. Diferencias porcentuales eje libre, posición 8.....	161
Tabla 23. Top 10 diferencias porcentuales en eje libre.....	162
Tabla 24. Medias de diferencias porcentuales eje libre según inserción radial.....	163
Tabla 25. Media de diferencias porcentuales eje libre para cada modo.....	165
Tabla 26. Diferencias unitarias eje libre, posición 1.....	167
Tabla 27. Diferencias unitarias eje libre, posición 2.....	168
Tabla 28. Diferencias unitarias eje libre, posición 3.....	169
Tabla 29. Diferencias unitarias eje libre, posición 4.....	170
Tabla 30. Diferencias unitarias eje libre, posición 5.....	171
Tabla 31. Diferencias unitarias eje libre, posición 6.....	172
Tabla 32. Diferencias unitarias eje libre, posición 7.....	173
Tabla 33. Diferencias unitarias eje libre, posición 8.....	174
Tabla 34. Medias de diferencias unitarias eje libre según inserción radial.....	175
Tabla 35. Media de diferencias unitarias eje libre para cada modo.....	177
Tabla 36. Tiempos de Cálculo del software para el eje restringido.....	178
Tabla 37. Frecuencias propias para eje restringido en posición 1.....	179
Tabla 38. Frecuencias propias para eje restringido en posición 2.....	180
Tabla 39. Frecuencias propias para eje restringido en posición 3.....	181
Tabla 40. Frecuencias propias para eje restringido en posición 4.....	182
Tabla 41. Frecuencias propias para eje restringido en posición 5.....	183
Tabla 42. Frecuencias propias para eje restringido en posición 6.....	184
Tabla 43. Frecuencias propias para eje restringido en posición 7.....	185

Tabla 44. Frecuencias propias para eje restringido en posición 8.....	186
Tabla 45. Diferencias porcentuales eje restringido, posición 1.....	192
Tabla 46. Diferencias porcentuales eje restringido, posición 2.....	193
Tabla 47. Diferencias porcentuales eje restringido, posición 3.....	194
Tabla 48. Diferencias porcentuales eje restringido, posición 4.....	195
Tabla 49. Diferencias porcentuales eje restringido, posición 5.....	196
Tabla 50. Diferencias porcentuales eje restringido, posición 6.....	197
Tabla 51. Diferencias porcentuales eje restringido, posición 7.....	198
Tabla 52. Diferencias porcentuales eje restringido, posición 8.....	199
Tabla 53. Medias de diferencias porcentuales eje restringido según inserción radial.....	200
Tabla 54. Top 10 diferencias porcentuales en eje restringido.....	201
Tabla 55. Media de diferencias porcentuales eje restringido para cada modo.....	202
Tabla 56. Diferencias unitarias eje restringido, posición 1.....	204
Tabla 57. Diferencias unitarias eje restringido, posición 2.....	205
Tabla 58. Diferencias unitarias eje restringido, posición 3.....	206
Tabla 59. Diferencias unitarias eje restringido, posición 4.....	207
Tabla 60. Diferencias unitarias eje restringido, posición 5.....	208
Tabla 61. Diferencias unitarias eje restringido, posición 6.....	209
Tabla 62. Diferencias unitarias eje restringido, posición 7.....	210
Tabla 63. Diferencias unitarias eje restringido, posición 8.....	211
Tabla 64. Medias de diferencias unitarias eje restringido según inserción radial.....	212
Tabla 65. Media de diferencias unitarias eje restringido para cada modo.....	214
Tabla 66. Líneas de tendencia y R-cuadrado para cada modo en Posición 1, eje libre.....	218
Tabla 67. Líneas de tendencia y R-cuadrado para cada modo en Posición 1, eje restr.....	224
Tabla 68. Costes de personal.....	239
Tabla 69. Coste de equipos y licencias.....	240
Tabla 70. Coste de subcontratación de tareas.	240
Tabla 71. Otros costes directos.....	240
Tabla 72. Resumen de costes presupuestarios.....	241





CAPÍTULO 1

Objetivos y Contenido del Proyecto



1.1. INTRODUCCIÓN

El ferrocarril nace fruto de la revolución industrial que se produjo desde la segunda mitad del siglo XVIII hasta principios del siglo XIX. Uno de los mayores hitos tecnológicos de esta época fue el desarrollo de la máquina de vapor. La primera patente de esta, fue realizada por el ingeniero escocés James Watt en 1769, tomando como base, los principios de funcionamiento de la máquina de Newcomen.

Debido a la incipiente industrialización y mayores tasas de producción y a la expansión del comercio, el ferrocarril podía satisfacer las necesidades de un transporte terrestre más rápido y efectivo.

En la actualidad, la demanda de un transporte más rápido, seguro y eficiente, sigue siendo una necesidad indispensable a satisfacer para el mantenimiento y desarrollo de la industria y del paradigma socio-económico imperante.

Es uno de los medios de transporte más importantes puesto que mantiene ventajas comparativas como el bajo consumo de combustible por tonelada/kilómetro transportada o la posibilidad de realizar transportes terrestres masivos, con el consiguiente ahorro en costes por las economías de escala que este hecho hace posible.



Figura 1. Tren de alta velocidad.

Los retos, exigencias y necesidades a los que se enfrenta la industria ferroviaria, motivan pues, a una profunda investigación sobre los elementos y sistemas claves que lo forman. En este caso, el presente estudio se desarrolla con los elementos mecánicos que conforman el vehículo ferroviario como foco de interés, y concretamente, el eje de este como pieza clave.

Los procesos de mantenimiento preventivo, tienen al eje del vehículo como uno de los protagonistas puesto que la rotura de un eje con el tren en marcha, supone un descarrilamiento en la mayoría de los casos. Esta ha sido la causa de gravísimos accidentes con consecuencias nefastas tanto para los pasajeros en unas ocasiones, como para los materiales peligrosos e inflamables transportados en otras.

En este contexto de mantenimiento preventivo, el eje hueco presenta una ventaja importante frente al eje macizo, puesto que es posible analizar mediante una sonda de ultrasonidos, la integridad estructural del interior del eje. Esto conlleva una reducción de costes de mantenimiento y una mayor probabilidad de detectar el inicio de una micro grieta.



Figura 2. Mecanizado de eje ferroviario.

El Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid dirige una serie de investigaciones en este sentido, con ayuda de herramientas informáticas de análisis, simulación y estudio mediante elementos finitos, para avanzar en el conocimiento de estos elementos mecánicos y poder optimizar el diseño de su producción y procesos de mantenimiento.

En el desarrollo de este Proyecto, se emplea el software Creo Elements/Pro (anteriormente Pro/Engineer), el cual es capaz de realizar diversos tipos de análisis como análisis estáticos, análisis dinámicos de comportamiento a fatiga y análisis modales. Es este último, el análisis modal, con el que se desarrollará el contenido analítico del Proyecto para obtener los resultados que aporten, en lo posible, información y conclusiones a la línea de investigación del Departamento.

1.2. OBJETIVOS DEL PROYECTO

El objetivo principal del presente proyecto es el de: *“análisis modal de un eje ferroviario hueco, comparando el modelo nuevo y el modelo con grietas en distintas posiciones y avances de penetración mediante el software Creo Elements/Pro y realizando el estudio de los resultados”*.

El proyecto surge siguiendo la línea de investigación que dirige el Grupo de investigación MAQLAB, del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid, con el interés de optimizar la detección de fallas, generadas por fatiga, en la integridad estructural de los elementos mecánicos de los vehículos ferroviarios. Los resultados del análisis modal planteado, deberían aportar información relevante para la diagnosis de grietas con el método PCRT, el cual será descrito en el presente proyecto.

Este objetivo que se acaba de concretar, implica necesariamente la realización de los siguientes procesos:

- ❖ Generar un modelo virtual de eje ferroviario hueco.
- ❖ Establecer las posiciones en el eje, forma y áreas de las grietas.
- ❖ Realizar los distintos modelos de eje necesarios que incluyan cada una de las grietas establecidas.
- ❖ Efectuar los análisis modales de este conjunto de modelos de eje para obtener los modos propios de vibración.
- ❖ Almacenar, ordenar y procesar todos los datos obtenidos para transformarlos en información mediante tablas y gráficas. Estudiar el conjunto de resultados y obtener las conclusiones.

Para la creación del modelo de eje, se empleará el software Creo Elements/Pro con el módulo ‘Standard’. Para los cálculos por elementos finitos se utilizará el módulo ‘Mechanica’.

Para procesar los resultados y representar los datos en los distintos gráficos y tablas, se hará uso de Microsoft Office Excel.

1.3. ETAPAS DE DESARROLLO DEL PROYECTO

El desarrollo completo del Proyecto, conlleva la superación de unas fases o etapas que se pueden definir a priori como guía del proceso. Aun así, este esquema debe ser parcialmente flexible, puesto que durante el desarrollo podrían surgir necesidades imprevistas o resultados que implicasen un cambio de lo preestablecido para maximizar la calidad de la información y los resultados que se pretenden generar. Con frecuencia, estas fases podrán ser concurrentes y no seguirán estrictamente el orden general preestablecido.

Así pues, las etapas generales previstas que directa e indirectamente, serán necesarias para completar satisfactoriamente la meta del proyecto son:

Etapas **1:** *Definir y Concretar los Objetivos*

Se delimita el ámbito de estudio del proyecto y se formalizan los objetivos del mismo y se valora el estado del arte.

Etapas **2:** *Estudio Previo de Documentos y Formación*

Abarca la lectura de distintas normativas, publicaciones que versen sobre el estado del arte relacionado, proyectos anteriores y la formación necesaria para las distintas herramientas software que serán empleadas.

Etapas **3:** *Establecer Metodología*

Determinar la metodología de trabajo, parámetros de los cálculos, configuración del mallado y formato de presentación de los resultados.

Etapas **4:** *Realización de Modelos Virtuales con Creo Elements/Pro*

Creación del conjunto de modelos necesarios, usando Creo Elements/Pro.

Etapas **5:** *Cálculo por Elementos Finitos*

Realización de los cálculos por elementos finitos de los análisis modales del eje.

Etapas **6:** *Análisis de los Resultados*

Procesado de los resultados obtenidos mediante Microsoft Office Excel.

Etapas **7:** *Elaboración de la Memoria y Conclusiones finales*

Elaboración de la memoria del proyecto, revisión de la información obtenida y desarrollo de las conclusiones. Presentación de propuestas para trabajos futuros.

1.4. ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO

El contenido de este proyecto está organizado en 12 capítulos que se presentan a continuación:

- ❖ *Capítulo 1. Objetivos y Contenido del Proyecto:* En este, el presente capítulo, se introduce la problemática del mantenimiento ferroviario como motivación del proyecto, se establecen los objetivos y se presenta el esquema del proceso que se sigue en el desarrollo del proyecto.
- ❖ *Capítulo 2. Terminología Ferroviaria:* Conceptos básicos y definiciones elementales del vehículo ferroviario.
- ❖ *Capítulo 3. Introducción a las Vibraciones Mecánicas. Método PCRT:* Estado del Arte y conceptos básicos de la ciencia que estudia las vibraciones mecánicas. Introducción a la técnica 'Process Compensated Resonance Testing'.
- ❖ *Capítulo 4. Introducción a la Fatiga Mecánica:* Estado del Arte y conceptos básicos de la ciencia que estudia la fatiga mecánica.
- ❖ *Capítulo 5. Metodología de Elementos Finitos. El Software: Creo Elements/Pro:* Breve introducción al método de elementos finitos; su proceso y aplicaciones así como ventajas y limitaciones. Presentación de las características, funciones y capacidades del programa herramienta que realiza los cálculos.
- ❖ *Capítulo 6. Planteamiento del Problema y Metodología:* Desarrollo de la motivación del proyecto y su proceso, estableciendo las características del eje y de las grietas que se simularán.
- ❖ *Capítulo 7. Modelización del Eje y Grietas en Creo Elements/Pro:* Resumen de los pasos seguidos para crear la geometría virtual del eje y las grietas así como la configuración de los parámetros de los análisis.
- ❖ *Capítulo 8. Resultados:* Presentación de los resultados en tablas y gráficos, desarrollo estadístico de estos y observaciones.
- ❖ *Capítulo 9. Conclusiones y Trabajos Futuros:* Análisis de las conclusiones generales según los resultados obtenidos y propuestas de trabajos futuros.
- ❖ *Capítulo 10. Presupuesto:* Presentación con detalle de los costes económicos y recursos empleados para la realización del proyecto.
- ❖ *Capítulo 11. Bibliografía:* Referencias de las obras y documentos relativos al proyecto que han servido de apoyo para su realización.
- ❖ *Capítulo 12. Anexo:* Plano del eje ferroviario hueco.





CAPÍTULO 2

Terminología Ferroviaria



2.1. INTRODUCCIÓN

El aspecto clave que distingue al ferrocarril como medio de transporte es su particular medio de contacto con la vía; el contacto rueda-raíl entre materiales metálicos. El contacto del transporte convencional es entre goma-pavimento, y este tipo de rodamiento presenta un coeficiente de fricción a rodadura mucho mayor que el contacto rueda-raíl entre materiales metálicos. Esta característica, es la que hace posible que el ferrocarril tenga un gasto de combustible por tonelada/kilómetro transportada notablemente menor, otorgando una ventaja competitiva frente a otros transportes terrestres por ahorro económico y menor impacto medioambiental.

A continuación, se describen algunos conceptos básicos del transporte ferroviario como introducción a la pieza de estudio y su ámbito de funcionamiento mecánico.

❖ **Material Rodante**

Se denomina material rodante a todos los equipos que circulan (ruedan) a lo largo de las vías ferroviarias. Se dividen en dos grupos:

Material de tracción: son los elementos que generan y transmiten potencia, encargados por tanto del movimiento del conjunto.

Material remolcado: también denominado equipos de arrastre, son elementos acoplados al material de tracción y que son empujados o arrastrados por éste.

❖ **Conjunto de Rodadura o Eje Montado (*Wheelset*)**

Conjunto formado por la rueda y el eje. El eje soporta las fuerzas de peso del y vehículo y de la carga así como las fuerzas de corte de las ruedas. El eje es una pieza rodante que debido a la deformación que sufre por soportar el peso del vehículo, presenta ciclos de tracción y compresión en sus fibras longitudinales. Las ruedas constituyen la base fundamental de contacto con el raíl y están encastradas en dos secciones del eje, denominadas secciones de calaje.

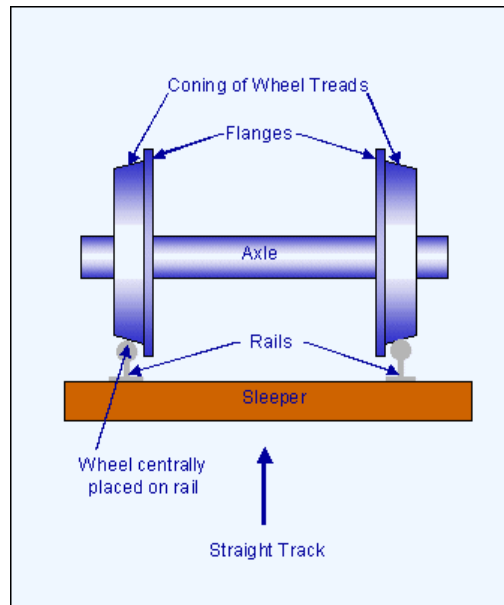


Figura 3. Esquema eje montado.

❖ Bogie o Boje

Es un dispositivo de soporte dotado de dos o más ejes, cada uno con dos ruedas. Sobre los bogies se apoyan los vagones del ferrocarril y locomotoras actuales, que no usan ejes simples. El bogie está conectado a la caja del coche mediante un pivote que le permite girar y realizar trayectorias más cerradas.

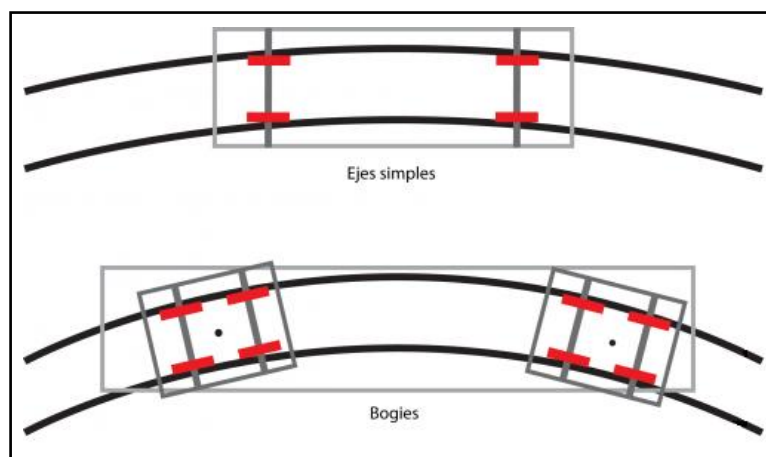


Figura 4. Ejes simples frente a bogie.

Como elemento de soporte que es, el bogie incluye el sistema de suspensión que se compone de dos niveles; la suspensión primaria más próxima al plano de rodadura y la suspensión secundaria más próxima al vagón.

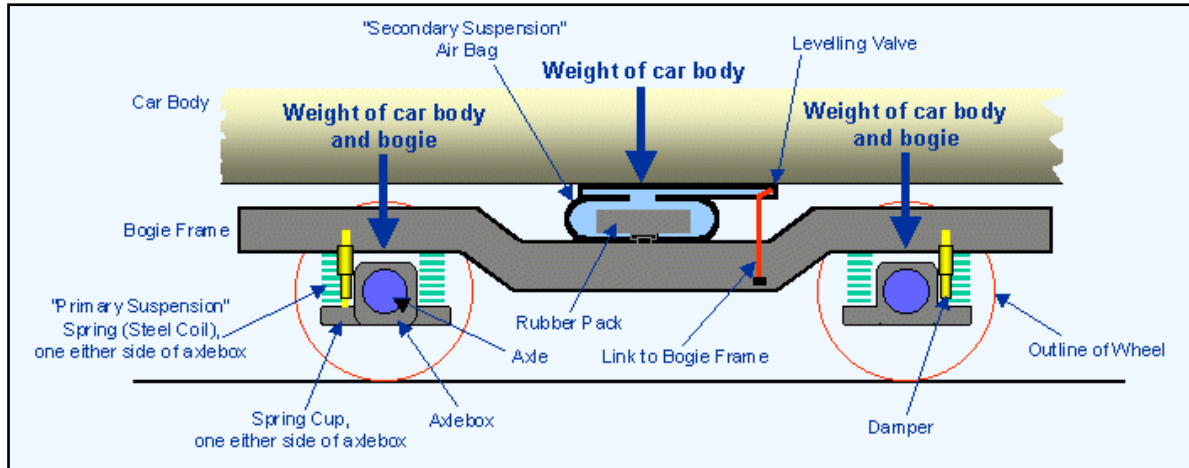


Figura 5. Esquema de un bogie.

Cada vagón, posee dos bogies de forma tradicional; uno en la parte delantera del vehículo y otro en la parte trasera. En la actualidad, se sigue empleando este sistema tanto en el metro como en trenes de mercancías. Desde la aparición del tren de alta velocidad, el bogie ha recibido una atención mayor en cuanto a su desarrollo tecnológico. Las fuerzas y aceleraciones a las que se ve sometido un tren de alta velocidad, motivaron la creación del bogie blando, que permiten cambiar el paralelismo entre ejes, para adaptarse mejor al trazado de la vía.

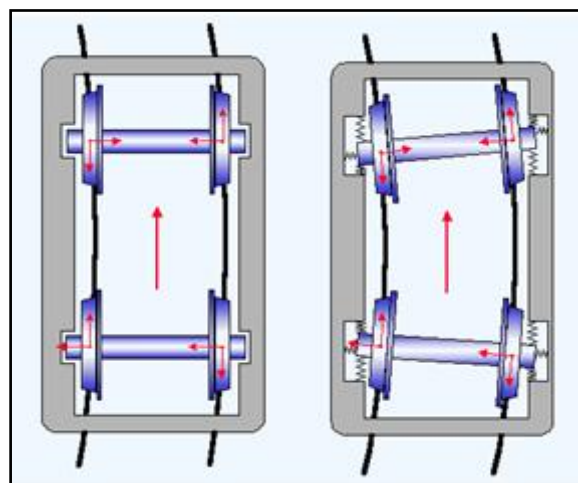


Figura 6. Bogie rígido (izq.) y bogie blando (dcha.).

2.2. EJE FERROVIARIO

Un eje es un elemento mecánico cuya función es guiar el movimiento de rotación de una pieza o conjunto de piezas. De forma general, un eje tiene geometría axil simétrica cilíndrica (o a veces cónica) y sirve de apoyo a otras piezas como ruedas, engranajes, poleas, etc.

Un eje mecánico puede ser un eje fijo si el eje no gira y se mantiene en reposo mientras que las piezas que soporta giran mediante rodamientos o bujes. Asimismo, si el eje gira solidariamente con las piezas, se trata de un eje solidario.



Figura 7. Ejes Ferroviarios.

En el caso concreto del eje ferroviario, es un elemento constructivo del vehículo con la misión de mantener la posición relativa de las ruedas entre sí y de estas respecto a la caja del vehículo ferroviario. Los ejes deben soportar el peso del vehículo y su carga adicional en este transporte, junto con otros esfuerzos como las fuerzas de aceleración y frenado.

Los ejes se pueden clasificar en ejes libres cuando no forman parte del sistema de transmisión y giran libremente; son parte del material remolcado. Si el eje transmite el movimiento procedente del motor, entonces se le denomina eje motriz.

Además de su cometido como componente estructural, los ejes deben cumplir con una o más de las siguientes funciones dependiendo del diseño del vehículo:

❖ Transmisión

En la transmisión, un sistema mecánico ejerce una fuerza descentrada sobre el eje que, con la reacción del apoyo, da lugar a un momento de fuerzas sobre el mismo que es transferido hacia las ruedas para la aceleración del vehículo.

❖ Frenado

De forma similar a la transmisión, para disminuir la velocidad de un vehículo se aplica una fuerza descentrada de forma que, con la reacción del apoyo del eje, se forma un momento de fuerzas en sentido contrario a la rotación de la rueda. Tanto los frenos de disco como los frenos de tambor ejercen esta fuerza descentrada. Además puede aplicarse el freno motor a través de la transmisión, que tiene un efecto más significativo en vehículos pesados y con relativamente poca deceleración máxima.

❖ Guía

El eje de una rueda debe guiar a esta para que no se desplace axialmente, así como que no gire involuntariamente respecto a un eje perpendicular al eje de giro. El sistema de dirección controla el ángulo de guiado de las ruedas respecto al chasis, en la mayoría de los casos solo las del eje delantero.

En un eje ferroviario se distinguen tres partes importantes:

1. Fuste o cuerpo del eje, que es la parte del elemento situado entre las dos ruedas.
2. Sección de corte, donde van a ir calzadas las ruedas.
3. Manguetas, donde se sitúan los cojinetes de las cajas de grasa, que van a soportar el peso del vehículo.

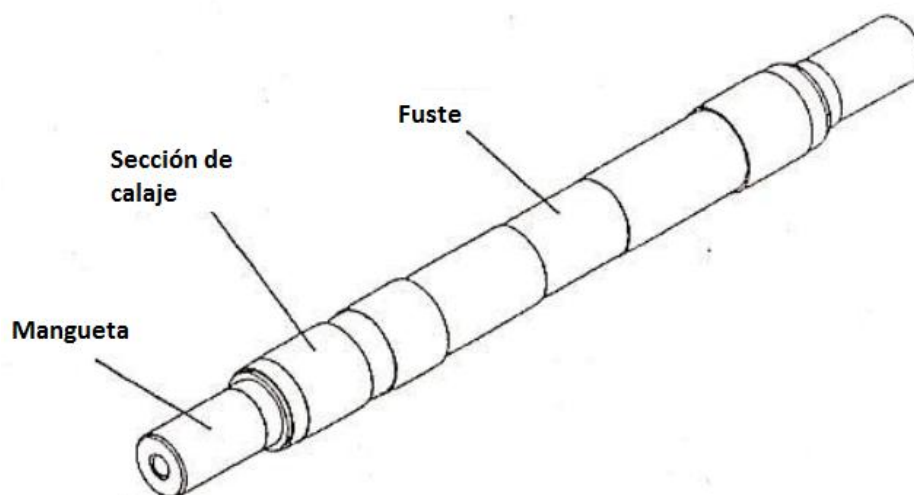


Figura 8. Partes de un eje ferroviario.



CAPÍTULO 3

Introducción a las Vibraciones Mecánicas. Método PCRT



3.1 INTRODUCCIÓN

Una vibración mecánica es la continua oscilación de un punto material o cuerpo sólido respecto de una posición de equilibrio. Excepto en algunos casos en el que la vibración mecánica constituye un factor importante y necesario en el desarrollo de un proceso industrial o tecnológico (por ejemplo en los procesos de acabado como el pulido o el centrifugado para la separación de materiales), por norma general, estas vibraciones generan consigo unos efectos indeseables en forma de ruido, erosión de material, pérdida de energía y aumento de los esfuerzos producidos.

Esto a veces influye, de manera determinante, en la rotura brusca de un elemento mecánico, y cuando no, estos efectos indeseables son siempre causa de una peor calidad de servicio del elemento mecánico durante su vida útil, por lo que es importante estudiar la fenomenología de estas vibraciones y optimizar el diseño mecánico para mitigar y controlar en la medida de lo posible las vibraciones mecánicas.

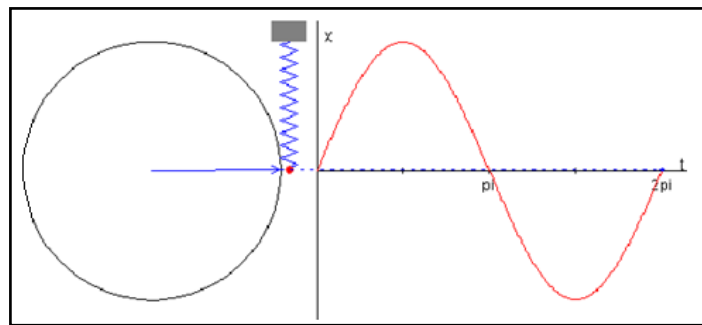


Figura 9. Representación de una vibración.

La vibración mecánica se origina, como causa general, cuando un punto material o cuerpo sólido se desplaza más allá de su posición de equilibrio y se ve sometido a una fuerza restauradora o conjunto de ellas (bien sean fuerzas elásticas, como en una masa unida a un resorte, o fuerzas gravitacionales, como en la oscilación de un péndulo). Estas fuerzas atraen al objeto de nuevo a su posición de equilibrio con una inercia adquirida que frecuentemente provoca que el objeto nuevamente quede fuera de su posición de equilibrio.

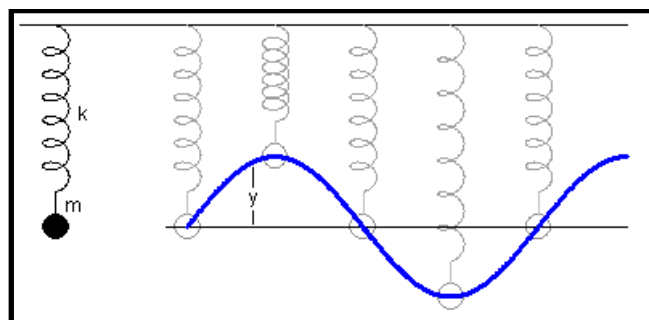


Figura 10. Vibración producida por fuerzas restauradoras.

En un movimiento vibratorio, se producen clásicamente tres fenómenos energéticos:

- ❖ Almacenamiento de energía cinética en las masas e inercias.
- ❖ Almacenamiento de energía potencial en los elementos elásticos.
- ❖ Pérdida gradual de energía en los elementos disipativos.

El análisis de vibraciones, es una herramienta frecuentemente usada en el mantenimiento predictivo de elementos, piezas y equipos industriales de todo tipo. Incluso, se espera que la importancia de estos análisis crezca en el futuro y se mejoren los medios de análisis y comprensión de resultados a fin de evolucionar las técnicas de diagnóstico de fallos, y optimizar los diseños de elementos y sistemas que estarán sometidos a vibraciones mecánicas.

En la actualidad, los ingenieros se sirven de normas, procedimientos y metodologías contrastadas con la experiencia de uso y los datos estadísticos disponibles, para conseguir un buen funcionamiento en los procesos industriales y estimar el estado actual y futuro de los equipos y sus elementos.

3.2 CONCEPTOS BÁSICOS

Los siguientes conceptos engloban el conjunto de términos básicos necesarios para poder comprender las vibraciones mecánicas:

❖ Amplitud

Distancia máxima entre el punto más alejado que alcanza la partícula vibratoria y su posición de equilibrio.

❖ Periodo 'T'

Intervalo de tiempo que transcurre entre dos estados idénticos y consecutivos de una perturbación en un punto.

❖ Longitud de onda ' λ '

Distancia entre dos estados idénticos y consecutivos de una perturbación en un punto.

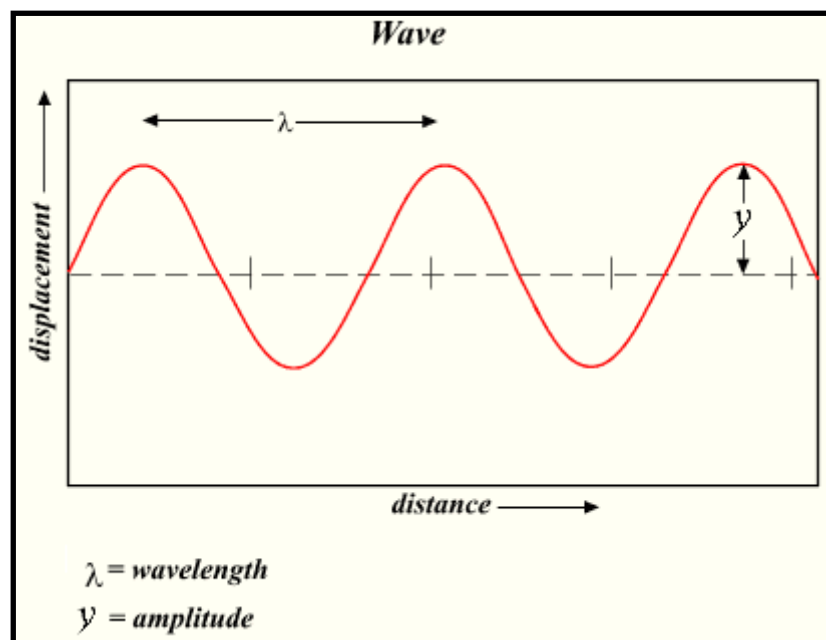


Figura 11. Conceptos básicos de ondas.

❖ Frecuencia 'f'

Por definición; inversa del periodo. Es una magnitud que mide el número de repeticiones por unidad de tiempo de un proceso periódico. Cuando la unidad de tiempo es el segundo, entonces la unidad de frecuencia es el hertzio (Hz).

❖ Frecuencia natural o propia ' ω_n '

Para sistemas de un grado de libertad, corresponde a la frecuencia del movimiento armónico producido al generar un desplazamiento o velocidad inicial a un punto en equilibrio dejándole vibrar libremente sin amortiguación. Para sistemas con más grados de libertad, cada modo natural de vibración poseerá la frecuencia natural asociada del movimiento armónico resultante.

❖ Frecuencia de excitación ' Ω '

Frecuencia producida por una perturbación externa al sistema mecánico y que varía armónicamente. Un concepto importante es la relación entre la frecuencia de excitación y la frecuencia natural del sistema, $\beta = \frac{\Omega}{\omega_n}$, sobre todo cuando coinciden ambas dando como resultado una relación unitaria. Cuando esto se produce, se considera que el sistema está en resonancia, un fenómeno importante que se explica más adelante.

❖ Movimiento ondulatorio

Es el movimiento de propagación que describe la onda. Una onda es una transmisión de energía o desplazamiento, que se dividen en dos tipos: ondas estacionarias y ondas transitorias. También pueden clasificarse según las dimensiones en las que se desplacen: ondas unidimensionales, ondas bidimensionales y ondas tridimensionales.

❖ Velocidad de propagación

Velocidad a la que se desplaza una onda determinada. Dicho valor de velocidad, depende del medio en el que se produce la propagación.

❖ Vibraciones libres

Aquellas que tienen lugar en ausencia de fuerzas externas.

❖ Vibración forzada

Vibración producida por fuerzas externas variables en el tiempo.

❖ Vibración armónica

Vibración simple representada por una onda senoidal a través de un vector rotatorio con velocidad angular constante.

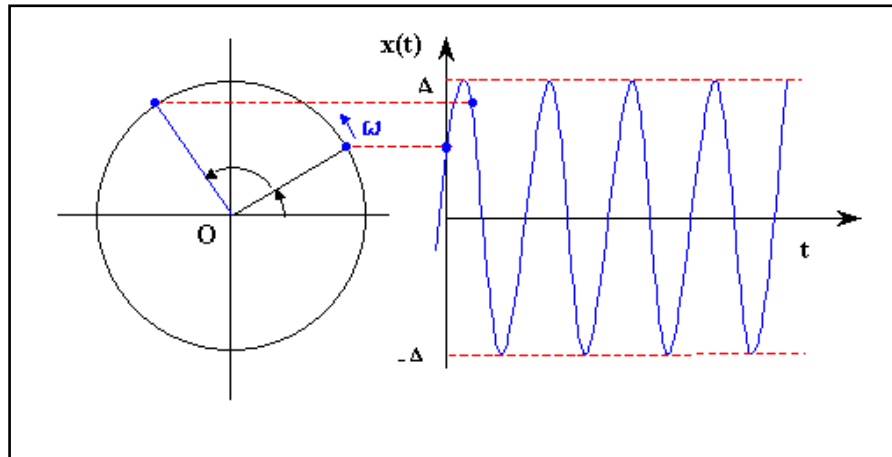


Figura 12. Representación de una vibración armónica.

❖ Vibración periódica

Vibración que se repite en intervalos de tiempo iguales y todos los ciclos de vibración presentan la misma duración.

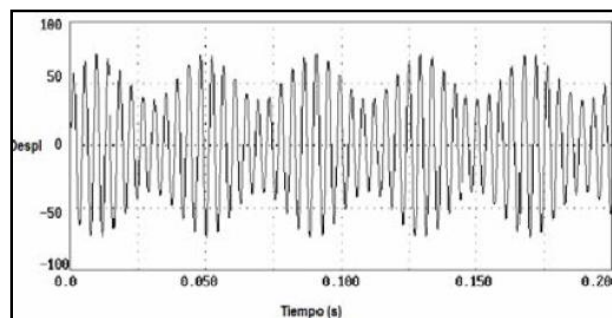


Figura 13. Representación de una vibración periódica.

❖ Vibración aleatoria

Vibración que ocurre de forma errática y tiene contenidos de frecuencias en toda la banda de frecuencias analizada. Esto quiere decir que las vibraciones aleatorias producirán un espectro continuo, esto es, el espectro estará constituido por infinitas vibraciones armónicas, en las que cada una de

estas, estará caracterizada por una amplitud, frecuencia y fase respectivamente.



Figura 14. Representación de una vibración aleatoria.

❖ **Coefficiente de amortiguamiento 'ξ'**

Relación entre el amortiguamiento del sistema y el amortiguamiento crítico o aquel en el que el sistema deja de ser oscilante.

$$\xi = \frac{c}{2m\omega_n}$$

❖ **Factor de amplificación**

Número de veces que la amplitud de oscilación dinámica supera a la estática.

$$\frac{D}{\delta p} = \frac{1}{\sqrt{(1 - (\frac{\Omega}{\omega_n})^2)^2 + (2\xi \frac{\Omega}{\omega_n})^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}$$

3.3 ANÁLISIS MODAL

El objetivo del análisis modal, es determinar las características vibratorias de un sistema elástico-lineal, concretamente, las frecuencias y modos propios de vibración. Es el análisis dinámico más importante y debe ser previo a otros estudios, puesto que las características vibratorias de un cuerpo solido, determinará la respuesta de este frente a las cargas dinámicas.

En el siguiente ejemplo, se explica el funcionamiento de un sistema vibratorio de un grado de libertad para entender la relevancia del análisis modal y los conceptos a los que se hacen referencia.

En la figura se representa un “carrito” de masa ‘ m ’ paralelo al suelo (se desprecia rozamiento entre el objeto y el suelo), sujeto a la pared por un resorte de rigidez ‘ k ’ y un amortiguamiento ‘ c ’.

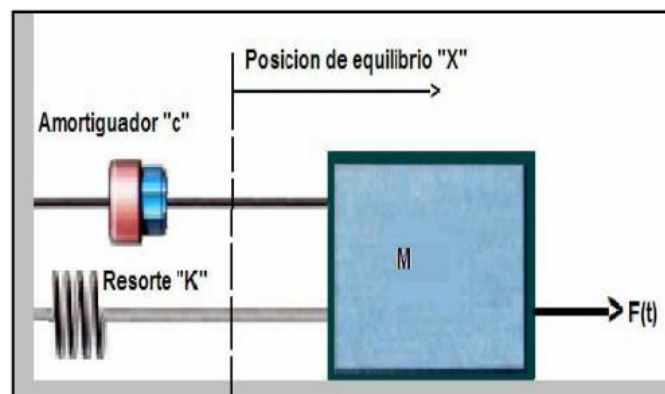


Figura 15. Sistema vibratorio de un grado de libertad.

El sistema se encuentra originalmente en su posición de equilibrio. Cuando es sometido a una fuerza de excitación, el sistema vibrará de una forma característica, exclusiva de dicho sistema. El estudio de esta respuesta, proporciona el ‘comportamiento modal’, el cual suele ser representado en un gráfico frecuencia-desplazamiento.

El modo propio de vibración, puede corresponderse con funciones no armónicas, pero estas se podrán descomponer en las funciones armónicas que la forman mediante la transformada de Fourier.

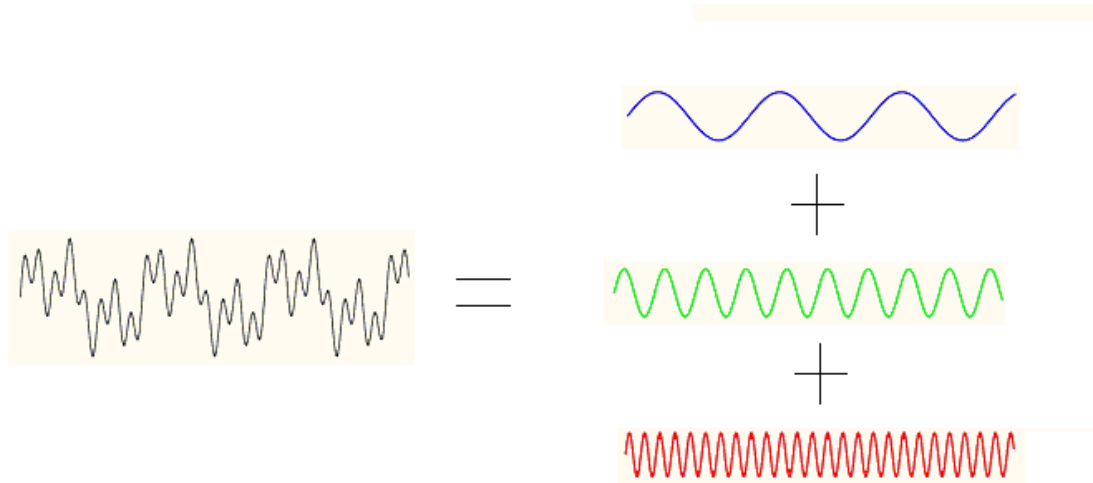


Figura 16. Descomposición de una onda en funciones armónicas.

Esta vibración se hace llamar vibración del sistema, siendo su frecuencia natural, ' ω_n ' del sistema, que se define con la siguiente expresión de parámetros dinámicos:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Cada modo de vibración, posee una forma y frecuencia propia de vibración, con lo que si se quiere obtener todas las frecuencias naturales de cada modo de vibración, se tiene que realizar esa operación en cada sistema de un grado de libertad.

En un sistema con ' n ' grados de libertad, se podría descomponer en una combinación de ' n ' sistemas de un grado de libertad.

Cada sistema vibratorio, será pues una superposición de varios sistemas de un grado de libertad, que vibrando de manera conjunta producen una combinación de modos y frecuencias propias de vibración de sistemas de un grado de libertad.

Resolviendo la ecuación diferencial del movimiento ondulatorio para obtener los modos normales de vibración de una cuerda fijada en sus extremos, se obtienen las distintas frecuencias propias de vibración de la misma.

$$v^2 \frac{\delta^2 \psi}{\delta x^2} = \frac{\delta^2 \psi}{\delta t^2} \quad \rightarrow \quad f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{n}{2L} \quad \text{siendo } n = 1, 2, 3 \dots$$

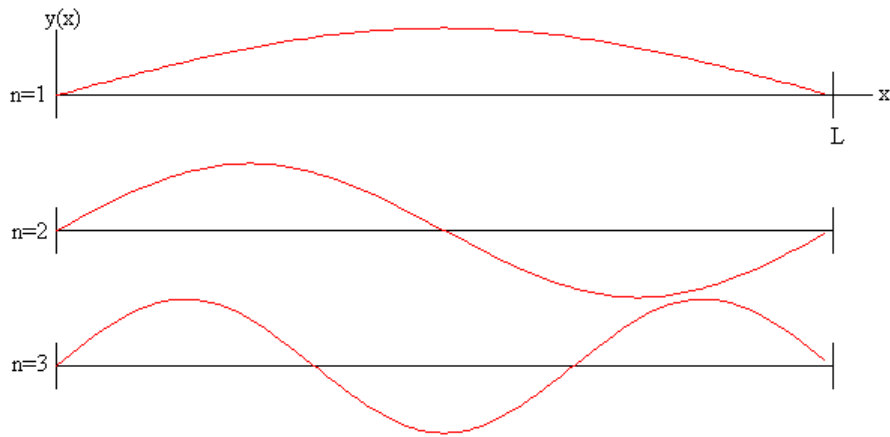


Figura 17. Modos propios de vibración de una cuerda fija en sus extremos.

En sistemas unidimensionales y bidimensionales, se establecen los modos propios de vibración de una forma más o menos razonada y analítica, sin embargo, en sistemas tridimensionales el problema se complica para resolver las ecuaciones de movimiento ondulatorio.

Por ello, en el caso tridimensional, tras especificar las condiciones de contorno, es frecuente emplear un software como el que se utiliza en el proyecto, Creo Elements/Pro, para la obtención y resolución de estas frecuencias propias en el análisis modal.

3.4 RESONANCIA MECÁNICA

La resonancia mecánica es un factor clave en el estudio de las vibraciones mecánicas. A causa de este fenómeno, se han producido graves catástrofes, accidentes y fallos imprevistos de todo tipo en estructuras y máquinas industriales.

El fenómeno de la resonancia mecánica se produce cuando un cuerpo capaz de vibrar, es sometido a la acción de una fuerza periódica cuya frecuencia de excitación ' Ω ' coincide con la frecuencia propia de vibración característica del sistema ' ω_n '. En este momento, se incrementa de forma notable el factor de amplificación, pudiendo ocurrir efectos indeseados y desastrosos en la estructura.

En la figura 18 se muestra como varía el factor de amplificación dinámico en función de la relación de frecuencias y del coeficiente de amortiguamiento.

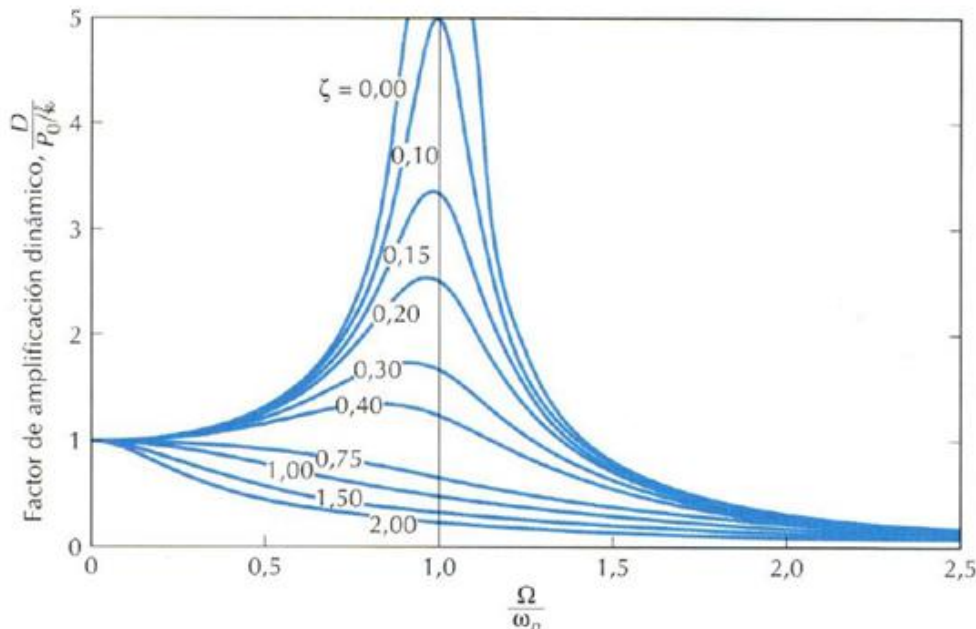


Figura 18. Resonancia; factor de amplificación dinámico.

En la actualidad, los sistemas elásticos sometidos a cargas estáticas están controlados para evitar un fallo por rotura. En caso de que así sea, se podría asegurar casi siempre que se debe a un defecto en la ejecución de la construcción o montaje del sistema.

No ocurre lo mismo en el campo de los análisis con cargas dinámicas. Es un problema que sigue vigente en prácticamente todas las ramas de la ingeniería y de forma especial en el caso de este capítulo; las vibraciones mecánicas.

Los efectos perjudiciales de las vibraciones mecánicas, son muy graves cuando el sistema se encuentra en un estado de resonancia o próximo a este. Un típico ejemplo del lado catastrófico de este fenómeno es el del puente de Tacoma Narrows.

Dicho puente se derrumbó en noviembre del año 1940 en unas condiciones de carga inferiores para las que había sido diseñado; la velocidad de las rachas de viento de aquel día, no superaron los 65 Km/h y sin embargo en su diseño se supuso que podría soportar vientos de más de 140 Km/h. El fallo fue debido a un problema de vibraciones por el cual la estructura fue sometida a unas condiciones que no pudo soportar y debido a esto, colapsó inesperadamente.

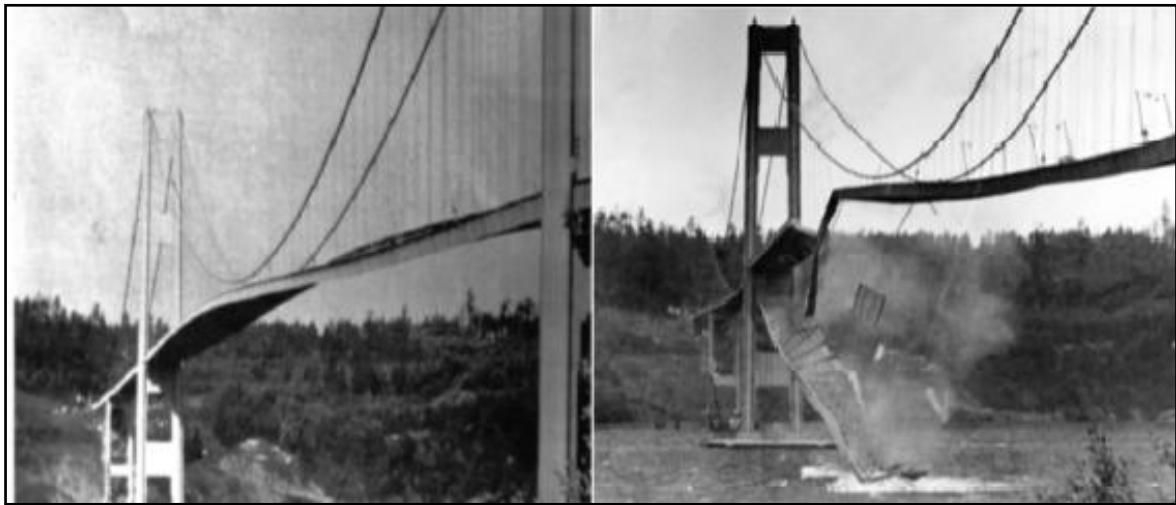


Figura 19. Colapso del puente de Tacoma Narrows en 1940.

Este espectacular accidente, supuso un punto de inflexión en el planteamiento tradicional de diseño estructural en cuanto a los efectos de las vibraciones; la metodología y filosofía de diseño en los años siguientes se desarrolló para estudiar y valorar las cargas dinámicas y sus efectos, de forma mucho más metódica y profunda.

3.5 ESTADO DEL ARTE

La investigación del fenómeno de la resonancia se ha desarrollado con creciente interés, siendo muchas las técnicas creadas a fin de conocer las frecuencias propias para evitar que estas coincidan con las frecuencias excitadoras a las que se ve sometido un sistema en su vida útil.

Por ello, se han empleado técnicas basadas en la resonancia para detectar problemas en la mecánica de estructuras, como la rotura de elementos por fatiga (objeto que será tratado en el siguiente capítulo).

3.5.1 Process Compensated Resonance Testing (PCRT)

Desde hace más de un siglo, se han empleado distintos tipos de ensayos basados en la resonancia para detectar defectos estructurales, sin embargo, los fundamentos de los ensayos modernos basados en resonancia se empezaron a desarrollar a finales de los años ochenta, momento en el que surge la técnica PCRT.

‘Process Compensated Resonance Testing’ es un tipo de ensayo no destructivo basado en software de cálculo analítico y en electroscopía de resonancia que se desarrolló a partir de uno de los Work Packages del proyecto WIDEM (Wheel set Integrated Design and Effective Maintenance) con apoyo de las empresas más influyentes del sector ferroviario y financiado casi en su totalidad por la Unión Europea. En la actualidad, esta técnica de análisis se emplea en otros sectores de la ingeniería como en automoción o en aeronáutica.

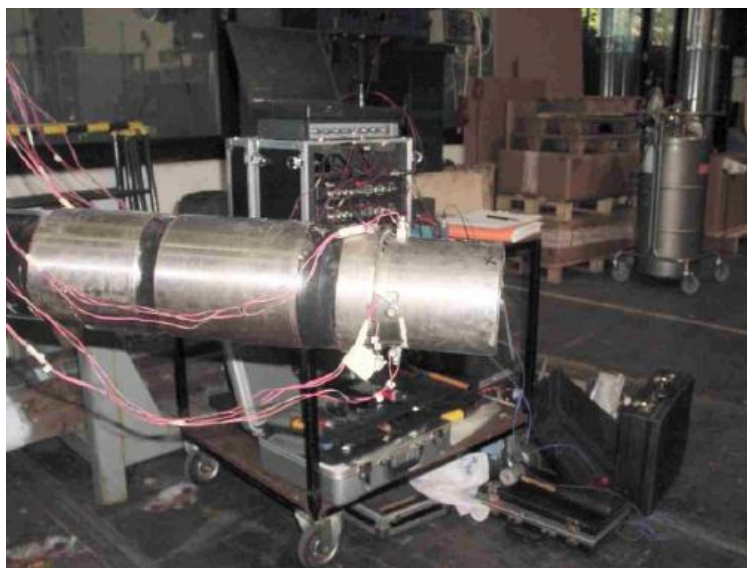


Figura 20. Ensayo PCRT sobre eje ferroviario.

Cualquier modificación en una estructura sólida, implica un cambio de su respuesta modal, pudiendo cambiar varias de sus frecuencias propias o modos de vibración. Cuando aparece una pequeña grieta, inclusión, capa de óxido, erosión de material, etc., todo ello provoca variaciones en las frecuencias y modos propios de vibración. Normalmente, una grieta provocará una disminución de las frecuencias propias porque el conjunto del cuerpo sólido, será menos rígido. La tecnología PCRT trata pues de detectar cambios en la integridad estructural de un elemento mecánico estudiando dicha variación de frecuencias y modos propios de vibración.

Esta técnica es aplicable a piezas metálicas y cerámicas y está basado en el uso de la resonancia mecánica, la utilización del proceso de compensación en un entorno real de fabricación más allá que en condiciones de laboratorio, la realización de medidas precisas de las frecuencias y la compensación de efectos de temperatura que pudieran afectar a la precisión del estudio de las frecuencias.

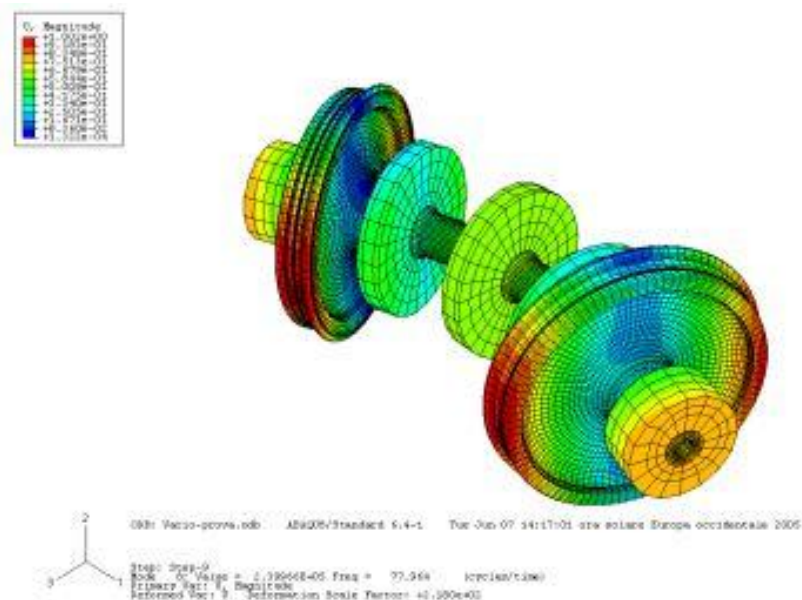


Figura 21. Modo propio de eje ferroviario montado.

Las otras técnicas de ensayo no destructivo de la actualidad como radiografías, ultrasonidos, líquidos penetrantes, etc. identifican piezas defectuosas y resaltan indicios presentes en la estructura de una pieza a lo largo de su vida útil. Uno de los problemas de estas técnicas es que el tamaño aparente del indicio del defecto no es buen indicador de si el defecto es en realidad importante de cara al funcionamiento de la pieza en servicio, por lo que mediante estos métodos se pueden considerar piezas defectuosas aquellas que en realidad podrían ser utilizadas sin problema, con los costes que ello acarrea y más aún en piezas críticas que deben ser sustituidas al menor indicio de daño.

El uso de técnicas PCRT suponen un gran avance respecto a las pruebas de ensayo no destructivo que se acaban de citar, puesto que sí que son capaces de detectar el comienzo del fenómeno de fatiga antes de que aparezca el inicio de la grieta y evitar que la pieza a estudio funcione con un fallo extendido que podría provocar fatales consecuencias.

El proceso de ensayo de PCRT se hace mediante hardware, que se ocupa de las mediciones de las frecuencias, y software que estudia el patrón de resonancia para determinar la integridad estructural del componente estudiado, pudiendo resaltar la aparición de grietas o defectos por los cambios producidos en las frecuencias modales.

El hardware utiliza un transductor que se encarga de excitar al objeto de ensayo (en este caso, al eje ferroviario) mediante una vibración sinusoidal en un rango de frecuencias que abarca desde unos hertzios hasta alrededor de 5 MHz, en función de las propiedades y tamaño del material del componente, mientras que por otro lado, dos transductores más reciben la respuesta modal del elemento ocasionada por la excitación anterior. El esquema general del sistema se observa en la siguiente figura:

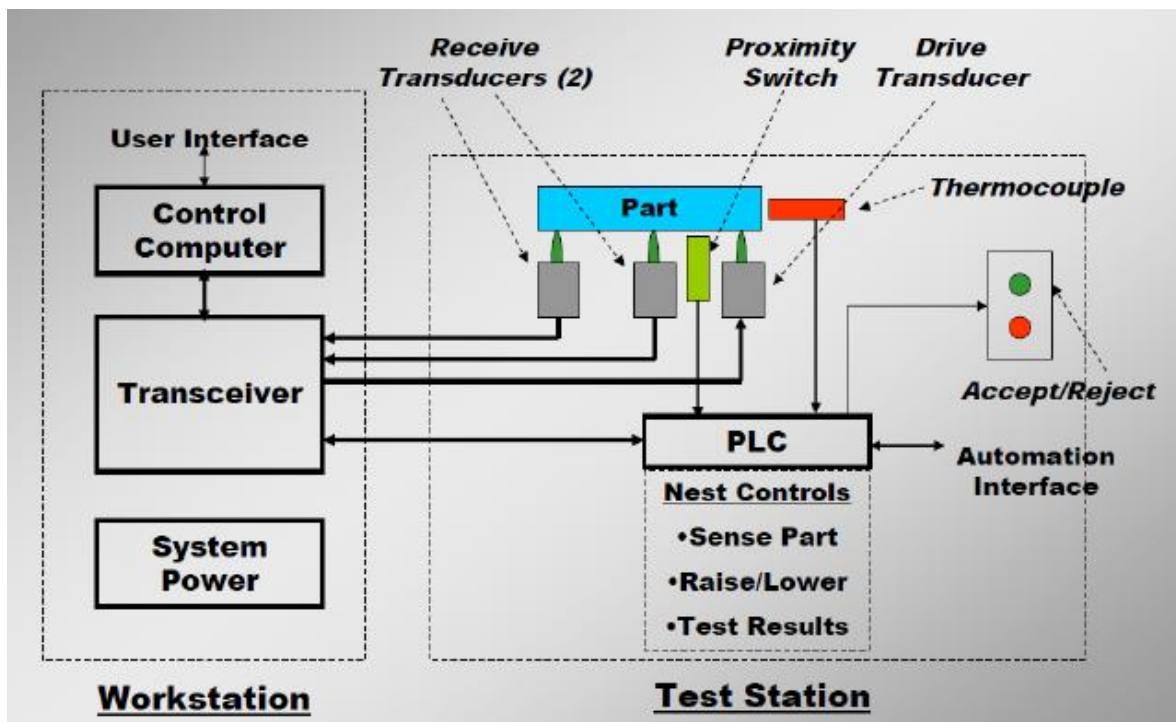


Figura 22. Esquema sistema PCRT.

El hardware se encarga de las mediciones de las frecuencias propias mientras el software analiza el conjunto de datos que recibe para estimar la integridad estructural del objeto. Este tipo de técnica tiene costes relativamente menores que los de otros ensayos, siempre y cuando el tamaño de las series lo justifiquen, puesto que el tiempo de inspección en piezas individuales es de segundos y para conjuntos completos de unos minutos.

El software del sistema PCRT, dispone de algoritmos diseñados para detectar la aparición de grietas, pérdidas de material u otros defectos que alteren los modos propios de vibración del objeto de análisis.

En ocasiones, el sistema PCRT es capaz de detectar el comienzo del fenómeno de fatiga antes de que aparezca una grieta superficial. Además, se evita el trabajo de un técnico ya que el sistema determina en tiempo real si la pieza está dañada o no.

3.5.2 Análisis de fatiga mecánica mediante sistemas PCRT.

Se muestran dos estudios orientativos mediante sistemas PCRT en el presente apartado:

El primer estudio es realizado en 2006 por la empresa Vibrant para aluminio 6061 T6 y en la siguiente gráfica se observa como varía el espectro de frecuencias propias a medida que aumenta el número de ciclos de trabajo de un componente.

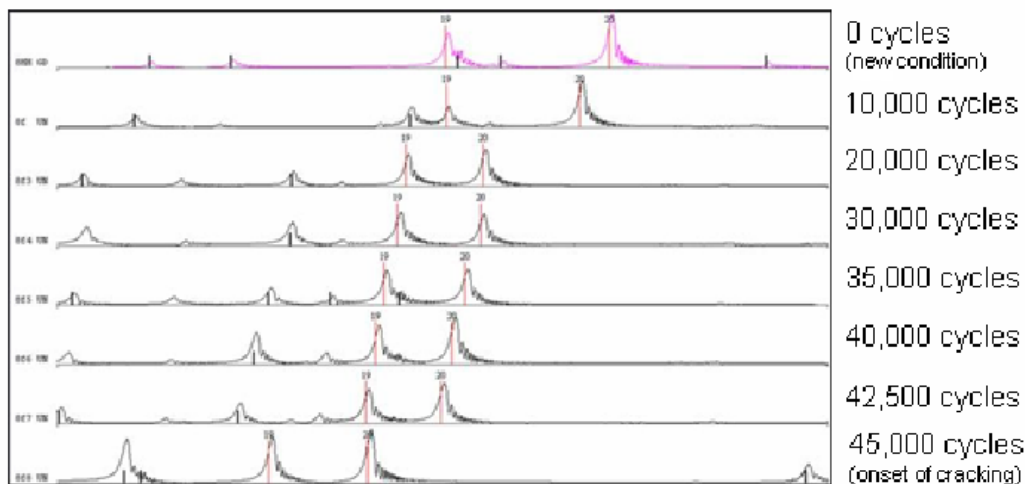


Figura 23. Espectro de frecuencias propias según número de ciclos de carga.

El inicio de la grieta se detectó por corrientes de Foucault para 45.000 ciclos. La gráfica muestra variantes de diferentes picos de resonancia con la acumulación de ciclos. Desde el principio se producen cambios progresivos en las frecuencias y por tanto, en las propiedades elásticas del material.

Asimismo, en la siguiente figura se representa la relación existente entre el número de ciclos de carga frente al porcentaje de cambio de frecuencia y elongación. Los cambios de frecuencia no son lineales en el rango de estudio y tampoco son proporcionales a la elongación.

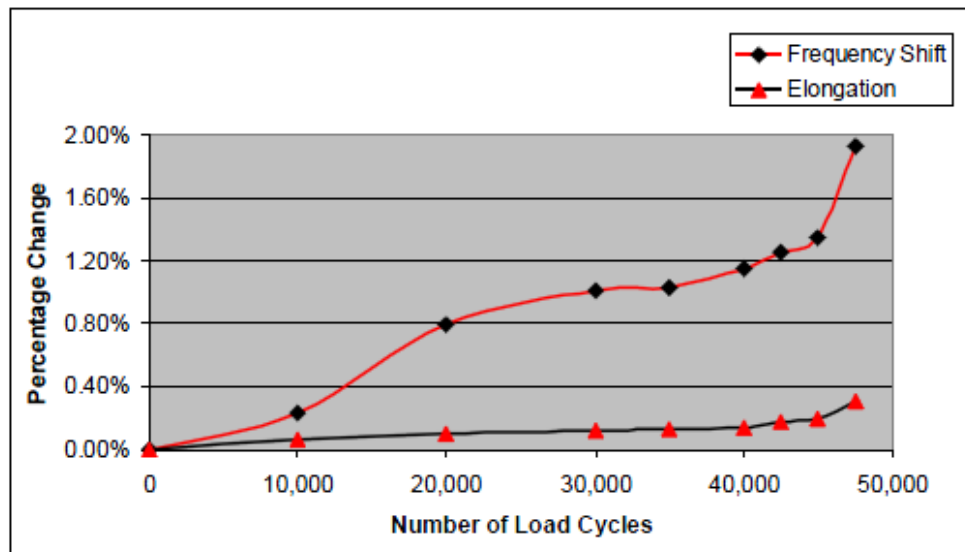


Figura 24. Porcentaje de cambio en las frecuencias y elongación según número de ciclos.

El siguiente estudio es realizado por la empresa italiana 'Luchinni' para un eje ferroviario; es un análisis modal centrado en la banda 8 - 9,5 KHz.

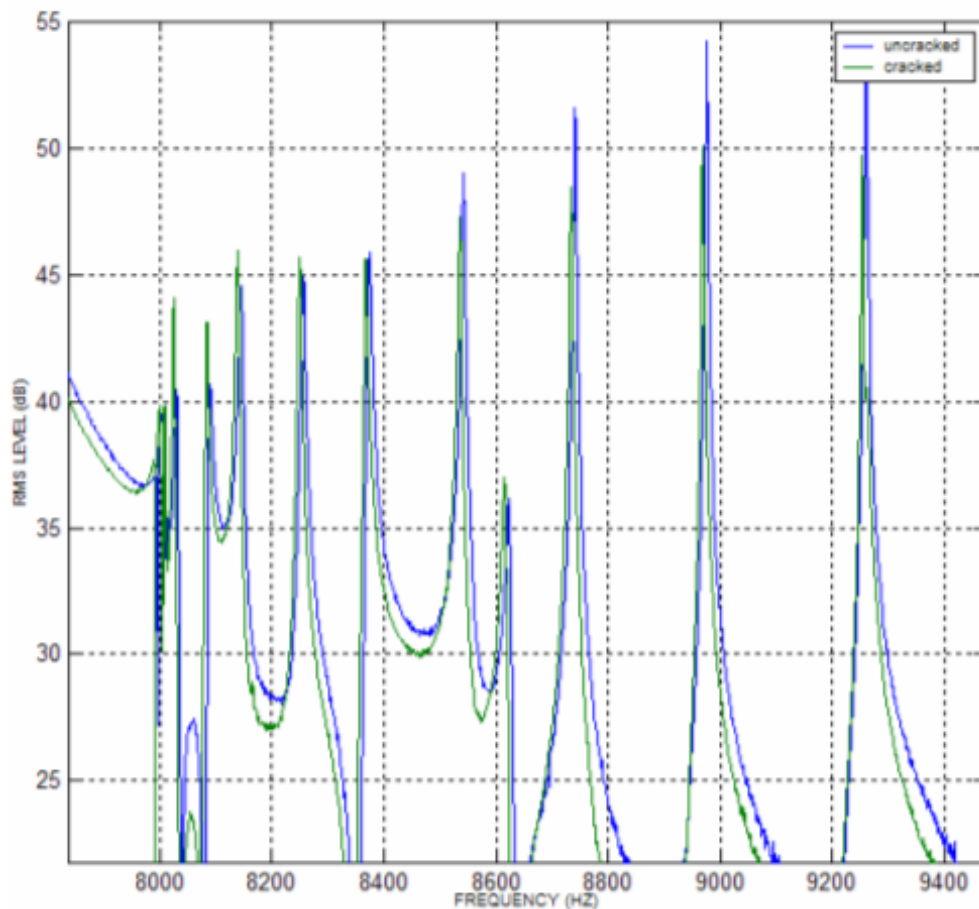


Figura 25. Estudio de eje ferroviario para la banda 8 – 9.5 KHz

En la gráfica anterior se comparan los resultados del eje con grieta (traza verde) con el eje nuevo (azul). Las frecuencias del eje con grieta son ligeramente menores que las del eje nuevo, puesto que la presencia de una grieta disminuye la rigidez estructural del elemento.

La capacidad de los sistemas PCRT para realizar el seguimiento del fenómeno de fatiga fueron comprobados también en componentes aeronáuticos ferrosos. Diferentes piezas fueron sometidas a fatiga y sus frecuencias propias fueron estudiadas y monitorizadas. Estos estudios han demostrado que los sistemas PCRT pueden detectar cambios en el espectro de frecuencias que preceden al inicio de grietas y que los cambios de frecuencia son proporcionales al tamaño de grieta mientras esta se propaga.

El presente proyecto trata de seguir en esta línea de investigación, que es uno de los campos de investigación más importantes en la ingeniería mecánica actual.





CAPÍTULO 4

Introducción a la Fatiga Mecánica



4.1 INTRODUCCIÓN

Como se citó en el capítulo anterior, los sistemas mecánicos sometidos a cargas estáticas están totalmente controlados en la actualidad. Sin embargo, la mayoría de elementos mecánicos se enfrentan diariamente a un conjunto de cargas dinámicas producidas por fluctuaciones de temperatura, viento, deformaciones propias del funcionamiento de la máquina o estructura, así como diversos fenómenos mecánicos.

Este sistema de cargas dinámicas, cargas variables con el tiempo, generan una alternancia en las tensiones internas de las estructuras, que cuando se mantienen de forma prolongada, pueden llegar a generar microgrietas en la superficie del sólido o cerca de esta. Esta microgrieta tiende a propagarse y es capaz de llegar a causar la rotura brusca e inesperada del elemento mecánico.

Este fenómeno es conocido como ‘fallo por fatiga’ y es responsable de muchos de los fallos en componentes mecánicos, incluso cuando las cargas producidas están considerablemente por debajo de la tensión de rotura estática e incluso del límite elástico del material. La rotura ocurre bruscamente y, con frecuencia, sin indicios que puedan hacerlo previsible (sin deformación plástica). Es, por tanto, un fenómeno peligroso que ha de ser valorado y estudiado en todo diseño mecánico con atención. El estudio de vida a fatiga del componente mecánico es sumamente importante y con este se puede estimar el tiempo que la pieza será capaz de estar sometida a las sollicitaciones de servicio hasta que se produzca el fallo. El fallo por fatiga es responsable de más del 50% de los fallos en componentes mecánicos.



Figura 26. Rotura de un eje de transmisión por fatiga.

En las normativas de ASTM (American Society for Testing and Materials) la fatiga se define como “el proceso de cambio estructural permanente, progresivo y localizado que ocurre en un punto del material sujeto a tensiones y deformaciones de amplitudes variables y que produce grietas que conducen a una fractura total tras un número de ciclos”.

El fallo por fatiga es un fenómeno reconocido desde la antigüedad aunque sin una definición formal. Los primeros grandes accidentes debidos a fallo por fatiga ocurrieron en los años siguientes a la revolución industrial, puesto que el empleo de metales en componentes estructurales tuvo un crecimiento exponencial así como la aplicación grandes cargas dinámicas impulsadas por nuevas máquinas y motores.

Se estima que en Gran Bretaña morían unas 200 personas al año entre 1860 y 1870 debido a accidentes en ferrocarril, siendo la mayoría motivados por problemas de fatiga en los ejes de las ruedas.

Desde entonces, ha aumentado progresivamente el interés por este fenómeno mecánico; se han realizado numerosos ensayos e investigaciones en la industria mecánica para conocer en profundidad las características, condiciones y propiedades del fallo por fatiga.

En la actualidad las técnicas han mejorado y las estimaciones de los ingenieros son considerablemente más precisas, a pesar de que la predicción de la rotura por fatiga debe enfrentarse a problemas difícilmente salvables como la naturaleza aleatoria de las propiedades de un material. Con frecuencia, en cálculos orientativos, se simplifica suponiendo que las propiedades de un material son uniformes y homogéneas en su conjunto, esto se denomina como material ‘isótropo’, pero la realidad no es así; todos los materiales tienen, en mayor o menor medida, pequeñísimos defectos propios del material que varían aleatoriamente las propiedades mecánicas del mismo.



Figura 27. Rotura de un cigüeñal debido a fatiga.

4.2 HISTORIA DEL ESTUDIO DE LA FATIGA MECÁNICA

La fatiga estructural es un problema que se presenta generalmente en los metales. Es por ello que fue en la época de la Revolución Industrial cuando se empezó a encontrar los primeros fallos por fatiga.

El fenómeno de fatiga es descubierto a comienzos del siglo XIX, coincidiendo con el desarrollo avanzado de la maquinaria y los vehículos de transporte. Wilhelm Albert, ingeniero de minas alemán, fue la primera persona en realizar un estudio sobre la fatiga. En 1829 desarrolló ensayos sometidos de carga y descarga sucesiva a eslabones de cadenas de elevadores en las minas de Clausthal, Alemania. Sin embargo, fue Jean Victor Poncelet en 1839, quien utilizó por primera vez el término de fatiga para referirse a este fenómeno.

El interés en el estudio del fenómeno comenzó a crecer con el aumento de uso de estructuras férreas, particularmente puentes de ferrocarril. El primer estudio de fatiga en metales se inició en 1842 a raíz del que está considerado como el primer accidente ferroviario de la historia francesa, ocurrido en Versailles (Francia), donde el 8 de mayo de 1842 en la línea Paris Montparnase - Versailles Rive Gauche, un tren sobrecargado de pasajeros, descarriló cerca del paso a nivel de "Les Gardes", a la salida del túnel de Meudon.



Figura 28. Retrato de época del accidente francés de 1842.

El tren estaba formado por dos locomotoras; una en la cabeza, que tenía sólo dos ejes acoplados y pesaba poco, y otra más potente y de más peso, que era de tres ejes acoplados. Los maquinistas no consiguieron nivelar las fuerzas de las dos locomotoras, lo que provocó que la segunda locomotora empujara a la primera, sometiéndola a sobre esfuerzos en uno de los ejes, que dieron como resultado el

descarrilamiento de la máquina. La segunda locomotora terminó encima de la primera y los coches quedaron empotrados en un vertedero de hierros y madera junto a las dos máquinas. Los coches prendieron con facilidad, lo que provocó que el fuego se extendiera rápidamente entre ellos. Fallecieron alrededor de 55 pasajeros en aquel accidente, que es considerado el primer desastre ferroviario de la historia de Francia y uno de los primeros en todo el Mundo.

Fue el ingeniero británico, W.J.M. Rankine en 1843, quien analizó los ejes del tren descarrilado en Versalles y reconoció las características distintivas de la fractura por fatiga. Resaltó el peligro de los concentradores de tensiones en los componentes de máquinas como cambios de sección, ángulos pronunciados, ranuras taladros, etc. El propio Rankine sería más adelante famoso por sus contribuciones a la ingeniería mecánica.

En los años posteriores, La British Institution of Mechanical Engineers comenzó a estudiar la llamada teoría de cristalización, que atribuía la rotura por fatiga a que se producía una cristalización de los metales debido a las vibraciones de los elementos en servicio. Esta primera explicación surgió debido al aspecto cristalino de la superficie de la fractura.

El alemán August Wöhler, ingeniero de ferrocarriles, fue quien realizó los primeros estudios sistemáticos sobre el fenómeno de la fatiga. Entre 1852 y 1870 desarrolló gran cantidad de ensayos de flexión rotativa sobre ejes de ferrocarril. Observó que la resistencia de los ejes de acero sometidos a cargas cíclicas era apreciablemente menor que su resistencia estática. Su trabajo permitió caracterizar el comportamiento a fatiga en base a las curvas que representan tensiones frente a número de ciclos de carga hasta la rotura. Dichas curvas, más conocidas como curvas S-N o curvas de Wöhler, son a día de hoy, una herramienta fundamental en el estudio de los fenómenos de fatiga. Wöhler también estableció el concepto de límite de fatiga al concluir que las aleaciones de hierro parecían tener un límite de tensión por debajo del cual no se producía la rotura por muy grande que fuera el número de ciclos.

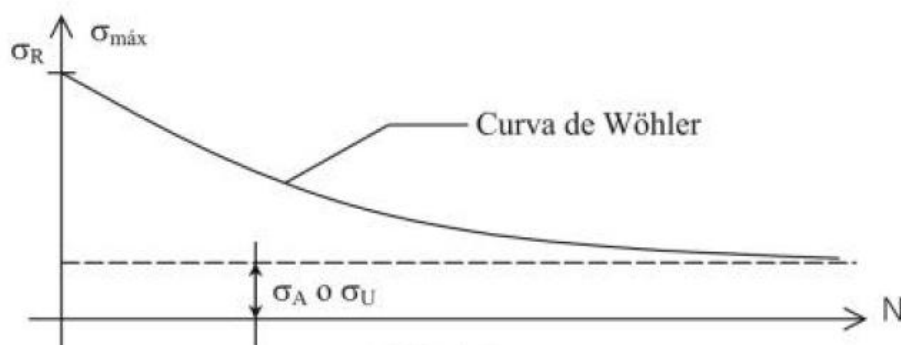


Figura 29. Curva de Wöhler.

En 1874, el ingeniero alemán H. Gerber comenzó a desarrollar métodos para el diseño a fatiga, su contribución incluyó el desarrollo de métodos para el cálculo de la vida a fatiga para diferentes niveles medios de la tensión cíclica.

Problemas similares a los descritos anteriormente fueron abordados por Goodman y Soderberg (1899).

Bauschinger confirmó gran parte de las hipótesis de Wöhler y popularizó el concepto de que el límite elástico de los metales con cargas cíclicas, podría ser diferente al observado en la deformación monotónica (1886).

4.2.1 Desde principios de siglo XX a la actualidad

Ewing y Humphrey (1903) utilizaron el microscopio óptico y observaron la formación de líneas y bandas de deslizamiento que desembocaban en la formación de microgrietas en el material. Se descartó entonces la vieja teoría de la cristalización del material.

El análisis de tensiones de Inglis (1913) y el concepto energético de Griffith (1921) aportaron el tratamiento cuantitativo de la fractura frágil. Sin embargo, estas ideas no pudieron ser aplicadas directamente para caracterizar el fallo por fatiga en los materiales metálicos.

Durante la primera mitad del siglo XX se obtuvieron gran cantidad de datos experimentales relacionando la resistencia a fatiga con factores tales como la geometría y tamaño de las piezas, condiciones ambientales, acabado superficial, estructura metalográfica, etc. Las investigaciones en este periodo permitieron el desarrollo de los modelos de daño acumulado para predecir el fallo por fatiga (Palmgren, 1924; Miner, 1945).

La idea de que las deformaciones plásticas son las responsables del daño en el material fue establecida por Coffin y Manson (1954), quienes en la década de los 60 propusieron una relación empírica entre el número de inversiones de carga hasta rotura y la amplitud de la deformación plástica. La denominada relación Coffin-Manson es el método de caracterización de fatiga basado en las deformaciones más ampliamente utilizado.

Los estudios de Irwin demostraron (1957) que la amplitud de la singularidad de tensiones delante de una grieta podía ser expresada en términos de una cantidad conocida como factor de intensidad de tensiones, 'K'.

Paris y Erdogan fueron los primeros en sugerir que el incremento de longitud de grieta por ciclo, da/dN , podía relacionarse con el rango del factor de intensidad de tensiones, ΔK , bajo cargas de amplitud constantes.

La mayor aportación de la mecánica de la fractura elástica lineal es que el factor de intensidad de tensiones, determinado por las tensiones remotas aplicadas y las dimensiones geométricas del componente con grieta, basta para caracterizar la propagación de la grieta. Con la aplicación de los conceptos de mecánica de fractura al fallo por fatiga, tomaron un interés creciente el estudio de los mecanismos de crecimiento subcrítico de grieta. Modelos conceptuales y cuantitativos fueron desarrollados para obtener la resistencia de los materiales al crecimiento de grietas.

Durante estos estudios, aumentó asimismo el interés por comprender el proceso por el que el factor de intensidad de tensiones podía verse alterado con el avance de la grieta. Una importante contribución en este sentido vino de los resultados experimentales de Elber (1970), que descubrieron que la grieta puede permanecer cerrada incluso cuando está sometida a tensiones cíclicas de tracción debido a la plastificación producida en el borde de la grieta. Otras investigaciones sugieren que el cierre de grieta puede ser inducido por otros factores mecánicos, micro-estructurales y ambientales.

En la actualidad, las investigaciones realizadas son muy numerosas. La disponibilidad de máquinas cada vez más complejas, de técnicas de medición más precisas –y por tanto con capacidad de detección de grietas cada vez más pequeñas–, la aplicación de la Mecánica de Fractura, tanto elástica lineal como elasto-plástica, así como un mejor conocimiento del gradiente de tensiones y deformaciones en el fondo de la entalla, entre otros, han permitido un gran desarrollo en el cálculo de la vida a fatiga de elementos mecánicos y un aumento de la fiabilidad de los mismos.

Gracias a este desarrollo de nuevas y mejores máquinas, se han establecido ensayos que permiten estudiar el fenómeno de fatiga con cargas complejas (esto es, ciclos de carga y descarga con amplitud variable). Durante el crecimiento de una grieta con cargas de amplitud variable se produce lo que se denomina efecto de secuencia o de interacción debido a la irregularidad de la carga. Dicho efecto fue puesto de manifiesto en la década de los 60. Diversos trabajos experimentales demostraron que la aplicación de una sobrecarga origina una velocidad de crecimiento en los ciclos posteriores a ella mucho menor que la producida si no existe sobrecarga.

A pesar de todas las investigaciones llevadas a cabo y de los últimos avances, aún no se posee un conocimiento completo del fenómeno de la fatiga de los metales. La teoría del deslizamiento parece ser la más adecuada para interpretar las fases iniciales de la fatiga de un material. La gran cantidad de datos disponibles para materiales férricos (y algunos otros materiales metálicos) ha permitido desarrollar “procedimientos de cálculo” razonablemente bien comprobados por multitud de diseños. Estos procedimientos permiten diseñar piezas para una duración dada cuando están sometidas a un estado de tensiones variables conocido. Por otro lado, la teoría de la fractura por fatiga permite predecir, entre otras cosas, el crecimiento de la grieta con los ciclos de carga. Es por ello por lo que los métodos tradicionales de cálculo junto con la teoría de la fractura por fatiga proporcionan una sólida base para el diseño de sistemas estructurales metálicos.

4.3 FUNDAMENTOS DE LA FATIGA

Cualquier componente sometido a esfuerzos de amplitud variable en el tiempo pueden sufrir riesgo de fractura con tensiones mucho menores que las que soportaría en estado estático. El análisis del fenómeno de fatiga es tan importante y tan crítico en el diseño mecánico, debido a que la mayoría de los componentes estructurales mecánicos están sometidos a este tipo de solicitaciones. Con frecuencia, los tratados y estudios de fatiga mecánica centran sus propósitos en el análisis del fenómeno en materiales metálicos, que son más propensos y característicos a sufrirlo; este será también el caso del presente proyecto, ya que además, corresponde con el tipo de material con el que se construye un eje hueco como el que será objeto de análisis.

4.3.1 Diagrama S-N

Las curvas de Wöhler son una herramienta fundamental para el análisis de las propiedades que presenta un material frente al fenómeno de fatiga mecánica. En la literatura ingenieril, se conoce más comúnmente como curva o diagrama S-N (Stress - Number of cycles: Tensión – Número de ciclos).

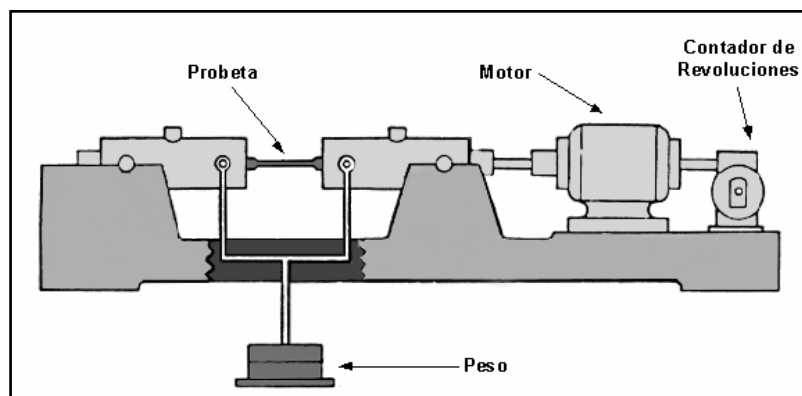


Figura 30. Ensayo de Viga Rotatoria.

Esta representación gráfica se construye con la información obtenida del ensayo de viga rotatoria; se aplica una carga en el extremo y perpendicular al eje (esfuerzo de flexión fijo) de un cilindro metálico rotatorio. Esto genera en la probeta de ensayo, una carga alterna de compresión y tracción en cada giro. Se mide entonces para cada tensión aplicada, el número de ciclos o giros hasta rotura, bajo unas condiciones de temperatura y presión atmosférica concretas y para una probeta de geometría estandarizada. Con los datos obtenidos se estudia su distribución estadística y se representa la curva S-N, que representa la duración de la probeta, expresada en número de ciclos hasta la rotura, N, en función de la tensión aplicada, S.

El diagrama de fatiga en los materiales férreos suele tener tres zonas claramente diferenciadas, como puede observarse en la siguiente figura:

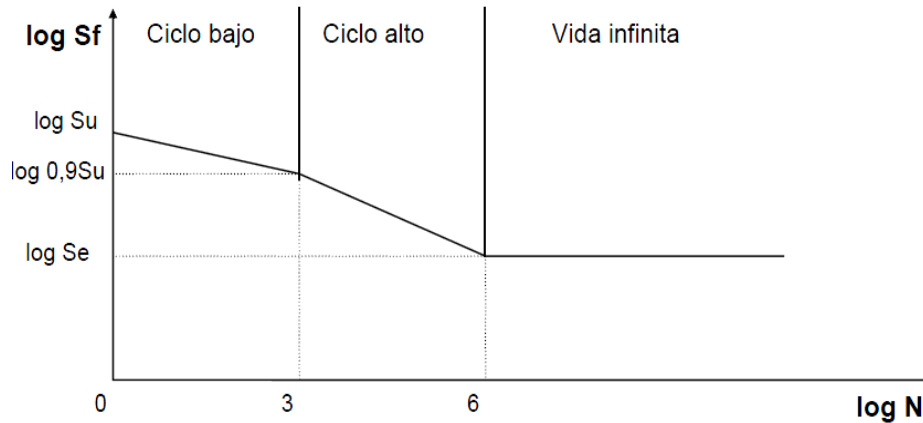


Figura 31. Diagrama S-N.

❖ Zona de ciclo bajo

Se sitúa normalmente por debajo de los 10^3 o 10^4 ciclos, dependiendo de los autores. En esta zona el material se comporta de manera muy similar a como lo hace frente a cargas estáticas, pero con una leve reducción de la resistencia.

❖ Zona de ciclo alto

Hasta 10^6 o 10^7 ciclos para los aceros, según autores. Esta zona muestra una reducción mucho más brusca con la duración, al mismo tiempo se comprueba que el material se comporta de manera diferente a como lo hace frente a cargas estáticas.

❖ Zona de vida infinita

Existe un valor de la tensión por debajo del cual la duración de la probeta es infinita, es decir, no rompe. La tensión a la que se produce este efecto se conoce como límite de fatiga de la viga rotatoria o *límite de fatiga sin corregir* (Se').

Por regla general, la línea horizontal del diagrama S-N para vida infinita en metales no ferrosos y aleaciones presenta una pendiente ligeramente negativa, lo que nos muestra que estos materiales no presenten límite de fatiga.

Mediante la relación de numerosos ensayos, se han establecido correlaciones entre los valores de la resistencia a rotura en tracción S_{ut} y del límite de fatiga de la probeta rotatoria S'_e . Dependiendo del material, se pueden admitir las siguientes aproximaciones:

4. Hierros y aceros forjados:

$$\begin{aligned} S'_e &= 0,5 S_{ut} & S_{ut} &\leq 1400 \text{ MPa} \\ S'_e &= 700 \text{ MPa} & S_{ut} &\geq 1400 \text{ MPa} \end{aligned}$$

5. Aceros colados.

$$\begin{aligned} S'_e &= 0,45 S_{ut} & S_{ut} &\leq 600 \text{ MPa} \\ S'_e &= 275 \text{ MPa} & S_{ut} &\geq 600 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Estos valores de resistencia y límite de fatiga son solo válidos para las condiciones que indican los protocolos de ensayos normalizados. Se utilizan en ellos probetas de tamaño reducido, construidas con mucha precisión de detalle. Asimismo, las condiciones ambientales durante el ensayo están controladas, tratándose con especial atención que no se introduzcan efectos de carga indeseables.

Ahora bien, una pieza cualquiera de una máquina tiene un tipo de construcción y una forma de trabajo habitualmente muy diferente respecto a la probeta de ensayo. Es por esto por lo que en la práctica se recurre a la utilización de coeficientes experimentales, para reajustar los valores del comportamiento a fatiga de las probetas a los de cada pieza.

Estos valores modificativos forman la denominada ecuación de Marin:

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_f \cdot S'_e$$

Donde S_e es el límite de fatiga corregido, K_a el factor de acabado superficial, K_b el factor de tamaño, K_c el factor de confiabilidad, K_d el factor de temperatura, K_e el factor de concentración de tensiones, K_f el factor de efectos diversos y S'_e el límite de fatiga sin corregir.

El resultado de la aplicación de estos factores es la obtención del límite de fatiga corregido S_e , que definimos como el valor de la tensión alternante máxima que permite conseguir una vida infinita del mismo en las condiciones de funcionamiento.

Conocer el fenómeno de fatiga es de vital importancia en ingeniería mecánica. Las grietas que serán estudiadas mediante el posterior análisis modal del eje, son simulaciones del avance de grietas típicamente anterior al fallo por fatiga.

4.3.2 Fases de propagación de la grieta y rotura.

La norma general describe el inicio de grietas por fatiga en las superficies libres, aunque en algunos materiales el inicio puede ocurrir en el interior. La progresión de una grieta que se desarrolla en un componente sometido a fatiga tiene típicamente tres etapas: una etapa de iniciación, una de propagación estable y finalmente una propagación acelerada que culmina con la rotura brusca del elemento.

❖ Iniciación:

El proceso se inicia con pequeñas deformaciones plásticas en los granos materiales más próximos a la superficie debido a las cargas alternas. Al tiempo que se deforma uno de estos granos situado en la superficie, se genera un escalón que inmediatamente se oxida. La deformación en sentido contrario se forma en otro plano, de esta manera se forma otro escalón que se oxida. La repetición de este ciclo de deformación, oxidación y bloqueo hace que se formen pequeñas protuberancias o entrantes en la superficie original del sólido, que concentran tensiones. La situación se agrava y termina por aparecer una microgrieta a partir de estos defectos superficiales que se propaga a lo largo de las bandas persistentes de deslizamiento.

❖ Propagación:

La grieta continúa su crecimiento en dirección perpendicular al esfuerzo aplicado. Se trata de la dirección más propensa ya que la grieta requiere de menor trabajo para continuar su propagación. En esta etapa la grieta se encuentra próxima a producir la rotura de la pieza, sin embargo, es fina y de difícil detección.

❖ Rotura:

La grieta aumenta de tamaño, avanzando los extremos de la misma por continua deformación a cizalladura. De esta forma, el deterioro de la pieza llega hasta un punto en el que la sección útil de la pieza es muy reducida y es incapaz de resistir la carga. Finalmente se produce la rotura repentina. En esta etapa la velocidad de crecimiento es muy grande, por lo que el número de ciclos consumidos en ella apenas cuenta en la vida total de la pieza.

Dependiendo del tipo de rotura que se (lenta o rápida) el tamaño respectivo a cada etapa será mayor o menor.

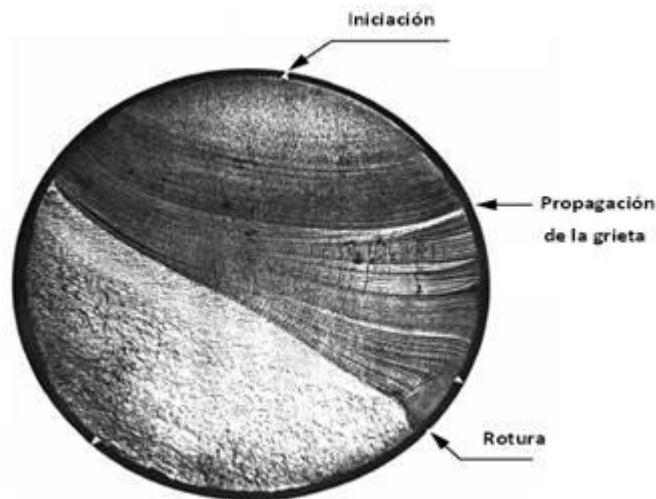


Figura 32. Fases en la propagación de la grieta.

Asimismo, se pueden identificar en la sección de rotura de la pieza unas zonas características que muestran como ocurrió esta progresión de la grieta hasta la rotura.

Zona 1: se trata de la zona de mayor sección, correspondiente a la propagación lenta de la grieta, que es también la fuente de concentración de tensiones. Tiene un aspecto liso y en ocasiones es posible distinguir la propagación de la grieta ciclo a ciclo (cada línea o estría de la figura). La mayor o menor nitidez con las que aparecen estas líneas o estrías depende de la naturaleza del material.

Zona 2: corresponde al crecimiento rápido de la grieta, presentando una superficie irregular, y ocupa casi el resto de la superficie de rotura.

Zona 3: finalmente, la sección neta de la pieza es incapaz de resistir la carga desde un punto de vista puramente estático, produciéndose la rotura final en un ciclo de carga.

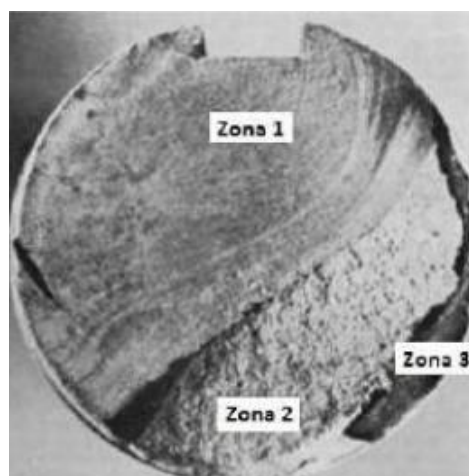


Figura 33. Zonas características de la rotura por fatiga.

4.4 ESTADO DEL ARTE

El estudio de los ejes ferroviarios y la prevención de la rotura por fatiga, es un aspecto clave de la seguridad de este transporte fundamental tanto en la industria como en el transporte de pasajeros. El eje se encuentra sometido a un gran número de ciclos de carga debido a su necesaria rotación; en cada giro de eje, un punto de la superficie pasa de tracción a compresión de igual magnitud y vuelve a su estado de tracción de partida.

A pesar de los esfuerzos de investigación invertidos desde la Revolución Industrial, no se posee aún un conocimiento completo del fenómeno de la fatiga mecánica. Sin embargo las investigaciones realizadas hasta día de hoy han permitido un gran desarrollo en el cálculo de la vida a fatiga de elementos mecánicos y un aumento de la fiabilidad de los mismos. Son muchos los motivos de este avance; la disponibilidad de máquinas cada vez más complejas y precisas, de técnicas de medición y detección de grietas cada vez más pequeñas, la aplicación de la Mecánica de la Fractura, tanto elástica como lineal como elasto-plástica, así como un mejor conocimiento del gradiente de tensiones y deformaciones en el fondo de la entalla.

En Junio de 2009 tuvo lugar en Viareggio, al norte de Italia, el que está considerado como uno de los accidentes ferroviarios más graves de la historia moderna. Tuvo lugar poco después de la medianoche; el tren sufrió la rotura de uno de los ejes y descarriló, provocando la fuga del gas, que causó la explosión de un tren de mercancías que transportaba GLP de gas natural mientras pasaba por una estación que se encuentra en pleno centro de la ciudad. Al menos 24 personas perdieron la vida en el accidente y decenas de viajeros resultaron heridos.



Figura 34. Accidente ferroviario de Viareggio en 2009.

El catastrófico accidente de Viareggio en 2009, es un claro ejemplo de la imperiosa necesidad de continuar investigando los fallos por fatiga mecánica. El objetivo es ajustar los diseños, los criterios de tolerancia al daño y los planes de mantenimiento para conseguir cero fallos en servicio. En respuesta a este accidente diversos proyectos internacionales están siendo llevados a cabo, como el proyecto EVIC, que unifica los criterios de inspección de ejes en toda Europa.



Figura 35. Eje del tren accidentado de Viareggio.

En Canadá, entre 1997 y 2007 se registraron 35 roturas de ejes. En todos los casos la rotura fue acompañada de descarrilamiento.



Figura 36. Accidente ferroviario en Canadá 2007.

La rotura de ejes por fallos debidos a fatiga, son cada vez menos frecuentes. Este progreso en la seguridad ferroviaria se debe a la implantación de nuevos programas de mantenimiento más eficaces. En el Reino Unido por ejemplo, durante los últimos 25 años ha habido una media de 1,6 fallos de ejes por año, en una población de unos 180.000 ejes en servicio. A pesar de ser un dato optimista, no hay que olvidar que las consecuencias de la rotura de un eje ferroviario son catastróficas.



CAPÍTULO 5

Método de Elementos Finitos.
El Software: Creo Elements/Pro



5.1 INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

El método de los elementos finitos (MEF) es un procedimiento numérico que se emplea para resolver problemas de ingeniería y física matemática. En los elementos de geometrías complejas a los que se les aplican sistemas de cargas y están formados por materiales diversos, con cierta frecuencia, no es posible obtener una solución matemática exacta de forma analítica.

Las expresiones analíticas se basan en formulas matemáticas para obtener el valor de las variables objetivo. Dichas variables, pueden tomar un valor distinto para cada punto espacio-temporal del objeto de estudio.

Obtener la ley matemática que permite conocer el valor de una variable en cada punto y momento de un sistema mecánico, requiere normalmente, resolver ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales, que por la complejidad de la geometría, sistema de cargas o por las propiedades de los materiales, no tienen siempre solución analítica. En ciertos problemas, se pueden aplicar hipótesis que simplifican el modelo, pero de todas formas, influyen negativamente en la precisión del resultado.

Los métodos numéricos permiten buscar la solución del problema mediante un sistema de ecuaciones en diferencias de forma iterativa, en vez de un sistema de ecuaciones diferenciales.

En el método de los elementos finitos, el proceso de discretización consiste en transformar un sistema continuo en otro equivalente formado por pequeñas unidades (elementos finitos) de geometría simple, interconectadas en los puntos comunes de dos o más elementos, líneas de contorno o superficies.

De esta forma, se resuelve el problema aplicando las leyes físicas a cada uno de los elementos finitos y al combinarlos se obtiene la solución total. La exactitud del resultado depende del número de elementos discretos en que se divida el modelo y en el número de iteraciones realizadas, entre otros factores.

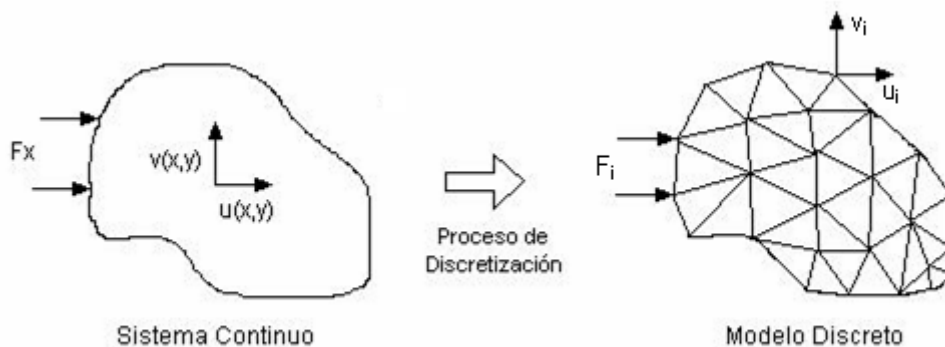


Figura 37. Discretización en elementos finitos.

En los problemas de tipo estructural es frecuente la necesidad de determinar los desplazamientos en cada nodo y las tensiones dentro de cada uno de los elementos que componen la estructura. La elevada cantidad de ecuaciones y operaciones que hay que resolver, hace necesario el empleo de herramientas de cálculo computacional. Es por esto que el desarrollo y éxito de los métodos por elementos finitos, está vinculado a la evolución de los sistemas informáticos. Desde el origen del MEF, ha sido clave el progreso en la tecnología de los ordenadores y de sus periféricos y los avances teóricos de nuevos conceptos computacionales.

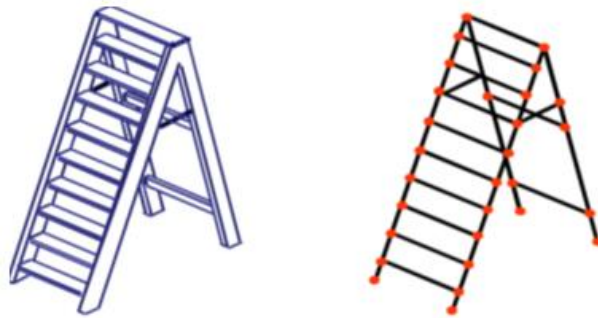


Figura 38. Sistema real y modelo por elementos finitos.

El método de elementos finitos es en la actualidad, una herramienta muy importante en el mundo de la ingeniería y cada vez se aplica en más procesos distintos y con mayor frecuencia. Se usa en el diseño y mejora de productos y aplicaciones industriales, así como en la simulación de sistemas físicos y biológicos complejos. En los sistemas de ingeniería avanzada como transportes, comunicaciones, etc., es un elemento indispensable.

Este método hace posible detectar problemas en el diseño con temperaturas, tensiones, vibraciones, etc. y así se pueden realizar cambios en el mismo antes de construir un primer prototipo. De esta forma, se consigue un primer prototipo mucho más fiable, reduciendo el número de ellos necesarios para llegar al producto final con el ahorro en tiempo y costes que eso implica.

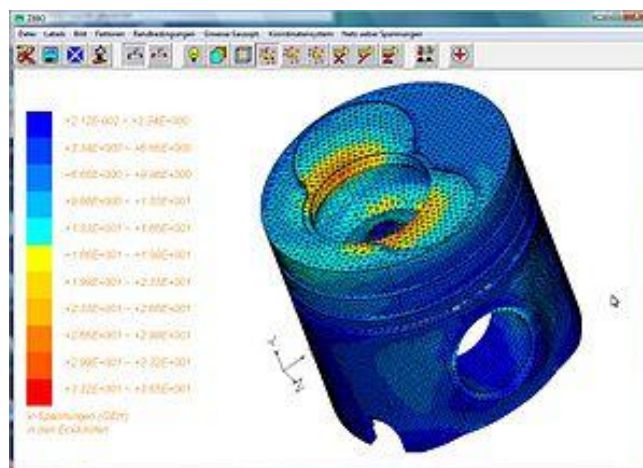


Figura 39. Software de elementos finitos.

5.1.1 Conceptos básicos.

❖ **Nodo**

El nodo es un punto de unión entre los elementos en los que se dividen las piezas del modelo. Cada nodo ocupa una posición con unas coordenadas respecto del sistema de referencia en el espacio donde están definidos los grados de libertad. Los grados de libertad asociados a este punto, representan los posibles movimientos que éste puede describir al someter a carga la estructura. También señalan qué fuerzas y momentos se transfieren de un elemento al siguiente. Los resultados de un análisis por elementos finitos como desplazamientos, tensiones, etc., suelen darse por nodos.

Los grados de libertad de un nodo dependen del tipo de elemento e indican asimismo qué tipos de fuerzas y de restricciones se transmiten a través del nodo hasta el elemento.

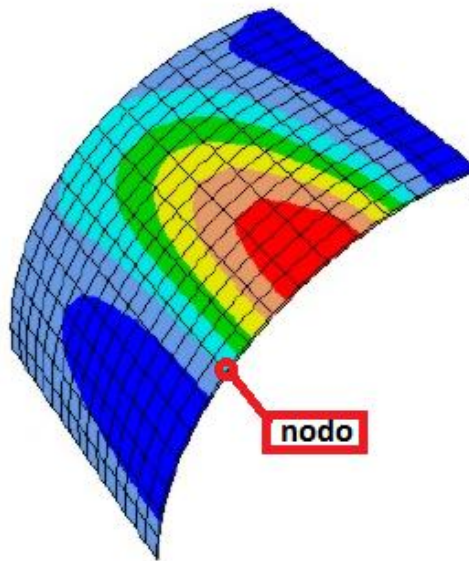


Figura 40. *Nodo en una superficie discretizada.*

❖ **Elemento**

El elemento es el componente constructivo fundamental para el análisis por elementos finitos. Establece la relación matemática existente entre los grados de libertad de dos nodos adyacentes.

Se emplean distintos tipos de elementos en el análisis por método de elementos finitos, dependiendo del estudio que se realiza y los resultados que se quieren obtener. Los principales tipos de elementos son:

- **Viga:** este tipo de elemento se usa para análisis de modelos esbeltos de dos o tres dimensiones. Los elementos se configuran con una sola dimensión en este caso; la longitud.

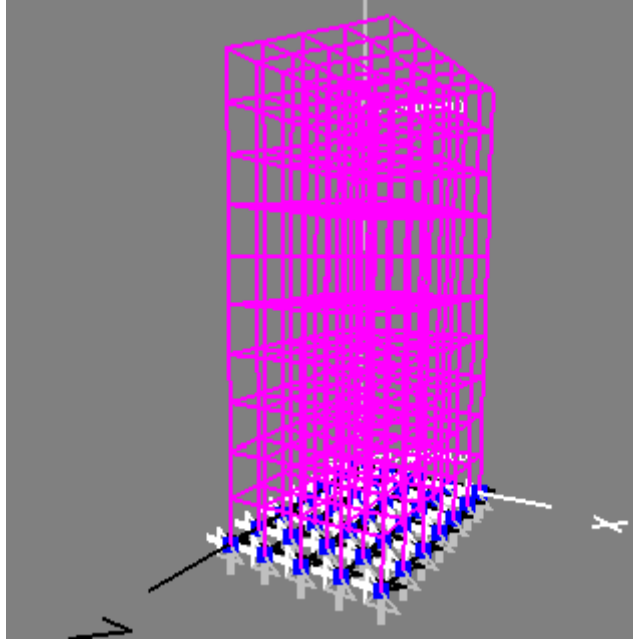


Figura 41. Elemento tipo viga con mallado.

- **Placa:** se usa para modelos con espesor delgado, en los que se puede suponer que la tensión varía de forma lineal con el espesor.

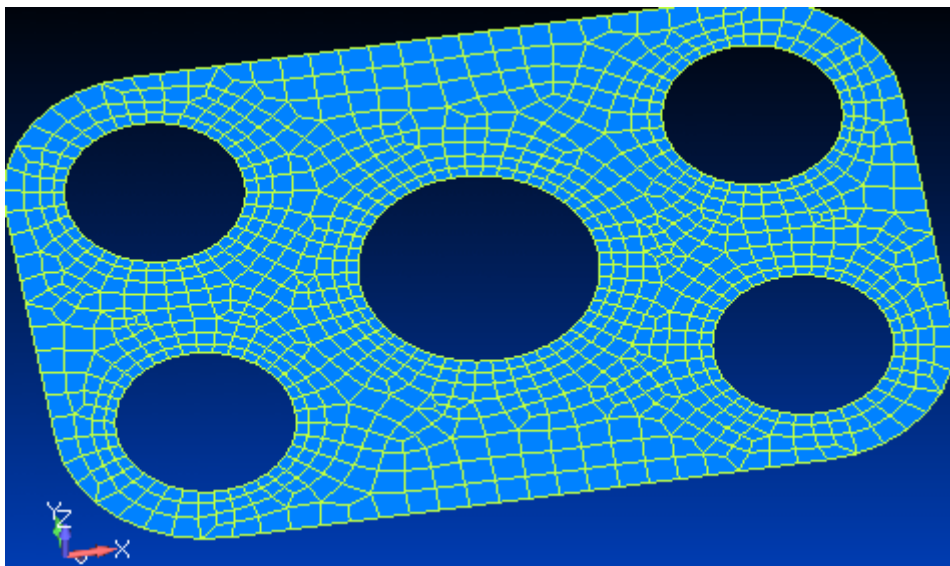


Figura 42. Elemento tipo placa con mallado.

- **Sólido:** el tipo de elemento más general. Según cada caso, los elementos de tipo sólido toman la forma de tetraedros, hexaedros, bloques, etc.

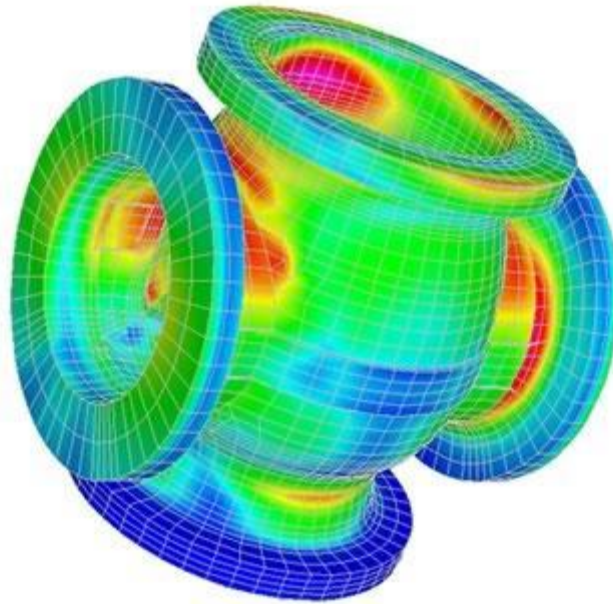


Figura 43. Elemento tipo sólido con mallado.

5.2 PROCESO DE ANÁLISIS CON ELEMENTOS FINITOS

El método de elementos finitos ofrece información muy completa, precisa y de forma muy eficiente tanto para la creación de un nuevo diseño como en la revisión para mejorar uno existente. El proceso de análisis con esta herramienta comprende, de forma general, el desarrollo de las siguientes etapas:

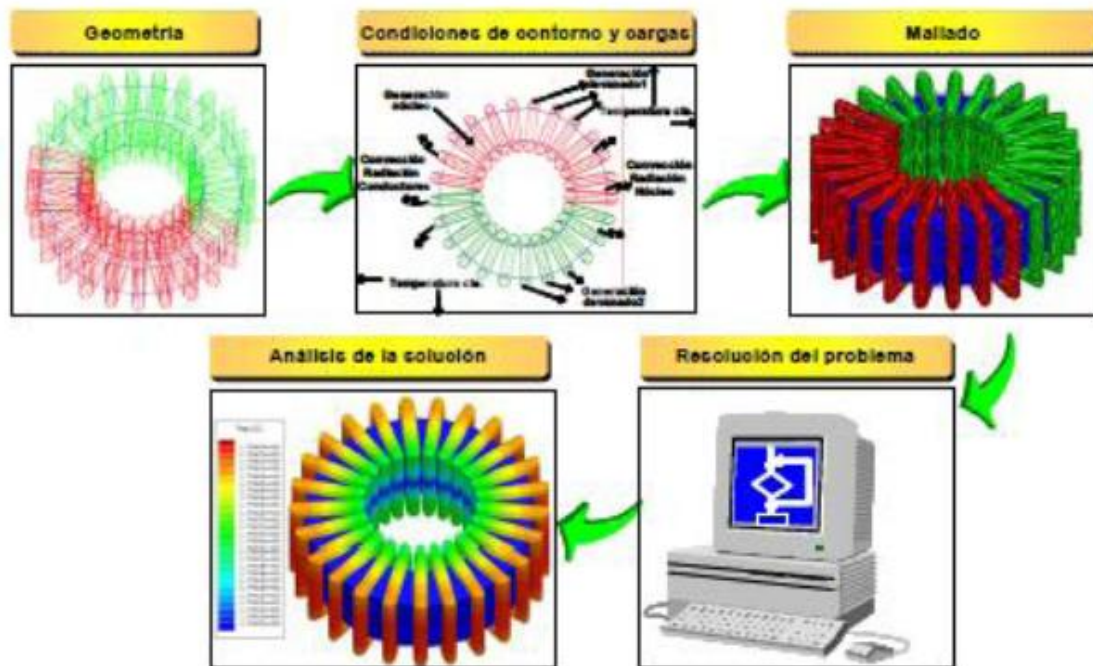


Figura 44. Proceso de resolución de problemas.

- ❖ **Definición de la geometría:** el primer paso es modelizar en formato virtual el objeto o conjunto que se va a someter a la discretización. Para este propósito, los programas de elementos finitos suelen incluir una herramienta de CAD. Dependiendo del caso, el modelo puede ser en dos o tres dimensiones.
- ❖ **Asignar propiedades materiales:** consiste en establecer las propiedades mecánicas, térmicas, eléctricas, etc., para cada uno de los objetos que se han generado en la fase anterior. Los programas de MEF tienen frecuentemente una base de datos de estas propiedades materiales para facilitar este proceso.
- ❖ **Asignar condiciones de contorno:** indicar las restricciones, apoyos, temperatura ambiente, etc.

- ❖ **Configurar sistema de cargas:** establecer un conjunto o varios, de las fuerzas puntuales, distribuidas, fuerzas de presión, calor generado, etc. a las que se someterá el objeto o conjunto para su estudio.
- ❖ **Creación de malla:** discretización del conjunto en los elementos en los que se aplicarán las ecuaciones apropiadas. Estos elementos en su conjunto, reciben el nombre de mallado. El mallado se puede realizar por defecto, o bien se puede crear una particularización para dar mayor densidad de nodos en aquellas zonas que lo necesiten. El mallado es una tarea clave para que los resultados sean lo más cercanos a la realidad y habitualmente se establece un compromiso de exactitud/tiempo de cálculo.
- ❖ **Cálculo:** este es el único paso que normalmente es automatizado y no interviene directamente el ingeniero. En esta etapa se resuelvan los sistemas matriciales de ecuaciones mediante métodos numéricos iterativos.
- ❖ **Análisis de solución:** estudio de los resultados y obtención de conclusiones mediante gráficas y tablas. Asimismo los programas de MEF incorporan normalmente herramientas de visualización del resultado.

5.3 APLICACIONES DEL MÉTODO

La resolución de problemas mediante elementos finitos es una herramienta que cada vez abarca un mayor campo de aplicaciones, haciendo de esta una herramienta muy versátil y valorada. El MEF se utiliza incluso en el campo de la medicina y la biomecánica en análisis relativos a la columna vertebral, cráneo, articulaciones, corazón, etc. De forma experimental aún, se usa en simulaciones de índole económico.

En ingeniería, normalmente se aplica el método a problemas tanto estructurales como no estructurales:

- ❖ Análisis de tensiones en el modelo. Especialmente los relacionados con la concentración de estas que generan agujeros, flancos y otros cambios en la geometría del cuerpo.
- ❖ Estudio de vibraciones. Para evitar efectos indeseados si el sistema trabaja a frecuencias cercanas a su frecuencia propia.
- ❖ Pandeo.

Dentro de los problemas no estructurales se incluyen:

- ❖ Flujo de fluidos, incluyendo filtración a través de medios porosos.
- ❖ Transferencias de calor.
- ❖ Transporte de masa.
- ❖ Distribución de potencial electromagnético.

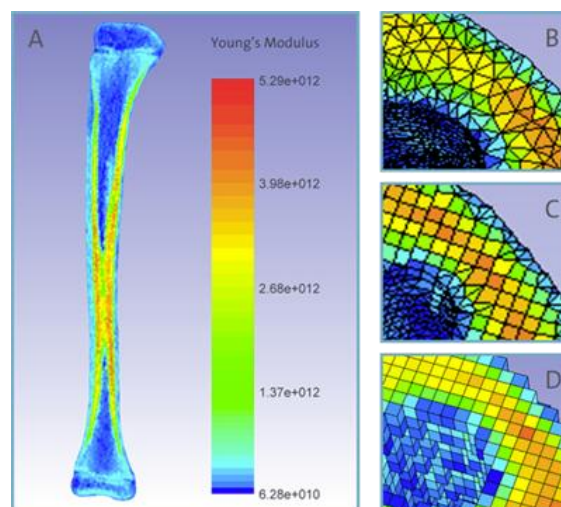


Figura 45. MEF utilizado en biomecánica.

5.4 VENTAJAS Y LIMITACIONES

El uso de herramientas MEF suponen un gran número de ventajas:

- Creación de cuerpos de modelos irregulares de manera fácil.
- El cuerpo del modelo puede estar compuesto de diferentes materiales ya que las ecuaciones se evalúan individualmente en cada nodo.
- Aplicación de las condiciones de carga sin dificultad.
- El número de condiciones de contorno aplicable es ilimitado.
- Modificar el tamaño de los elementos para hacer posible el uso de pequeños elementos cuando así se requiera.
- Alterar el modelo de elementos finitos es generalmente fácil y barato.
- Se pueden utilizar efectos dinámicos.
- Utilizar el comportamiento no lineal existente con grandes deformaciones y materiales no lineales.

Sin embargo, el empleo de herramientas MEF presenta asimismo algunas limitaciones:

- Los análisis con este método, calculan soluciones numéricas concretas y adaptadas a unos datos particulares de entrada. Esto provoca que no pueda hacerse un análisis de sensibilidad sencillo que permita conocer como variará la solución si alguno de los parámetros se altera ligeramente. Es decir, proporciona sólo respuestas numéricas cuantitativas concretas no relaciones cualitativas generales.
- Existe un margen de error en la solución que en general es desconocido. Si bien algunos tipos de problemas permiten acotar el error de la solución, debido a los diversos tipos de aproximaciones que usa el método, los problemas no lineales o dependientes del tiempo no permiten conocer el error.
- Con frecuencia, las aplicaciones prácticas requieren mucho tiempo para ajustar detalles de la geometría. Esto provoca con asiduidad problemas de mal condicionamiento de las mallas, desigual grado de convergencia de la solución aproximada hacia la solución exacta en diferentes puntos, etc. En general una simulación requiere el uso de numerosas pruebas y ensayos con geometrías simplificadas o casos menos generales que el que finalmente pretende simularse antes de empezar a lograr resultados satisfactorios.

5.5 INTRODUCCIÓN A CREO ELEMENTS/PRO

Creo Elements/Pro, anteriormente conocido como Pro/Engineer hasta 2010, es un producto paramétrico, integrado 3D de CAD/CAM/CAE creado por Parametric Technology Corporation (PTC) y ofrece grandes posibilidades de diseño como el diseño de elementos sólidos, modelado de conjuntos, análisis de elementos finitos, CN y herramientas de funcionalidad para ingenieros mecánicos.

Es un software muy popular entre los diseñadores mecánicos. Fue el primero en comercializarse como software asociativo de modelado paramétrico. La primera versión de Pro/Engineer salió al mercado en 1988.

Desde principios del siglo XXI, la interfaz de usuario se ha visto modificada de manera drástica, lo que han hecho de este programa, más intuitivo y fácil de aprender.



Figura 46. Imagen promocional de PTC.

Fue creado a mediados de los años 80 por Samuel P. Geisberg, convirtiéndose en el primer sistemas de diseño 3D CAD paramétrico de éxito. El modelado paramétrico usa parámetros, dimensiones, rasgos y relaciones captando el comportamiento deseado del producto, creando una lista que permite la automatización y la optimización del diseño y los procesos asociados a su desarrollo.

Una de las fortalezas de Creo Elements/Pro y el modelado paramétrico es que cualquier cambio que se efectúe en el diseño se refleja automáticamente en todos los elementos subsecuentes sin necesidad de convertir datos. Los módulos integrados de CAD/CAM/CAE del software son completamente asociativos, aportando a los ingenieros y diseñadores una ventaja distintiva.

Los datos son asociativos y permutables entre el CAD, CAE y módulos sin conversión. Un producto y sus listas de material enteras (BOM) pueden ser modelados con exactitud con dibujos totalmente asociativos procedentes de ingeniería, y la revisión controla la información.

Este software ahora mismo tiene como rivales en el mercado a otros bien conocidos como CATIA, NX (Unigraphics) y Solidworks.

Además de Creo Elements/Pro, PTC también ofrece otros productos informáticos como Windchill (gestión de contenidos y procesos), ProductView (simulación avanzada y visualización interactiva), Mathcad (cálculos de Ingeniería), Arbortext (publicación dinámica), Integrity (organiza, administra y da visibilidad a los procesos de desarrollo) y Servigistics (gestión del ciclo de vida de servicio).

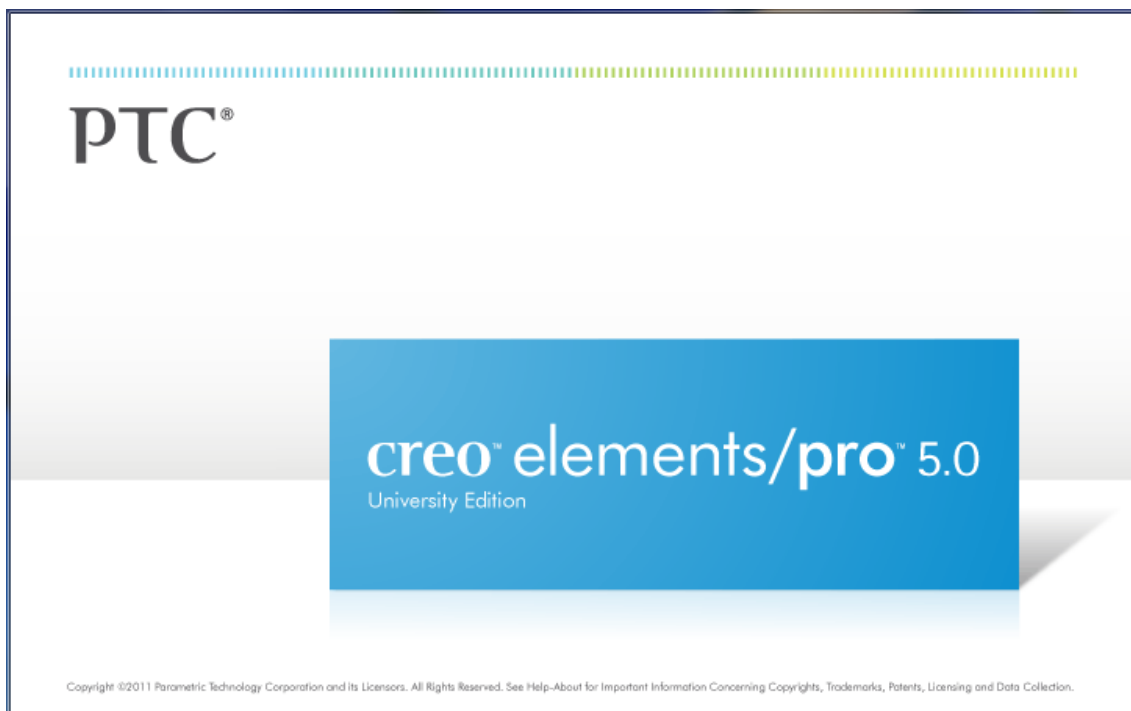


Figura 47. Versión del software del proyecto.

5.6 CAPACIDADES DEL PROGRAMA

El conjunto del programa y los distintos módulos integrados engloban una oferta de soluciones y funciones completa para el diseño industrial. Las características del producto pueden ser clasificadas en sus tres capacidades principales; diseño, análisis y fabricación.

5.6.1 Diseño.

El programa ofrece un amplio rango de herramientas que hacen posible la generación de una representación digital completa del producto que está siendo diseñado. Se pueden crear fácilmente productos de gran calidad con una amplia gama de funciones básicas de modelo, creación de planos 2D y 3D, chapa, soldadura y modelado de superficies complejas.

Además de los instrumentos de geometría básicos, existe también la capacidad de generar la geometría de otras disciplinas de diseño, tales como tuberías industriales estándares y circuitos de cableado completos.

Los instrumentos también están disponibles para incorporar el diseño de ECAD en el entorno de modelado 3D para permitir el desarrollo cooperativo, compartiendo así información de diseño compleja entre distintas aplicaciones y departamentos.

Estos instrumentos proporcionan conceptos de diseño industrial real, de manera que pueden ser usados como referencia antes de realizar el producto. Esta gama de bosquejos de diseño conceptuales facilita la obtención de datos y los hace comprensivos para los diseñadores.

Una de las características más que contiene este software, es la posibilidad de reproducir modelos y prototipos directamente a partir del modelo sólido en 3D, generando archivos en formato STL. Este formato aproxima el modelo sólido por pequeños triángulos o facetas, y el sistema de prototipado rápido genera la pieza a partir de la unión aditiva de líquidos, capa por capa, a partir de secciones transversales de la pieza obtenidas del modelo 3D.

El software incluye distintos módulos o extensiones que funcionan como ampliaciones del programa básico. En el apartado de diseño destacan:

❖ **Creo Interactive Surface Design Extension**

- La combinación de creación de superficies de forma libre y técnicas en un solo entorno significa la eliminación de la transferencia de datos entre el diseño y la ingeniería.

- Permite explorar con fiabilidad variaciones de diseños mediante cambios totalmente asociativos en cualquier momento.
- La interfaz de usuario intuitiva proporciona prestaciones directas de edición de superficies y feedback en tiempo real, y permite un diseño rápido y extremo de productos.
- Se pueden utilizar esbozos de conceptos 2D como referencia visual 'aproximada' en la creación de modelos 3D.
- Añade la posibilidad de trabajar con una ventana de modelado única con cuatro cuadrantes que permite crear, manipular y controlar directamente las curvas, las superficies y las conexiones.

❖ **Creo Advanced Assembly Extension**

- Contempla la opción de compartir y gestionar datos de diseño de conjuntos con mayor eficiencia utilizando interfaces predefinidas de modelos de esqueleto.
- Establece y automatiza la aplicación de reglas de diseño para que sólo se creen las relaciones adecuadas en el contexto de los diseños, lo que hará que éstos puedan ser modificados y reutilizados con facilidad.
- Gestiona pasos secuenciales exclusivos para generar modelos, vistas y listas LDM independientes en cada paso del proceso del conjunto.
- Permite crear planos de conjuntos y planes de proceso para proporcionar manuales detallados de instrucciones de fabricación, reparación y servicios.

5.6.2 Análisis.

Creo Elements/Pro contiene numerosas herramientas de análisis disponibles para estudios térmicos, estáticos, dinámicos y de fatiga, junto con otras herramientas, todas diseñadas con el fin de ayudar al desarrollo del producto. Estas aplicaciones incluyen factores humanos, tolerancias de fabricación, flujos de moldeo y optimización de diseño.

La optimización de diseño puede ser usada en un nivel de geometría con el fin de obtener las dimensiones de diseño óptimas, en conjunción con el análisis por elementos finitos.

❖ **Creo Behavioral Modeling Extension**

- Mejora los procesos de diseño detallado, ingeniería inversa y verificación y validación con el soporte de diseño para Seis Sigma y otras iniciativas de diseño eficaces.
- Integra los requisitos del diseño en los modelos para resolver los problemas de optimización que implican varios objetivos de diseño y satisfacer en todo momento los criterios de rendimiento.
- Evalúa la sensibilidad de los modelos y conozca los efectos de los cambios en los objetivos de diseño.
- Integra los resultados con aplicaciones externas.
- Habilita la consideración de todos los requisitos de diseño, con independencia del método de construcción, para producir diseños óptimos.

❖ **Creo Mechanism Dynamics Extension**

- Permite visualizar cómo las fuerzas dinámicas, la aceleración y la velocidad afectan al modelo del producto digital con la ayuda de flechas de vectores codificadas con colores.
- Realiza diversos tipos de análisis entre los que se incluyen el de estado estadístico o estable (reposo), el dinámico (cálculo de la fuerza frente al tiempo) y el de equilibrio de fuerzas (determinación de la fuerza requerida para mantener la configuración deseada del mecanismo).
- Crea animaciones de alta calidad directamente a partir de las simulaciones dinámicas
- Reduce el tiempo y los costes del desarrollo de productos asociados a la creación de varios prototipos físicos y a las iteraciones de diseño

❖ **Creo Simulate**

- Realiza tipos de análisis CAE estándar, incluidos estático lineal, modal, de torsión, de contacto y térmico de estado fijo.

- Obtiene datos de rendimiento reales mediante la aplicación directa de condiciones a la geometría de diseño sin necesidad de conversión de datos.
- Convergencia de soluciones rápida y automática, asignada con precisión a la geometría CAD subyacente.
- Aumenta la innovación mediante el diseño simultáneo y la simulación de los resultados de las variaciones de diseño.
- Reduce los costes de desarrollo mediante la disminución o eliminación de prototipos físicos y una interfaz de usuario productiva que se puede utilizar en ingeniería.
- PTC Creo Advanced Simulation Extension permite más funciones de análisis no lineal y simulación 3D avanzada.

5.6.3 Fabricación.

La capacidad de manufactura de Pro/ENGINEER se encuentra en sus soluciones de control numérico y de herramientas que permiten a los fabricantes crear herramientas, trayectorias de herramientas de CN y programas de inspección mientras se realiza el trabajo de diseño de productos. Al compartir y usar directamente los diseños de Creo, los ingenieros de producción y de creación de herramientas participan en el proceso en una fase temprana y pueden influir en los diseños antes de su finalización.

5.6.4 Tipos de archivos generados.

Cuatro de los tipos de archivos más reseñables generados por los distintos módulos de este software son los siguientes:

- Assembly (*.ASM): Archivo de conjunto. Un archivo tipo Conjunto puede contener uno a más archivos de tipo conjunto o tipo pieza.
- Part (*.PRT): Archivo de pieza. Un archivo de pieza está formado por un conjunto de funciones (extrusiones, cortes, agujeros, redondeos, etc.).
- Drawing (*.DRW): Archivo de dibujo. Un archivo de dibujo es un plano en 2D formado por vistas provenientes de los modelos 3D citados previamente.
- Step (*.STP): Archivo CAD. Los archivos STEP son el formato internacional desarrollado para cubrir algunas limitaciones de las normas de conversión de datos.

5.7 COMPATIBILIDAD DE LOS DATOS

- ❖ Compatibilidad de Associative Topology Bus™ para Pro/ENGINEER.
- ❖ Soporta del Kernel para ACISTM, Parasolid™ y Granite®.
- ❖ Conversores directos para CADD5 y DWG de AutoCAD®.
- ❖ Conversores estándar: DXF de AutoCAD®, IGES, STEP, SET, VDA, ECAD, CGM, COSMOS/M, PATRAN® y ficheros de geometría SUPERTAB™, SLA, JPEG, TIFF, RENDER, VRML.
- ❖ Al ser compatible con Mathcad, el software de cálculo de ingeniería de PTC, permite integrar las hojas de trabajo de Mathcad con el diseño para predecir el comportamiento y determinar los parámetros y las cotas esenciales.

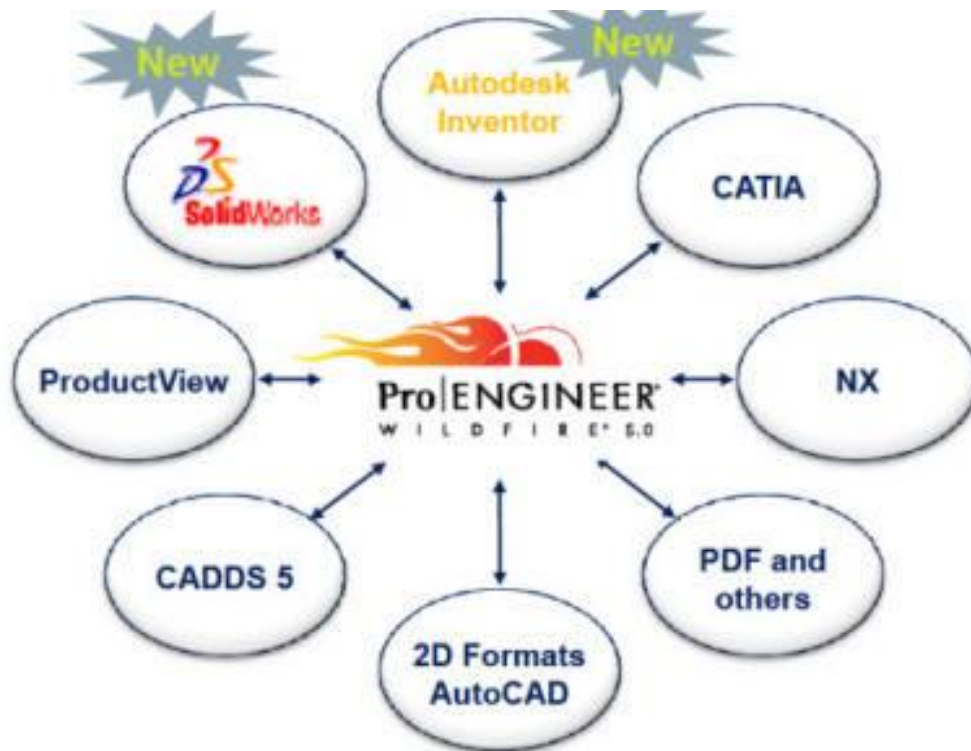


Figura 48. Esquema de Compatibilidades.

5.8 ENTORNO DE CREO ELEMENTS/CREO

Creo Elementos/Pro cuenta con un entorno de trabajo muy completo, diseñado de la forma más sencilla posible para ser accesible a cualquier usuario desde un primer momento. La estructura básica de su interfaz, recuerda a otros programas de trabajo que funcionan en sistemas operativos Windows.

En la siguiente figura se observa las distintas zonas que componen la pantalla de trabajo.

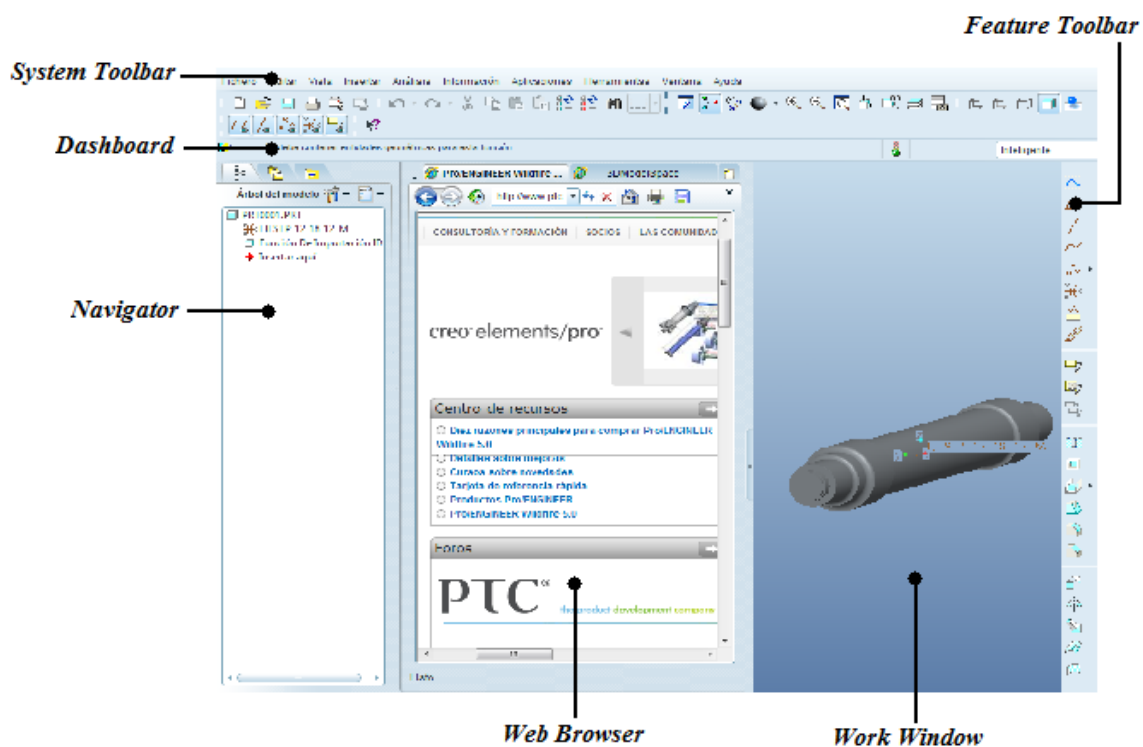


Figura 49. Interfaz de Creo Elements/Pro.

1. **Work Window** (Ventana de Trabajo): es la ventana principal de trabajo en la que se representa el modelo geométrico.
2. **Navigator** (Navegador): es la zona en donde se sitúa el Model Tree o árbol del modelo, en el que podemos ver los distintos pasos realizados sobre el mismo. Varía si se trata de un conjunto (assembly) o de una pieza (part). Además, desde este árbol se puede transitar entre capas.
3. **System Toolbar** (Barra de herramientas del sistema): es la zona de las herramientas del sistema que presenta diferentes menús e iconos para interactuar sobre la visualización y representación del modelo.

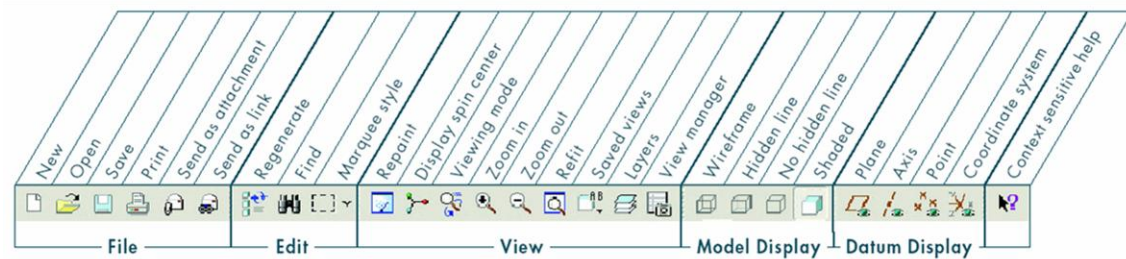


Figura 50. Barra de herramientas del sistema.

4. **Feature Toolbar** (Barra de herramientas del módulo): esta barra de iconos permite acceder a las funciones de construcción y edición más habituales de Creo Elements/Pro. Varía en función de la operación que se esté realizando.

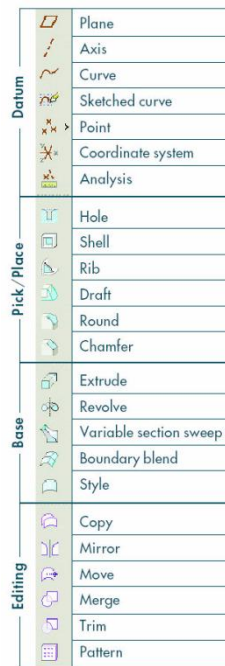


Figura 51. Barra de herramientas del módulo.

5. **DashBoard** (Tablero de instrumentos): guía activa que describe los pasos necesarios durante el proceso de creación de un modelo. Incluye entre otros el "Message Area" (información sobre el estado de la operación) y el "Status Bar" (información sobre el menú/icono que se selecciona).



CAPÍTULO 6

Planteamiento del Problema y Metodología



6.1 DESARROLLO DEL OBJETO DE ESTUDIO

En el capítulo primero, se dedica un apartado a establecer, de forma general, los objetivos que se pretenden conseguir con la realización del presente proyecto. Principalmente, el proyecto trata de analizar la relación entre los modos propios de vibración del eje y el avance de las grietas que se generan a causa de la fatiga mecánica; este es el problema más frecuente en los ejes puesto que tienen varias zonas en las que se concentran tensiones y están sometidos a cargas cíclicas constantemente debido a la rodadura.

El objetivo último, es evitar la rotura en servicio de un eje ferroviario, lo cual casi siempre tiene consecuencias catastróficas al provocar el descarrilamiento del tren. Este fatal accidente puede ser mucho peor para ejes huecos, ya que estos se utilizan en trenes de alta velocidad y que el tren descarrile a estas velocidades, es mucho más grave. Además, los trenes de alta velocidad se emplean, al menos hasta nuestros días, para el transporte de pasajeros, lo cual ante un potencial accidente, supone un riesgo terrible para vidas de personas humanas en casi todos los casos.

En los albores del ferrocarril, no había mucho conocimiento aún sobre el fenómeno de fatiga mecánica, así que el tipo de mantenimiento ferroviario imperante era correctivo, esto es, la pieza se cambiaba cuando se había producido la fractura. El mantenimiento de tipo preventivo, en el que se cambiaba la pieza antes de la fractura, era limitado y los métodos de detección de la grieta, para poder evitar la rotura, eran poco más que la observación a simple vista.

Hoy en día, los métodos para detectar una falla en la integridad estructural de un componente mecánico en una revisión de mantenimiento, se agrupan en los llamados Ensayos No Destructivos (END). Estos ensayos han evolucionado mucho y su desarrollo sigue siendo clave para alcanzar una mayor eficacia en los mantenimientos. Detectar el desarrollo de grietas a tiempo, evita accidentes que de otra forma serían fatales.

El futuro de la investigación y aplicación del conjunto de estas técnicas y tecnologías, es el del mantenimiento predictivo, el cual trata de poder tener un seguimiento del estado mecánico de los componentes clave y predecir el momento del fallo por fatiga. La consecución de este objetivo, implicaría unos grandes ahorros en mantenimiento, inspección y un mayor aprovechamiento de estos componentes.

En este sentido, estudiar la relación entre los modos de vibración y el avance de las grietas, podría ser muy beneficioso para poder aplicar un mantenimiento predictivo en ejes ferroviarios mediante acelerómetros acoplados en los ejes. De este modo no sería necesario desmontar el eje ni parar el tren para inspeccionar el estado de los ejes.

En el caso del presente proyecto, el estudio se basa en la tecnología de detección de grietas conocido como PCRT (Procces Compensated Resonance Testing), el cual ha sido introducido en el capítulo tercero. Analizando la influencia de la presencia de grietas en el cambio de las frecuencias de los modos propios de vibración del eje, se espera obtener unos resultados y conclusiones que sean de utilidad para el desarrollo y optimización de la tecnología PCRT.

El proyecto se enmarca en una línea de investigación del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid que hasta ahora había realizado estudios similares sobre ejes ferroviarios macizos.

Para llevar a cabo el objetivo del proyecto, se utiliza el software Creo Elements/Pro, descrito en el capítulo anterior.

6.2 CARACTERÍSTICAS DEL EJE FERROVIARIO

Este apartado presenta la geometría del eje hueco y el material del que se fabrica junto con las principales propiedades de este.

6.2.1 Geometría del eje.

El plano completo se adjunta en el anexo, al final del proyecto. Este eje concreto es de un modelo de RENFE para trenes de alta velocidad. Este documento gráfico, es en el que se basa el modelado en Creo Elements/Pro para generar una representación geométrica exacta.

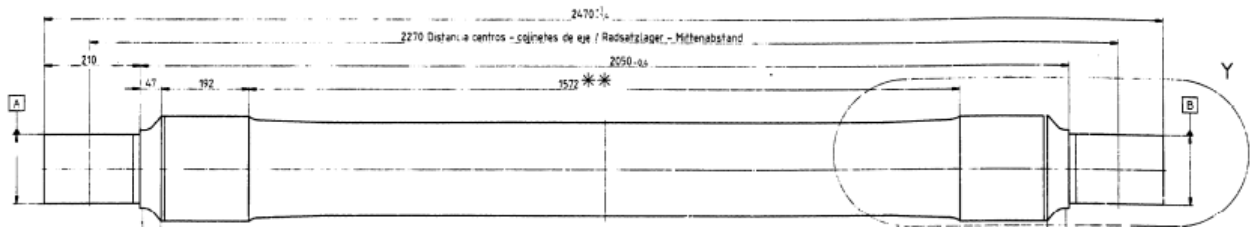


Figura 52. Plano del eje hueco.

En la siguiente figura se observa el detalle Y, el extremo del eje, con información precisa sobre cotas, tolerancias, radios de acuerdo, etc.

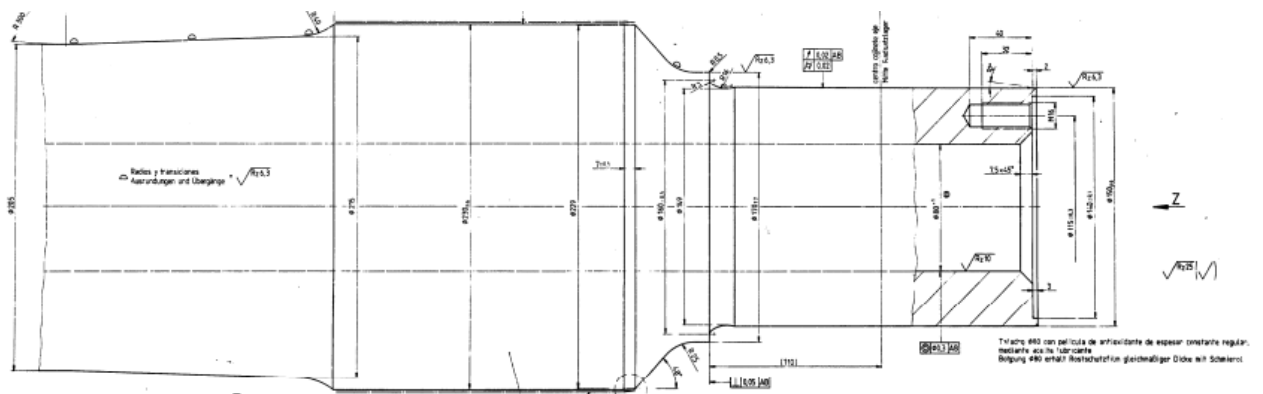


Figura 53. Detalle del extremo del eje.

6.2.2 Material del eje.

El material de construcción del eje que se establece en el análisis, es acero al carbono templado A1N, ampliamente extendido en la fabricación de ejes ferroviarios, cuyas principales propiedades son:

- ❖ Resistencia última a tracción= 600 MPa.
- ❖ Límite elástico= 395 MPa.
- ❖ Módulo de Young = 210 GPa.

Estos valores son necesarios para que el software resuelva los sistemas de ecuaciones iterativos que se originan al aplicar las leyes físicas a los distintos nodos del eje discretizado.

6.3 METODOLOGIA DEL PROYECTO

Queda pues establecido el marco teórico, el objeto de estudio y los objetivos. Las características fundamentales para el análisis del eje están definidas, con lo que en el presente apartado se describe el proceso que se sigue para estudiar los modos propios de vibración del eje y su relación con las distintas grietas modelizadas.

❖ Modelado del eje

El primer paso técnico del proyecto es el de crear el modelo del eje en Creo Elements/Pro. En primera instancia se diseña el boceto en 2D, para más tarde mediante la aplicación de extrusión por revolución, crear el eje sólido en 3D. El siguiente paso es el de caracterizar el material y las condiciones de contorno.

❖ Análisis modal previo

Para mayor seguridad en este momento del estudio, se realiza una serie de análisis previos. Se buscan resultados similares, teniendo en cuenta el margen de error, a los obtenidos en otros proyectos de la misma índole del departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III.

❖ Evaluación de la influencia de las roscas del extremo

En ambos extremos del eje, hay cuatro roscas con el fin de colocar tapas que aislen del exterior el hueco del eje. Estos elementos del modelo sólido del eje, pueden concentrar nodos en la discretización del mismo que aumenten el tiempo de cálculo a pesar de que la influencia de estas roscas en el resto del eje podría ser insignificante. Se realiza un análisis previo para decidir sobre su exclusión o no del modelo definitivo.

❖ Modelado del avance de grieta causada por fatiga

Se realiza una simulación del avance de la grieta que se produce en la fatiga mecánica. La finalidad principal es la de analizar la repercusión en el comportamiento modal del aumento de profundidad de una grieta. Para ello, se destacan ocho posiciones características del eje en las que se modelizará el avance de la grieta mediante cortes de tamaño progresivo al modelo del eje.

❖ Cálculo de modos propios de vibración

Mediante el MEF, el software calculará los modos propios de vibración del eje tanto en modo libre como en el modo con las restricciones de movimiento aplicadas para el eje en estado nuevo y los distintos modelos de eje con grieta.

6.3.1 Simulación del avance de grieta.

Se eligen las posiciones para simular el avance de la grieta en zonas críticas como centro del eje, cambios de sección y demás zonas con predisposición a sufrir fallo por fatiga. Las ocho posiciones elegidas para el estudio, son las que se muestran en la siguiente figura.

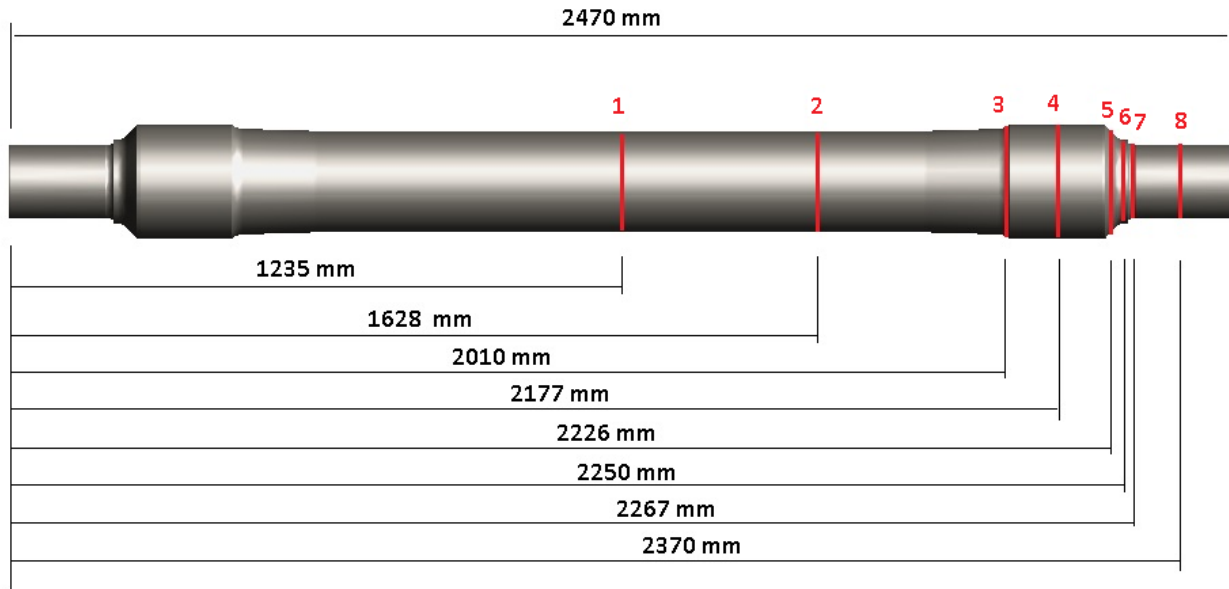


Figura 54. Posiciones de avance de grieta.

El modelo de grieta que se simula es el que se generaría con un disco de corte del mismo diámetro que el del eje en la zona concreta de cada posición.

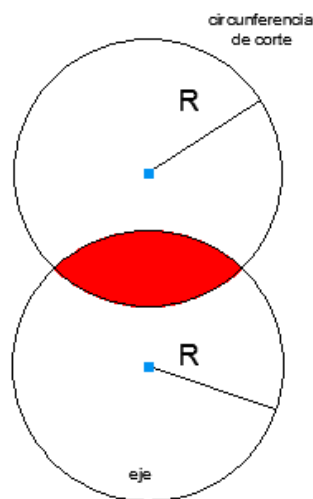


Figura 55. Modelo de grieta.

El tamaño de la grieta estará definido por el porcentaje del radio del eje que estará invadido por la grieta. El ancho de la grieta es de 0,6 mm, pues es una medida estandarizada en anteriores proyectos llevados a cabo en el Departamento de Ingeniería Mecánica. En este proyecto, los tamaños de grieta que se proponen para simular el avance por fatiga son:

- ❖ Grieta 7% del radio.
- ❖ Grieta 14% del radio.
- ❖ Grieta 28% del radio.
- ❖ Grieta 42% del radio.
- ❖ Grieta hasta el punto de corte con el hueco interno.

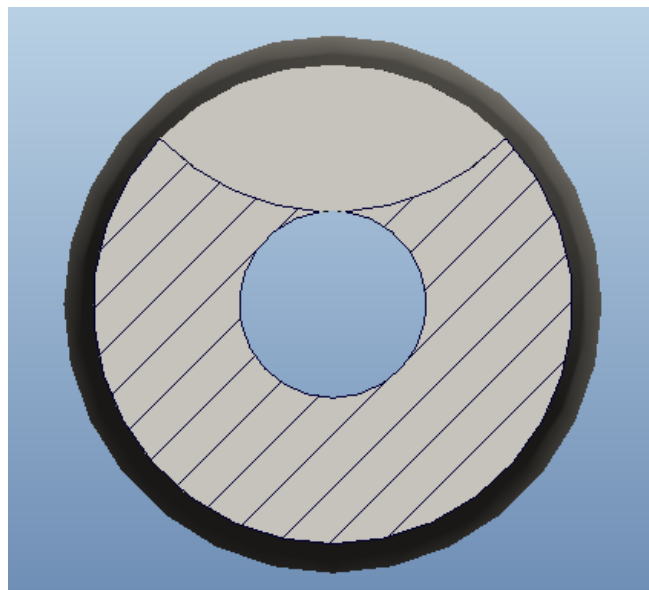


Figura 56. Grieta hasta el punto de corte.

En resumen, son cinco avances de grieta en cada una de las ocho posiciones. Puesto que se realizan los análisis tanto con el eje libre como con el eje restringido, el número de análisis realizados en el proyecto es de 80 análisis para eje con grieta más 4 análisis (libre y restringido para modelo normal y simplificado) para eje sano. El número total de análisis del proyecto es de 84.



Figura 57. Grieta real producida por fatiga en eje ferroviario.

6.3.2 Cálculo del área engendrada por la grieta.

El área de la grieta es un factor importante puesto que en el desarrollo del fenómeno de fatiga, cuanto mayor sea el área de la grieta, menor será el área eficaz de la sección que soporta el esfuerzo interno. Llega un momento crítico en el que el área eficaz no es suficiente para resistir el esfuerzo al que está sometido el eje y se produce la fractura.

Asimismo el cálculo del área de grieta para cada tamaño y posición, permitirá establecer una relación entre las frecuencias obtenidas en el análisis modal y el área de las grietas.

Puesto que es una intersección de dos círculos con radios iguales, se genera una zona compuesta por dos segmentos circulares iguales. El área total será la suma de ambos segmentos.

$$A^* = \frac{A}{2} = \frac{R^2}{2} \cdot (\theta - \sin\theta) \quad \rightarrow \quad \boxed{A = R^2(\theta - \sin\theta)}$$

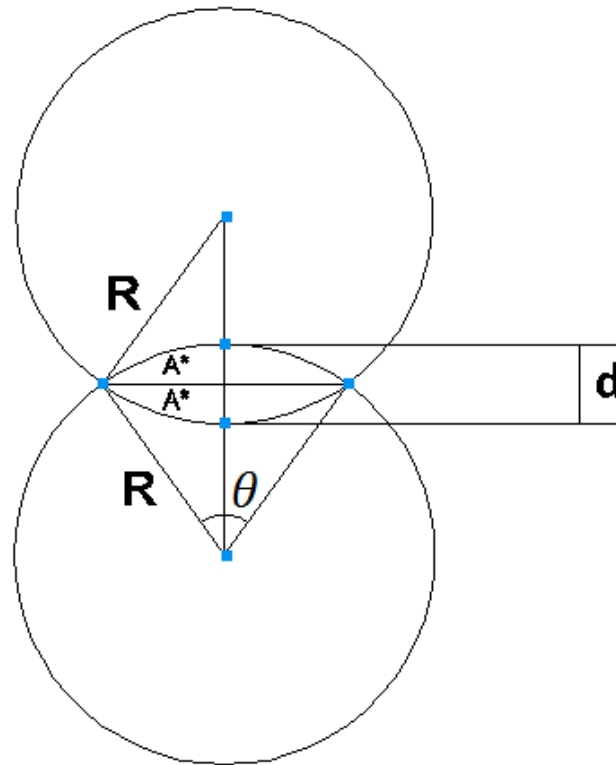


Figura 58. Esquema de parámetros del diseño de grieta.

Luego para calcular el área de la grieta es necesario conocer el ángulo θ para cada inserción radial, pero este puede ser calculado de forma sencilla mediante formulas geométricas simples.

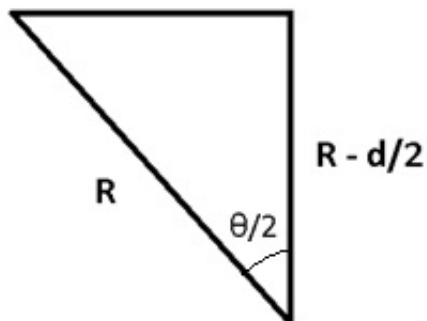


Figura 59. Relación trigonométrica.

Según la definición de coseno,

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{R - \frac{d}{2}}{R} = 1 - \frac{d}{2R}$$

Luego el ángulo es;

$$\left(\frac{\theta}{2}\right) = \arccos\left(1 - \frac{d}{2R}\right)$$

$$\theta = 2 \cdot \arccos\left(1 - \frac{d}{2R}\right)$$

Siendo 'd' la inserción radial que se define como $d = I \cdot R$, donde 'I' es la relación de inserción radial en tanto por uno. En la siguiente tabla se muestran los distintos valores de inserción radial en milímetros según posición y tamaño.

Tabla 1. Inserción radial 'd' en milímetros según posición.

	R (mm)	d(7%)	d(14%)	d(28%)	d(42%)	d(Corte)
Posición 1	102,5	7,175	14,350	28,700	43,050	63,000
Posición 2	102,5	7,175	14,350	28,700	43,050	63,000
Posición 3	109,1	7,637	15,274	30,548	45,822	69,565
Posición 4	115,0	8,050	16,100	32,200	48,300	75,500
Posición 5	100,6	7,042	14,084	28,168	42,252	61,062
Posición 6	85,0	5,950	11,900	23,800	35,700	45,526
Posición 7	74,9	5,243	10,486	20,972	31,458	35,426
Posición 8	75,0	5,250	10,500	21,000	31,500	35,500

El valor de la inserción radial 'd' para el punto de corte, se obtiene restando al radio del eje, el radio del hueco interior del mismo. Sin embargo, el modelo de grieta hasta el punto de corte, crea una tangencia entre la grieta y el hueco interior difícil de interpretar para el software, que es incapaz de generar una malla satisfactoria para el modelo resultante. Para salvar la tangencia y generar un mallado correcto en el modelo, se añadirá 0,5 milímetros más de inserción.

$$d(corte) = R_{eje} - R_{hueco} + 0,5(mm)$$

Por tanto, aplicando la fórmula del área de grieta total para cada posición e inserción radial, se tienen todas las distintas áreas de los 40 modelos de grieta totales.

Tabla 2. Área total de grieta según posición e inserción radial.

	Área Total (mm ²)					
	R (mm)	7%	14%	28%	42%	Corte
Posición 1	102,5	258,072	726,048	2031,358	3690,487	6429,864
Posición 2	102,5	258,072	726,048	2031,358	3690,487	6429,864
Posición 3	109,1	292,376	822,559	2301,379	4181,051	7682,315
Posición 4	115,0	324,854	913,930	2557,022	4645,491	8903,763
Posición 5	100,6	248,593	699,380	1956,747	3554,937	6082,217
Posición 6	85,0	177,472	499,293	1396,936	2537,896	3620,534
Posición 7	74,9	137,802	387,687	1084,682	1970,605	2344,894
Posición 8	75,0	138,170	388,723	1087,580	1975,870	2353,746

6.3.3 Condiciones del análisis modal.

Las condiciones del análisis hace referencia al tipo de mallado con el que se discretiza el modelo del eje y los parámetros de convergencia, orden de polinomios y demás características del cálculo por elementos finitos.

Se analizará el eje en los distintos casos para obtener las 60 primeras frecuencias propias de vibración para tener un margen amplio de búsqueda de modos críticos. Con este valor, se obtendrán frecuencias máximas que oscilaran entre 7.000 Hz y 8.000 Hz.

❖ Malla de elementos finitos

En función del mallado, el software dispondrá de un mayor o menor número de nodos en los que resolver las ecuaciones. Sin embargo, un número muy elevado de nodos requeriría de muchos más cálculos y por tanto, mucho más tiempo de cálculo necesario. Ahora bien, un número muy bajo de nodos, haría descender la precisión y calidad de los resultados. Por lo tanto, hay que buscar una solución de compromiso que tenga en cuenta ambos aspectos.

En los estudios de sensibilidad previos del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad, se comprobó que el mallado por defecto tenía una mejor respuesta en precisión vs. tiempo de cálculo que otras propuestas de mallado probadas.

Se comprobó que el mallado por defecto, pese a parecer demasiado grueso, con un valor elevado de Plotting Grid obtiene valores muy próximos a los de los mallados más densos.

Se eligió por tanto este tipo de mallado como modelo más óptimo en los análisis modales, dada su fiabilidad antes los errores de solver, y sobre todo por su excepcional relación en la precisión de resultados frente al tiempo invertido.

Por lo tanto, para el presente proyecto, se empleará el mallado por defecto sobre el eje hueco ferroviario. La malla por defecto, creada con la herramienta 'AutoGEM', genera en el modelo del eje un total de 4764 elementos y 1584 nodos.

❖ Parámetros del análisis

Del mismo modo, la elección de los parámetros del análisis de elementos finitos condiciona la precisión de los resultados y el tiempo necesario para calcularlos.

Estos parámetros fueron igualmente estudiados en los estudios de sensibilidad del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad, adoptando una

configuración de parámetros optima para los análisis modales con elementos finitos de ejes ferroviarios.

Los parámetros de análisis óptimos según los estudios de sensibilidad del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad son:

1. Método de resolución 'Multi-Pass Adaptative'.
2. Máximo orden de polinomio = 9.
3. Criterio de convergencia = 2%.
4. Plotting Grid = 10.

6.3.4 Formato de resultados.

Se sigue un esquema estandarizado en la presentación de los resultados que es idéntico tanto para el eje libre con grieta como para el eje restringido con grieta.

Resultados generales

- ❖ Tablas y gráficas de valores de frecuencias propias para cada posición.
- ❖ Tablas de diferencias porcentuales de frecuencias respecto del eje sano para cada posición y tabla de diferencias porcentuales medias por posición y tamaño de grieta
- ❖ Tabla y gráfica de media de diferencias porcentuales respecto del eje sano.
- ❖ Tablas de diferencias unitarias de frecuencias respecto del eje sano para cada posición y tabla de diferencias unitarias medias por posición y tamaño de grieta
- ❖ Tabla de media de diferencias unitarias respecto del eje sano.

Relación frecuencia/área de grieta

- ❖ Gráficas de relación frecuencia/área de grieta para cada modo.
- ❖ Tabla de funciones de línea de tendencia y valor R^2 para posición 1.
- ❖ Gráfica de doble entrada de pendiente frente a coeficiente R^2 para cada modo.

6.4 SIMPLIFICACIONES CONSIDERADAS

Puesto que el objetivo fundamental del proyecto es el estudio de las frecuencias asociadas a los modos propios de vibración y su relación con el avance de grieta, se asumen las siguientes simplificaciones:

1. Se realiza el estudio sobre los 60 primeros modos propios de vibración mediante el software Creo Elements/Pro tanto para el eje libre, como para el eje restringido (con las condiciones de contorno que tendría con las ruedas montadas en el eje).
2. Los análisis reales de las empresas del sector se realizan con el eje aislado, por lo tanto no es sometido a ningún esfuerzo externo ni se tiene en cuenta el frenado ni las fuerzas aplicadas por las zapatas sobre la banda de rodadura ni ningún esfuerzo asociado a condiciones externas de trabajo.
3. Se estudia únicamente el comportamiento modal del eje en solitario. El comportamiento total del eje montado completo, no se incluye en este proyecto y se propone como trabajo futuro a realizar dentro del departamento.



Figura 60. Eje ferroviario en estudio mediante PCRT.



CAPÍTULO 7

Modelización de Eje y Grietas en Creo Elements/Pro




7.1 MODELADO DEL EJE

En este apartado se describe la creación del modelo geométrico del eje hueco mediante el software Creo Elements/Pro.

Para definir el modelo del eje, se utiliza el módulo 'Estándar'. Además de la geometría, es imprescindible establecer el tipo de material y sus propiedades físicas así como las condiciones de contorno.

7.1.1 Desarrollo de la geometría.

Es recomendable establecer el directorio de trabajo en el que se almacenarán los archivos temporales y se guardarán los distintos modelos realizados. Para crear el nuevo elemento en Creo Elements/Pro, debe seleccionarse 'Fichero → Nuevo → Pieza' en la barra de herramientas. De esta forma se genera un nuevo archivo de pieza sólida con extensión '.prt'.

El primer paso a la hora de diseñar cualquier pieza es seleccionar el plano de trabajo sobre el que ha de realizarse el primer esbozo. Así pues, se pulsa sobre el botón de 'Esbozo' , y se selecciona el plano de trabajo en cuestión.

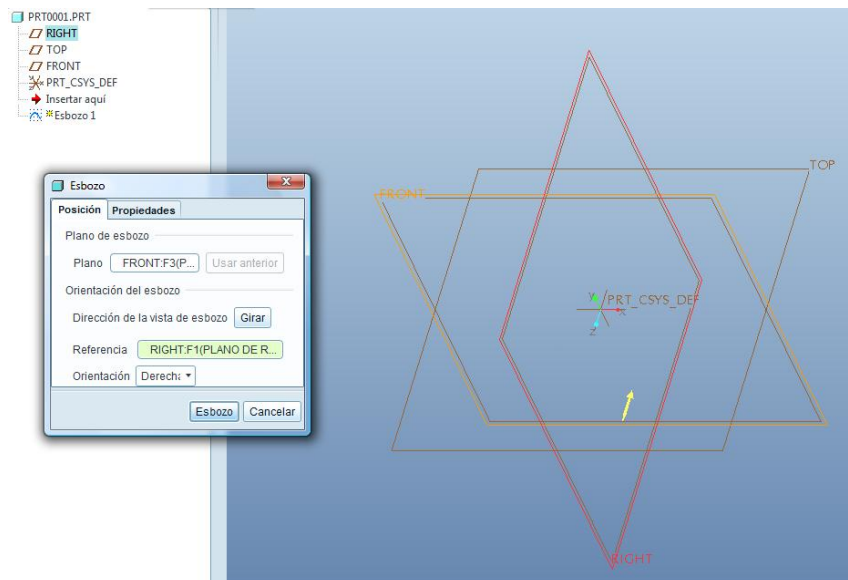


Figura 61. Selección del plano de trabajo.

En este caso, se selecciona el plano 'Front' sobre el que se dibujará el boceto de medio perfil del eje, de modo que por revolución sobre el eje de simetría se pueda crear el modelo sólido.

Figura 62. Perfil de revolución del eje.

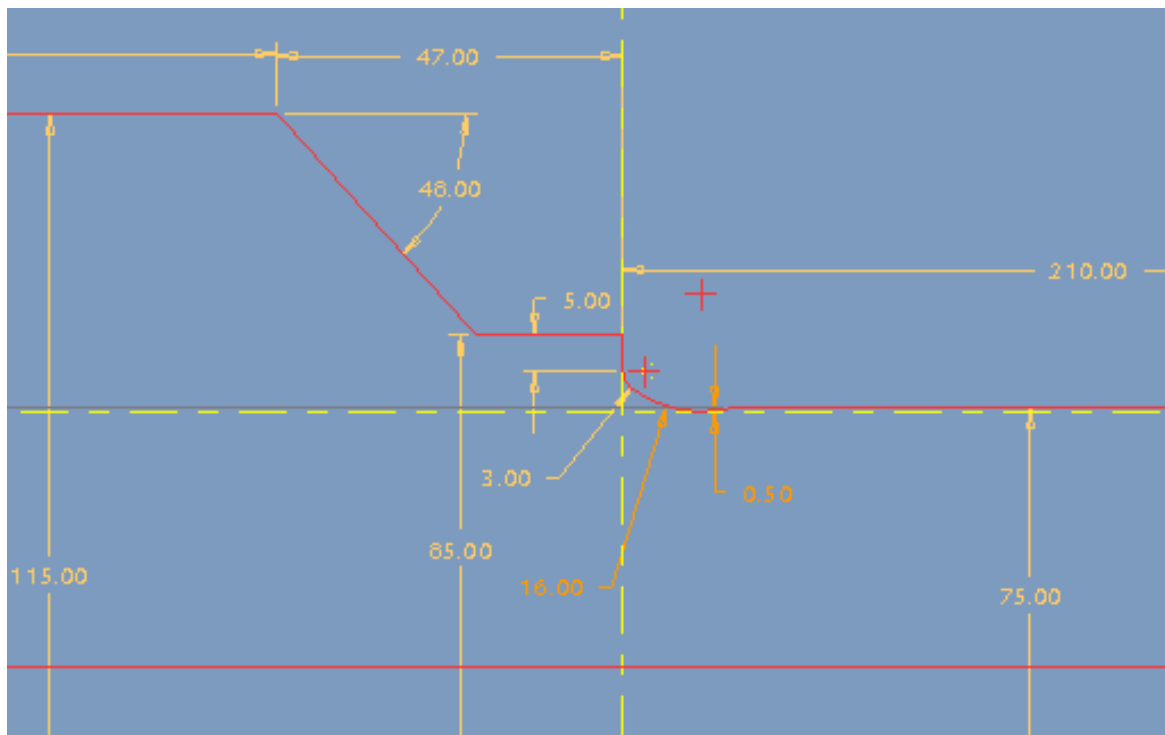



Figura 63. Detalle del perfil.

Con el esbozo en 2D del perfil superior del eje, se realiza la operación de revolución para obtener el modelo en 3D. Para ello se hace uso de la herramienta de 'Revolución' , donde se define el eje de revolución y la operación se realiza automáticamente.

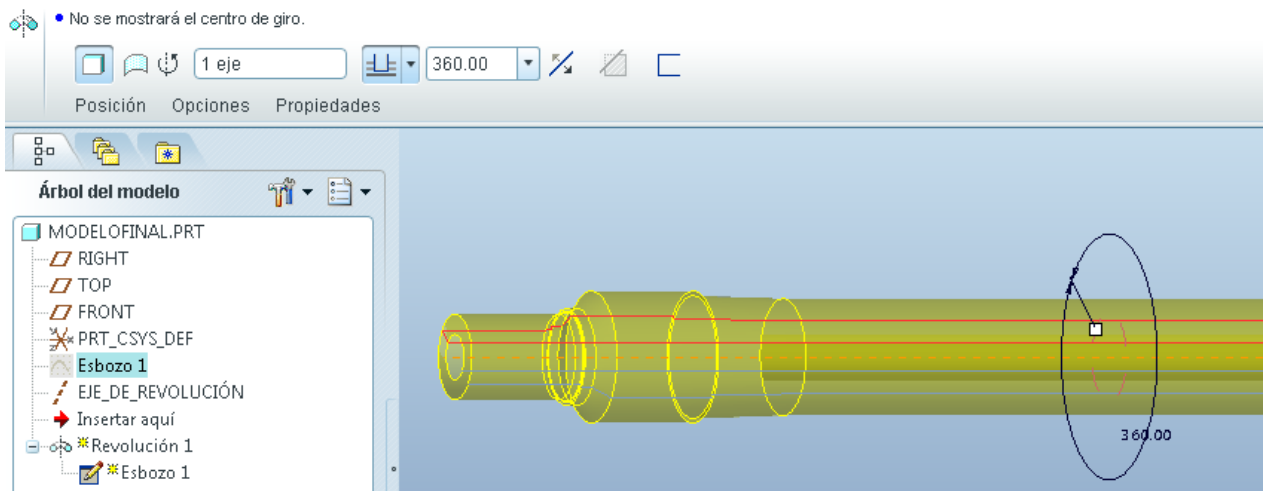



Figura 64. Operación de revolución.

El siguiente paso es introducir los redondeos en los cambios de sección según las cotas y datos que se muestran en el plano del eje. Es más sencillo realizar este paso sobre el modelo básico que introducirlos en el esbozo original. Para ello, se utiliza la herramienta de 'Redondeo' .

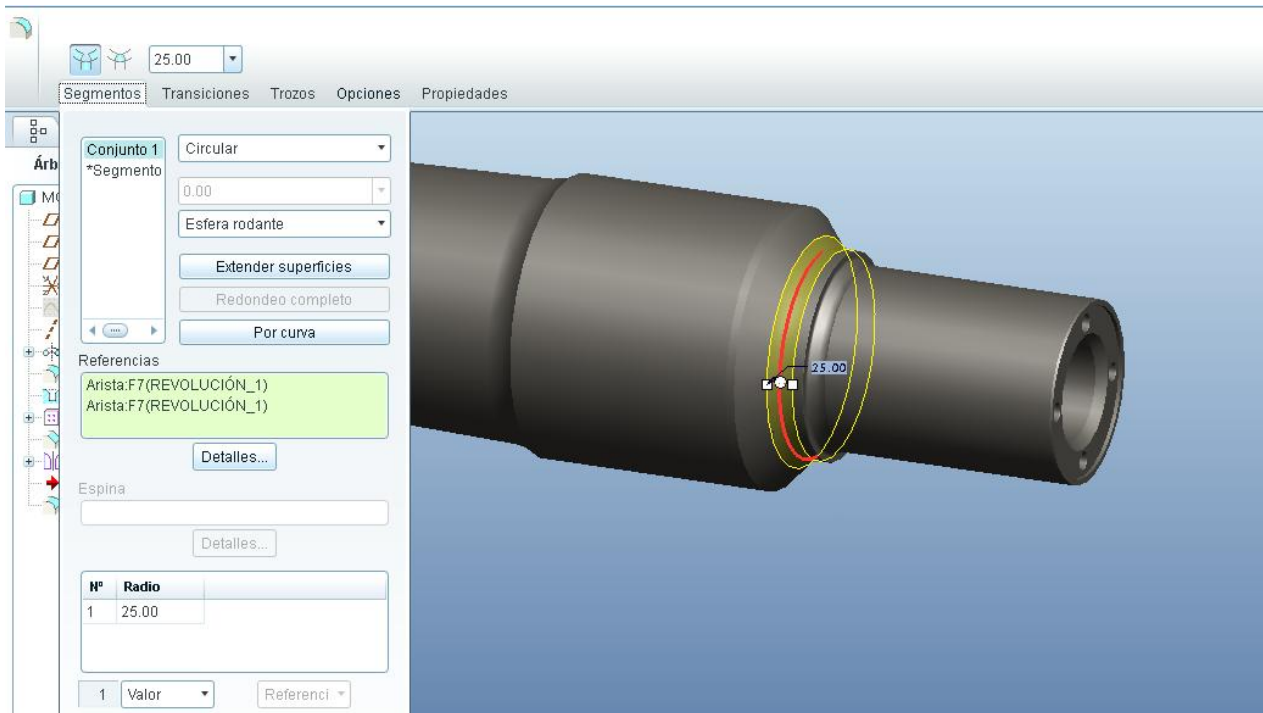



Figura 65. Operación de redondeo.

A continuación se incluyen las cuatro roscas de cada extremo y el avellanado del hueco del eje. Se usa la herramienta de 'Taladro' .

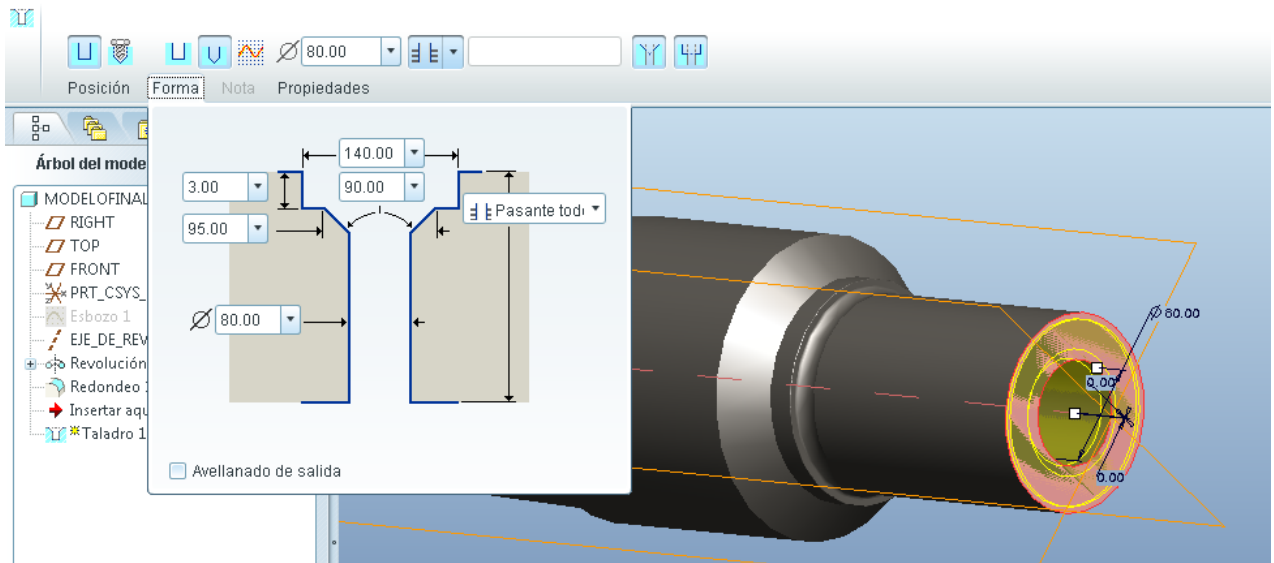



Figura 66. Operación de roscado.

Por último, con la herramienta de 'Chaflán de arista'  se realizan dos chaflanes circulares en cada extremo. Los chaflanes suavizarán la concentración de tensiones que de otra forma se produciría en un acabado en arista viva.

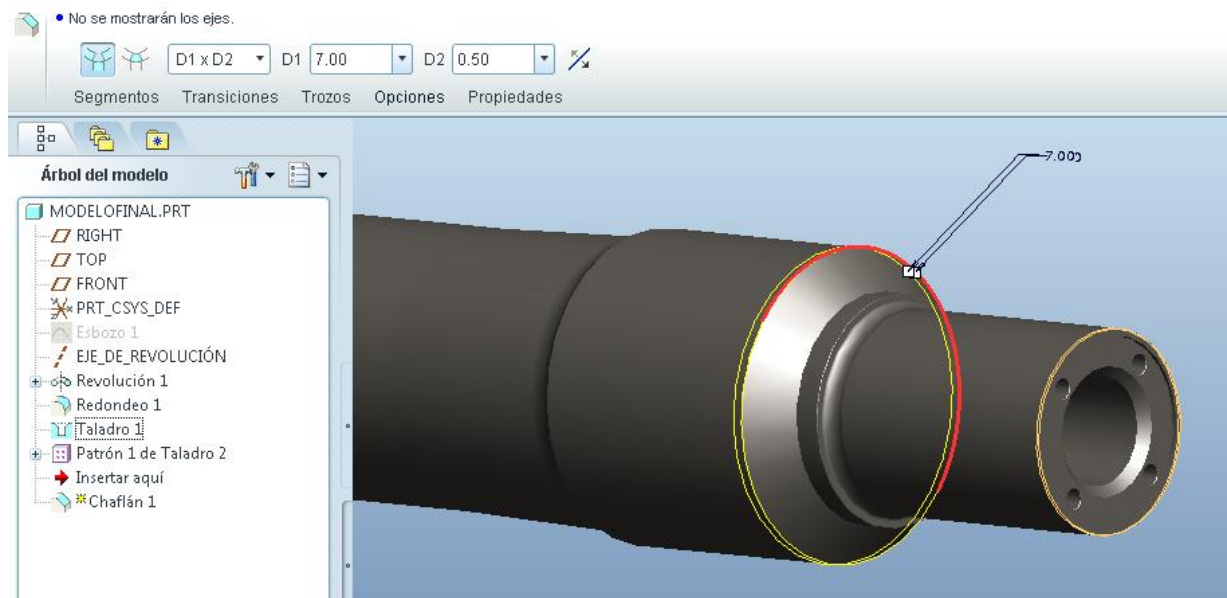


Figura 67. Operación de achaflanado.

Finalmente, el modelado geométrico del eje se completa cumpliendo todas las cotas y datos del plano del eje hueco ferroviario de RENFE.

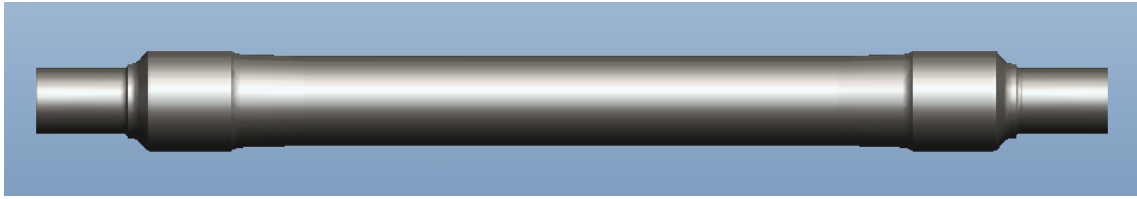


Figura 68. Modelo del eje finalizado.

7.1.2 Definición del material.

En este paso, para incluir las propiedades físicas del material en el diseño del eje, se debe cambiar del módulo 'Estándar' al módulo 'Mechanica', que es el necesario para la caracterización de las propiedades de la pieza y sus condiciones externas.

Para cambiar de módulo, basta pinchar en la barra de herramientas 'Aplicaciones -> Mechanica'. Para introducir las propiedades del material, se selecciona 'Propiedades -> Material'. El material es acero (steel), con las propiedades definidas en el capítulo anterior.

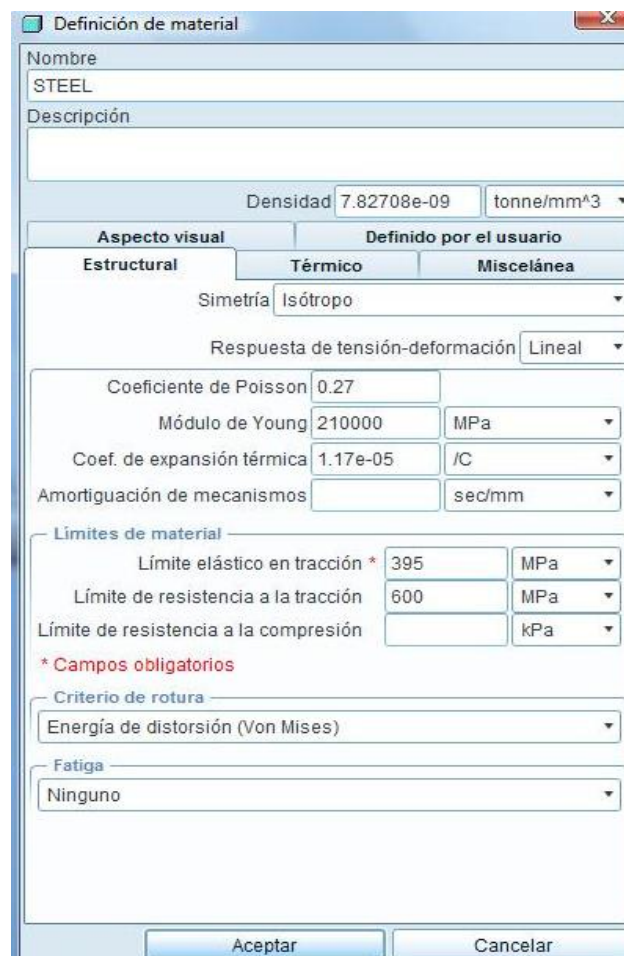



Figura 69. Definición del material.

Una vez definido el material, sólo es necesario utilizar la herramienta 'Material Assignment' para asignar el material al modelo del eje completo.

7.1.3 Definición de las restricciones.

En este apartado se definen las restricciones que se impondrán al eje durante los análisis modales restringidos. Estas restricciones tratan de simular las condiciones reales de los bancos de prueba. El modelo restringido, lo será en todos sus movimientos, excepto en el giro sobre su propio eje, en la superficie de los asientos de las ruedas. Se introducen las restricciones pinchando 'Insertar → Restricción de desplazamiento'  y se seleccionan las superficies de los asientos de las ruedas como se ve en la siguiente figura.

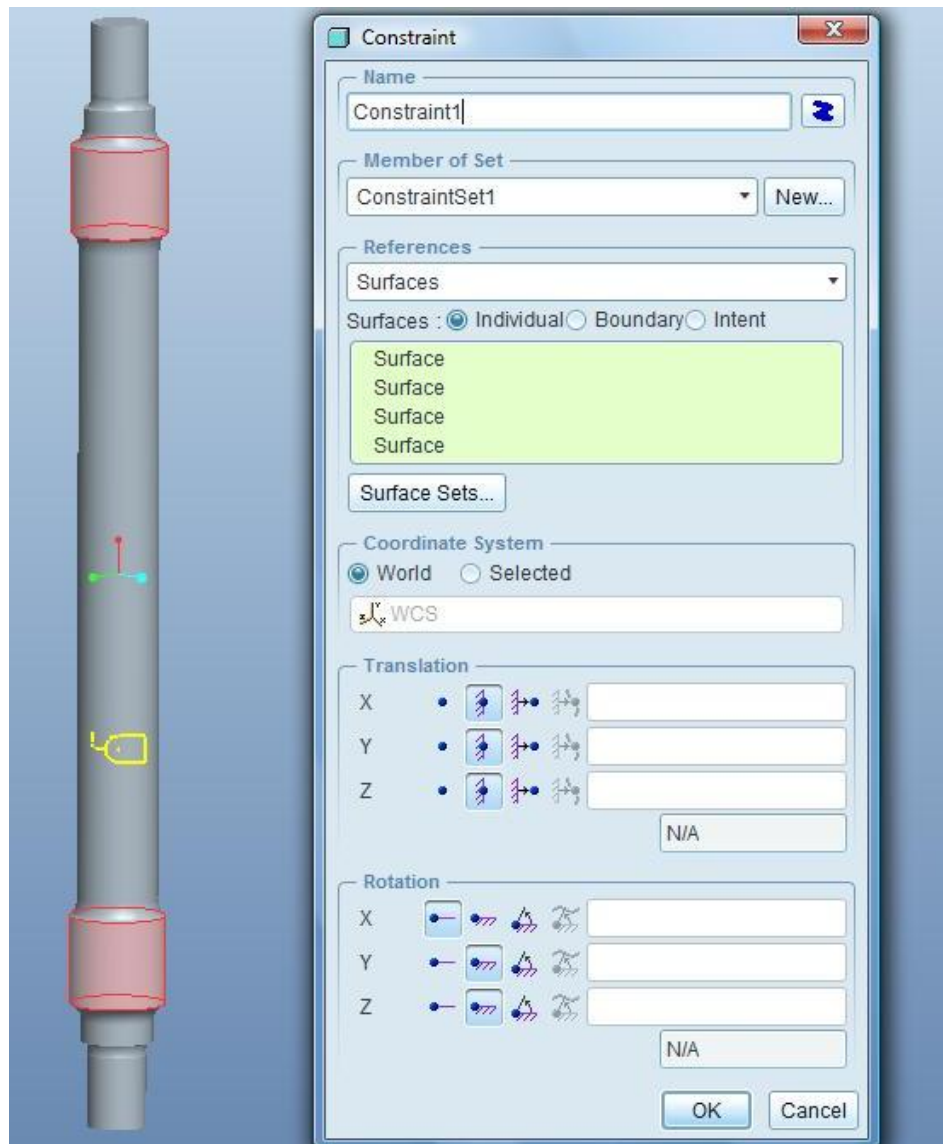


Figura 70. Definición de las restricciones.

7.2 CONFIGURACIÓN DEL ANÁLISIS

La configuración del análisis hace referencia al tipo de mallado con el que se discretiza el modelo del eje y los parámetros de convergencia, orden de polinomios y demás características del cálculo por elementos finitos.

En el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad, se han realizado estudios de sensibilidad con anterioridad para optimizar este tipo de estudios sobre ejes ferroviarios, analizando las configuraciones de condiciones con más eficiencia en cuanto a la precisión contra tiempo de cálculo.

7.2.1 Configuración del mallado.

Para definir el mallado, 'Creo Elements/Pro' proporciona en el módulo 'Mechanica' la herramienta 'AutoGEM', que permite al usuario mallar el modelo por defecto antes de proceder a realizar los análisis. Este mallado por defecto no es visible para el usuario a no ser que lo pida expresamente con el comando 'AutoGEM→Crear→Create'.

La malla por defecto, creada con la herramienta 'AutoGEM', genera en el modelo del eje un total de 4764 elementos y 1584 nodos.

En la siguiente figura se muestra el mallado por defecto en el eje hueco ferroviario del proyecto.

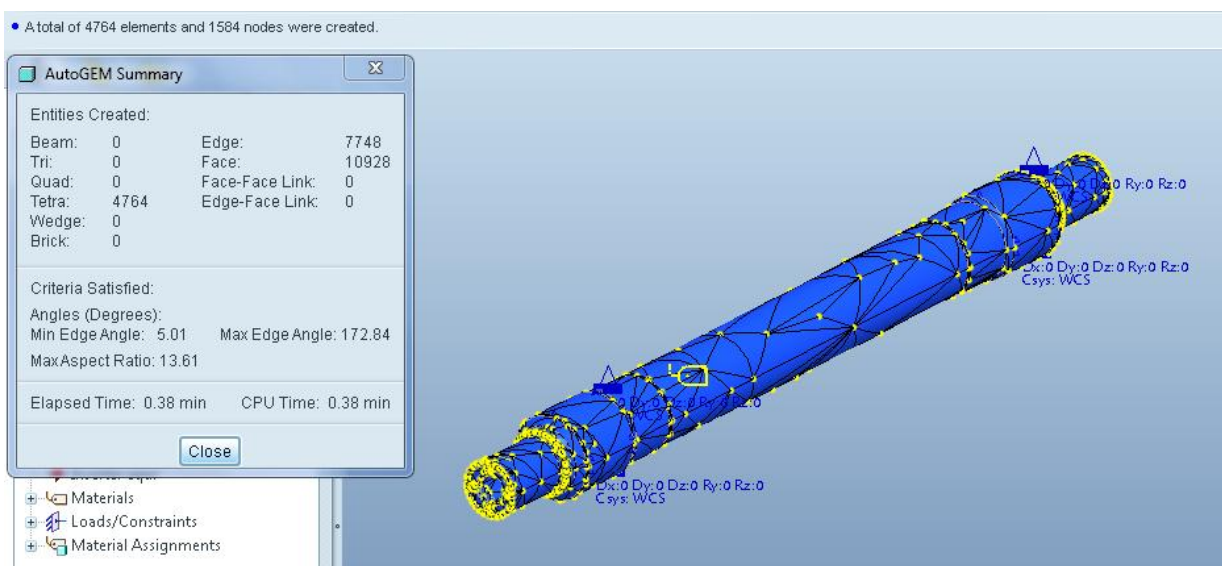


Figura 71. Mallado sobre eje hueco.

7.2.2 Parámetros de Análisis.

Para definir estos parámetros, desde el módulo 'Mechanica' se siguen estos pasos; 'Análisis → Análisis/Estudios de Mechanica' y aparece una nueva ventana de configuración.

En dicha ventana, se hace 'click' en la pestaña 'file', de la que se despliega un menú de opciones que contiene los distintos análisis que el software permite realizar. En este caso, se selecciona 'New Modal' para análisis de frecuencias propias.

En las siguientes figuras, se muestran la primera ventana de configuración de análisis del módulo 'Mechanica' y la ventana concreta del caso de análisis 'New Modal' para el estudio de los modos propios.

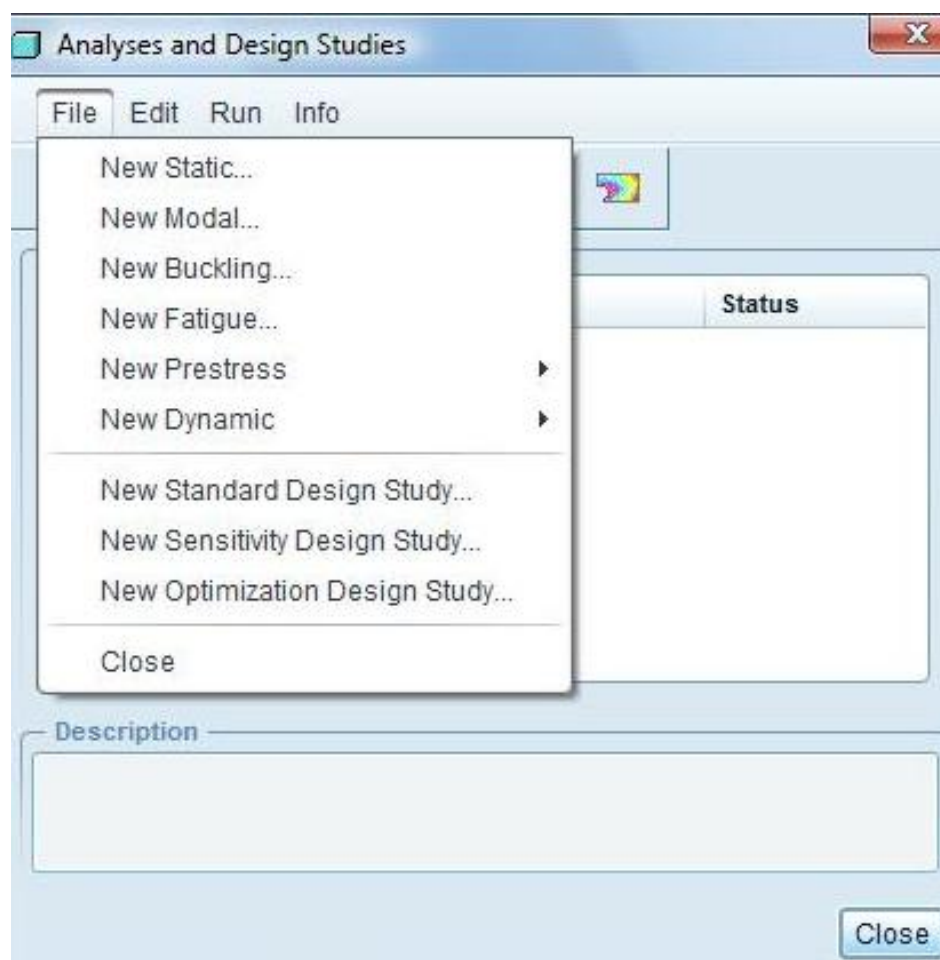


Figura 72. Ventana de análisis del módulo 'Mechanica'.

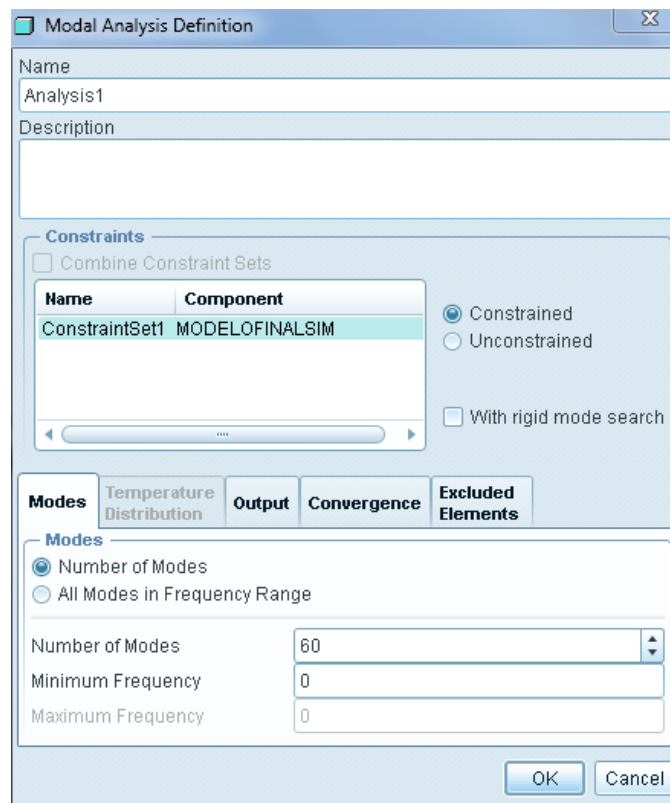


Figura 73. Ventana de análisis modal.

En la ventana de configuración del análisis modal, se puede elegir entre definir un análisis sin restricciones, o con las restricciones establecidas anteriormente sobre el eje ferroviario. Además, en esta ventana se debe establecer el ‘número de modos’, que en el caso de este proyecto son 60 modos. Esto significa que el software determinará y estudiará los 60 primeros modos propios de vibración del eje.

En la pestaña ‘Output’, es posible seleccionar los datos que obtendrá el software para cada modo propio de vibración y además establecer el valor de ‘Plotting Grid’. Este parámetro es muy importante puesto que define la densidad de la red que determina dónde se calculan los resultados, esto es, especifica el número de puntos de resolución que son estudiados por el ‘Post-Processor’.

Una malla de valor ‘Plotting Grid’ 4 (valor por defecto) estudia 25 puntos de resolución por cada cara de elemento; la fórmula que lo define es $n = (p + 1)^2$, siendo ‘p’ el valor de ‘Plotting Grid’ y ‘n’ el número de resultados por cara. Interesará aumentar el valor de ‘Plotting Grid’ si hay relativamente pocos elementos (menos de 2000 elementos) o si se presentan discontinuidades en los datos de salida.

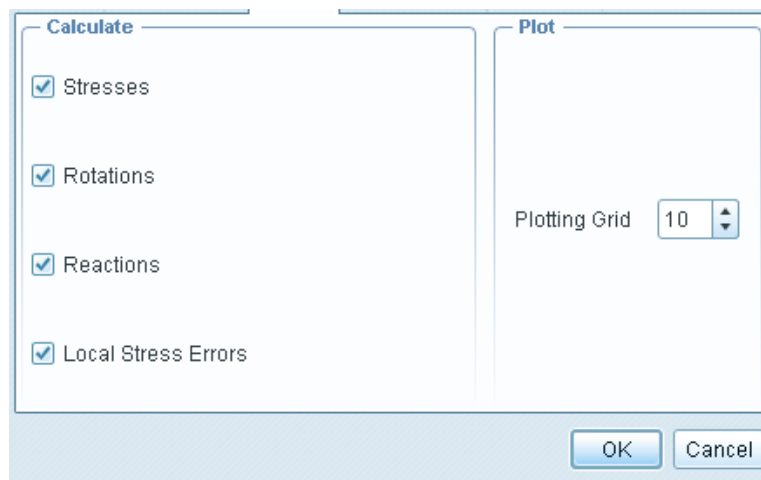


Figura 74. Ventana 'Output'.

En la pestaña 'Convergence', se incluyen distintos métodos de cálculo por elementos finitos; 'Multi-Pass Adaptive', 'Single-Pass Adaptive' y 'Quick Check'.

❖ **Multi-Pass Adaptive:**

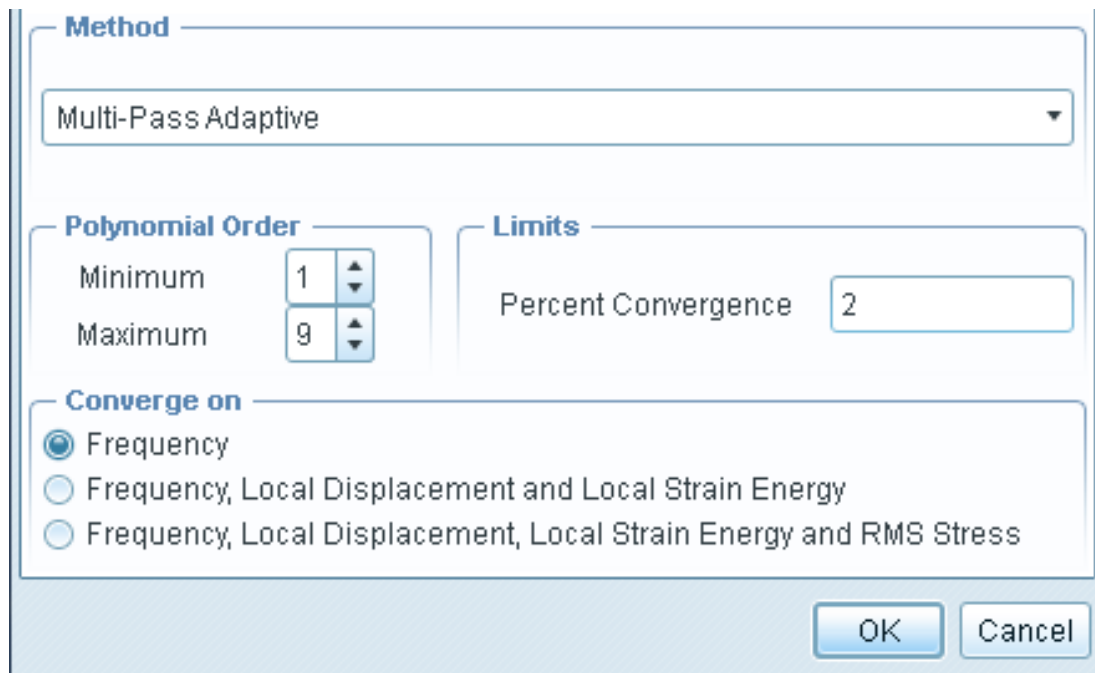
El software realiza los cálculos y aumenta el orden de los polinomios para cada elemento de borde hasta que los criterios de convergencia se cumplen. Se han de definir pues el mínimo y el máximo orden de polinomio, así como el porcentaje de convergencia. El análisis converge cuando la diferencia porcentual entre los resultados del paso actual y el anterior es menor que el porcentaje especificado, o cuando se alcance el máximo nivel de orden de polinomio.

❖ **Single-Pass Adaptive**

El programa empieza con un primer cálculo con polinomio de orden 3, determinando un error de estimación en la tensión local. Teniendo en cuenta este error de estimación, el módulo Mechanics calcula una nueva distribución de orden de polinomio y realiza un paso final. Mechanics muestra la estimación del error RMS (Root Mean Square) en un documento resumen, por lo que se puede comprobar la calidad de la solución. En el caso de que el error estimado del análisis Single-Pass Adaptive fuera demasiado grande, es aconsejable realizar el Multi-Pass Adaptive.

❖ **Quick Check:**

Es un sencillo análisis en el que se realiza una solución rápida con polinomio de tercer orden. Se aconseja utilizar para verificar que se han definido bien las condiciones del problema.



Method

Multi-Pass Adaptive

Polynomial Order

Minimum 1

Maximum 9

Limits

Percent Convergence 2

Converge on

☒ Frequency

☐ Frequency, Local Displacement and Local Strain Energy

☐ Frequency, Local Displacement, Local Strain Energy and RMS Stress

OK Cancel

Figura 75. Ventana 'Convergence'

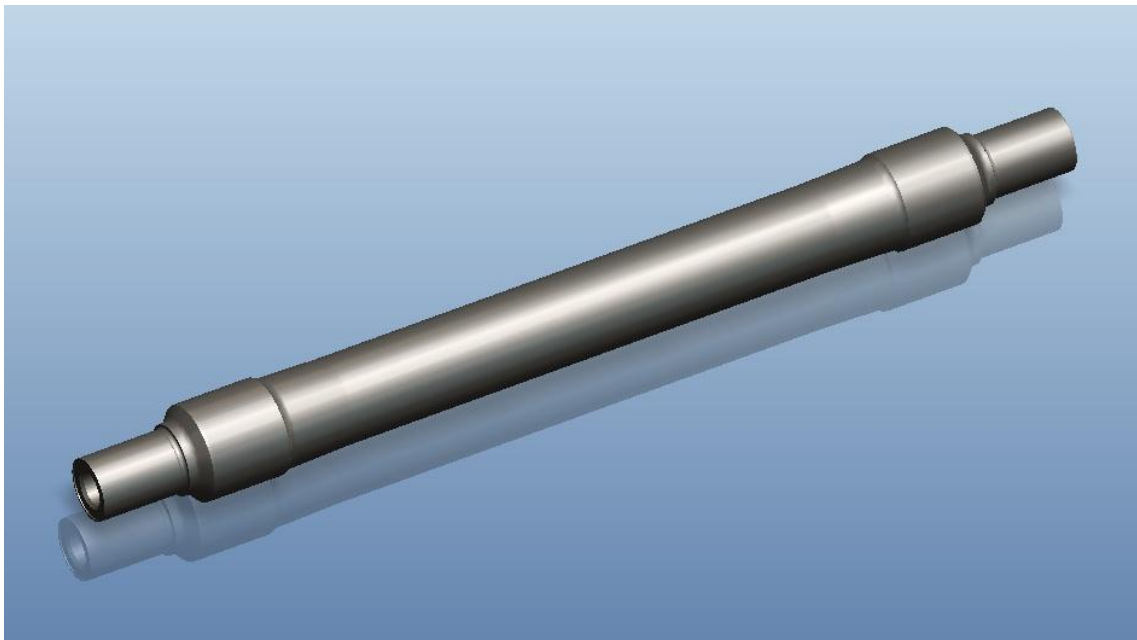


Figura 76. Eje presentado con 'realismo avanzado'.

7.3 MODELADO DE LAS GRIETAS

Como ya se ha descrito en el capítulo anterior, se van a generar grietas en ocho posiciones críticas del eje y para simular el avance de la grieta debido a la fatiga mecánica, se estudiarán las ocho posiciones con cinco tamaños de grieta distintos.

El modelado de las grietas se hará mediante una extrusión hueca con un círculo del mismo radio que la sección del eje a la que corta. En la siguiente figura, se recuerda las posiciones de estudio.

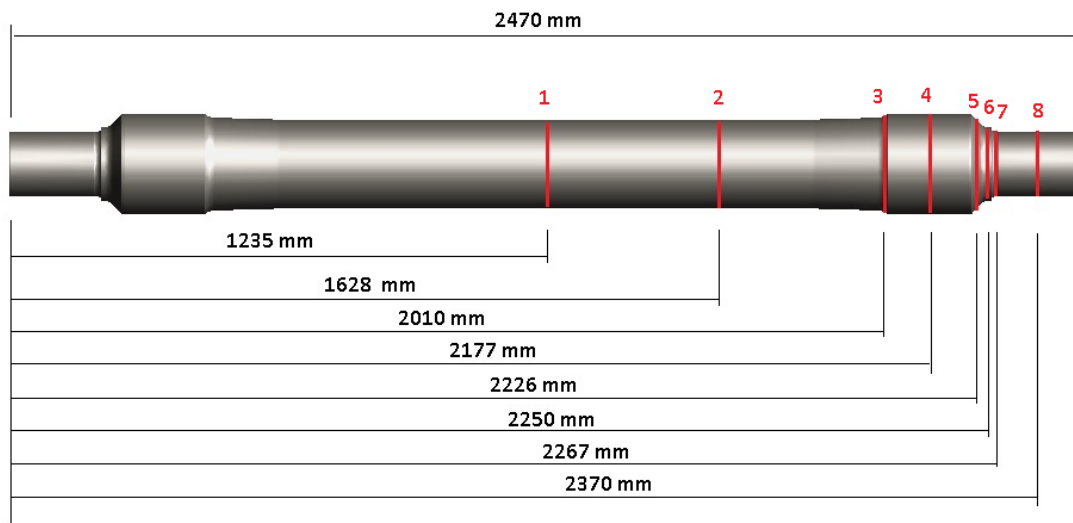


Figura 77. Posiciones de grieta.

Para realizar las extrusiones, se emplearán planos perpendiculares al eje en cada una de las posiciones. El ejemplo de la figura es la posición 4.

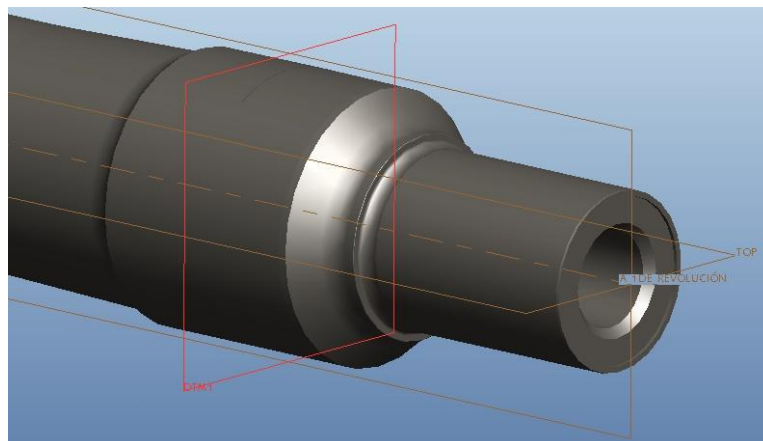


Figura 78. Plano perpendicular al eje.

Con el plano de posición establecido, se realiza el esbozo de la grieta mediante un círculo auxiliar del mismo radio que la sección del eje.

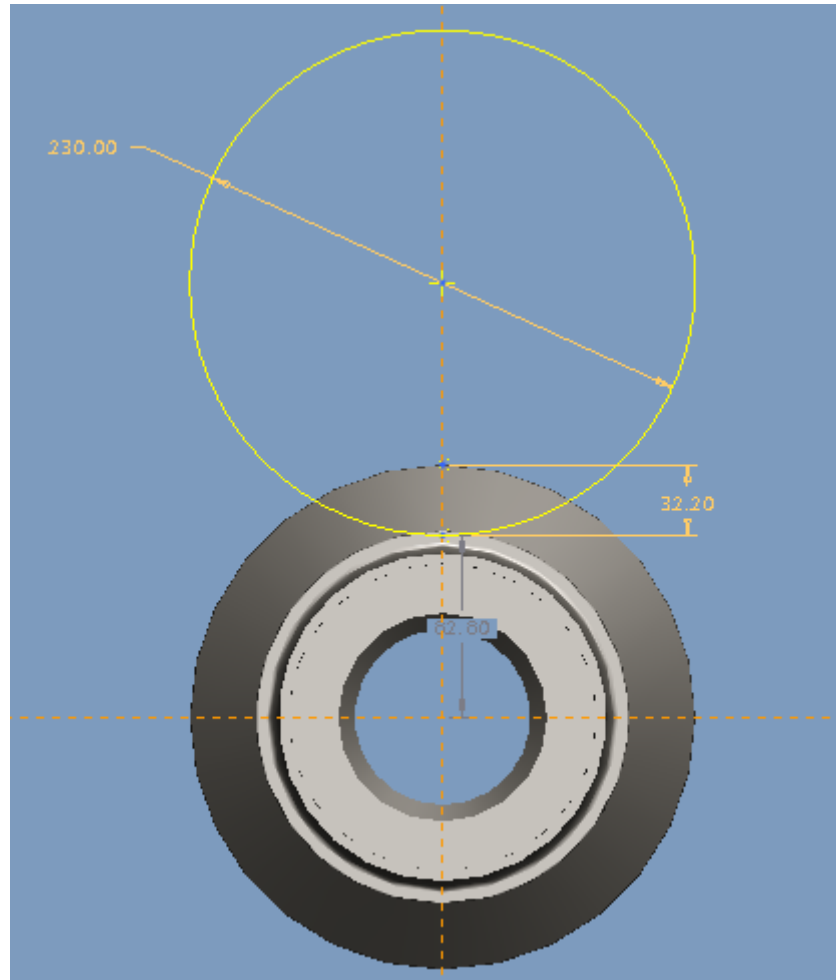


Figura 79. Esbozo de grieta.

A continuación se realiza la extrusión hueca del esbozo del círculo. La extrusión tiene un espesor de 0,6 mm, que es el ancho que se diseña para la grieta. En otros proyectos anteriores del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad, se han hecho estudios con espesor de grieta de 0,6 mm, por lo que servirá como un estándar para poder comparar y estudiar las medidas de unos y otros de forma más verosímil.

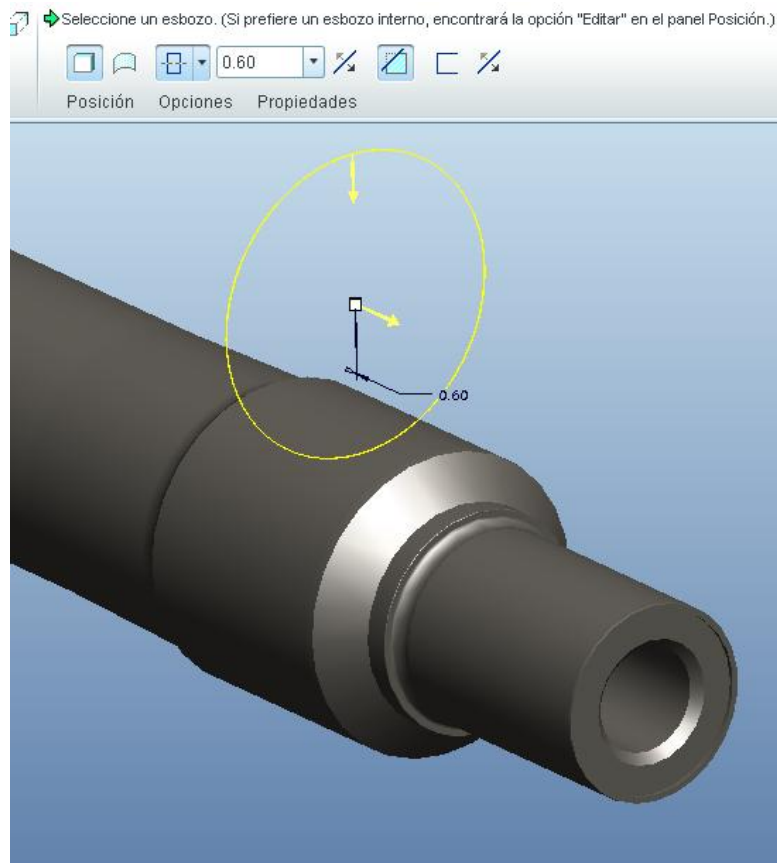


Figura 80. Extrusión de la grieta.

En la siguiente figura se observa un corte transversal en el plano de la posición cuatro y el aspecto de la grieta incorporada al modelo del eje.

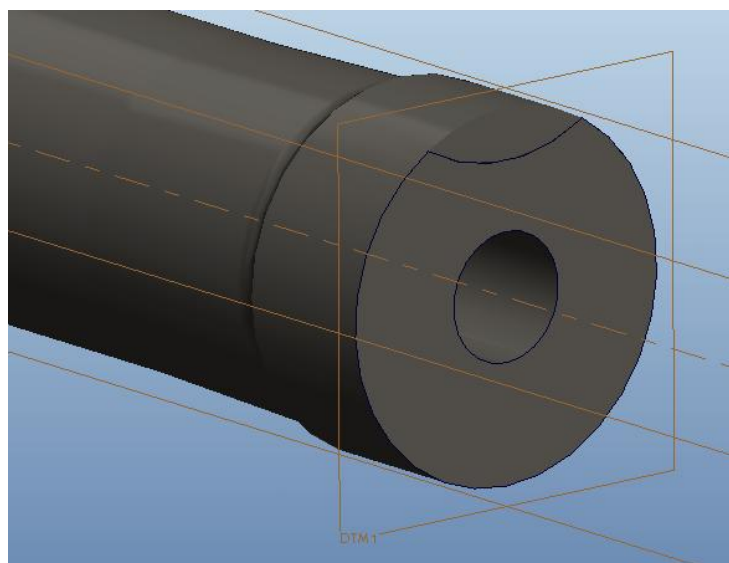



Figura 81. Corte transversal en posición cuatro.

Este mismo proceso se repite para cada una de las grietas en sus distintas posiciones y tamaños. Son 8 posiciones distintas y un total de 5 tamaños o avances en cada posición, por lo que se realizan un total de 40 extrusiones sobre el modelo original del eje.

En el capítulo anterior, ya se han explicado con profundidad los tamaños de grieta en el cálculo de sus áreas y se adjunta una tabla con los valores de las inserciones radiales necesarias para acotar los esbozos de grieta en Creo Elements/Pro.

7.4 VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS

Después de realizar todos los análisis para el eje sano y con las distintas grietas, tanto libre como restringido, es necesario extraer los resultados. Para ello, se accede desde el módulo estándar pinchando en 'Aplicaciones → Resultados de Mecánica'  en la barra de herramientas. El siguiente paso es seleccionar 'Insert → Result Window' y elegir el archivo de análisis que se quiere estudiar.

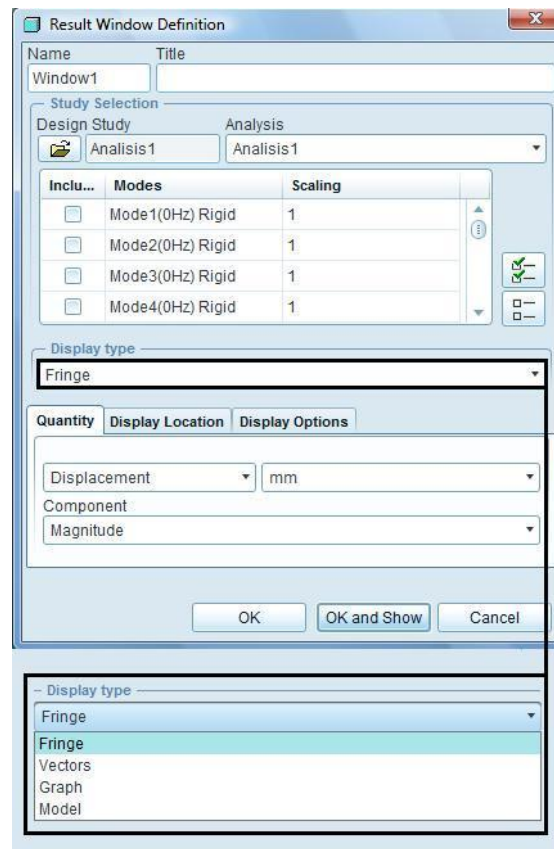


Figura 82. Ventana de definición de resultados.

Esta ventana permite seleccionar los modos propios que serán visualizados así como elegir el tipo de representación de los resultados en el menú desplegable 'Display type'. Los cuatro tipos de visualización posibles son:

- ❖ **Fringe:** el muestreo se ejecuta mediante franjas de diferentes colores en función de la magnitud elegida y de su intensidad.
- ❖ **Vectors:** los resultados son mostrados por medio de vectores en distintos colores en función de la intensidad de la magnitud y además permiten visualizar el sentido de la magnitud de estudio.

- ❖ **Graph:** utilizando esta opción se pueden obtener las gráficas correspondientes a las diferentes curvas o aristas de la pieza o conjunto analizado.
- ❖ **Model:** representa únicamente las aristas de la pieza o conjunto del cual se han obtenido los resultados.

Asimismo, la pestaña 'Quantity' permite seleccionar la magnitud y la unidad de medida con que se mostrarán los valores. Las magnitudes posibles son 'Stress' (tensión), 'Displacement' (desplazamiento), 'Strain' (deformación) y 'Strain Energy' (energía de deformación).

En la pestaña 'Display Options', se puede configurar la gran variedad de opciones de visualización que permite el software. En el caso de las deformaciones, son opciones muy interesantes 'Deformed' (permite ver el objeto deformado) y 'Animate' (muestra una animación del comportamiento de la pieza estudiada). Haciendo click en 'Ok and Show' aparece la ventana con la visualización deseada.

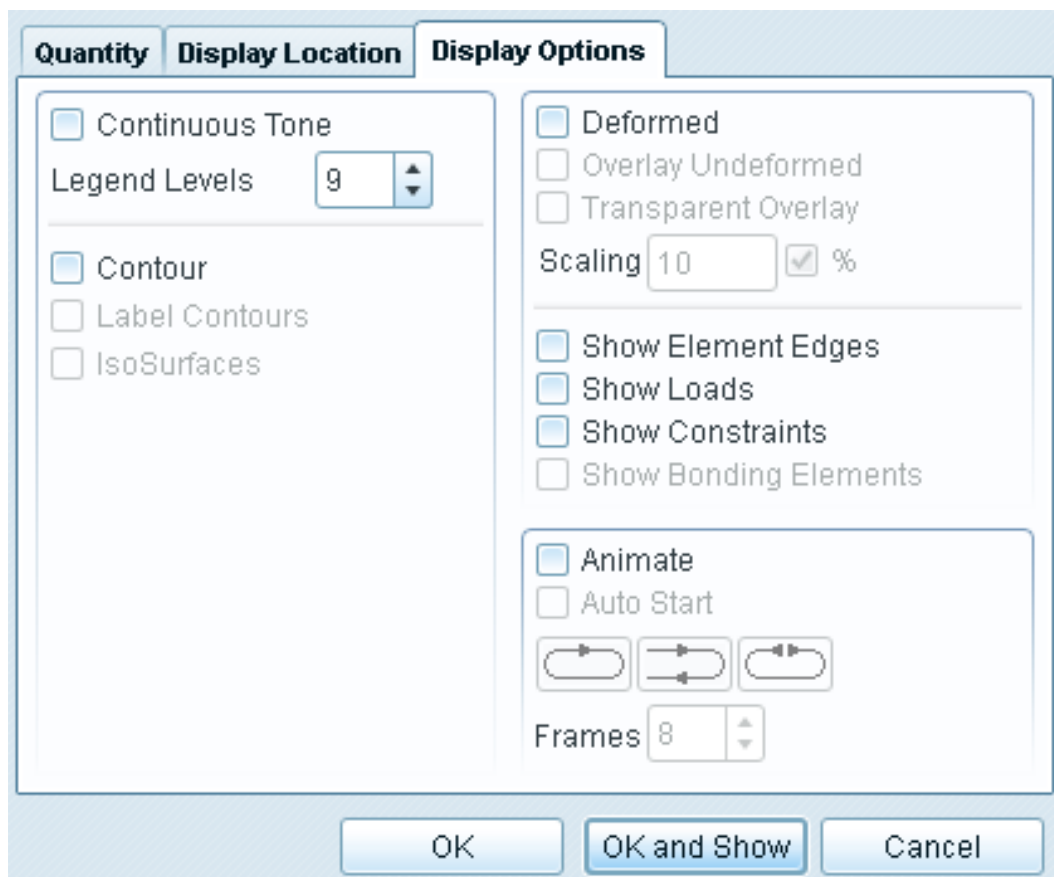


Figura 83. Ventana 'Display Options'

El programa permite añadir tantas ventanas como sean necesarias, seleccionando de nuevo 'Insert → Result Window'.

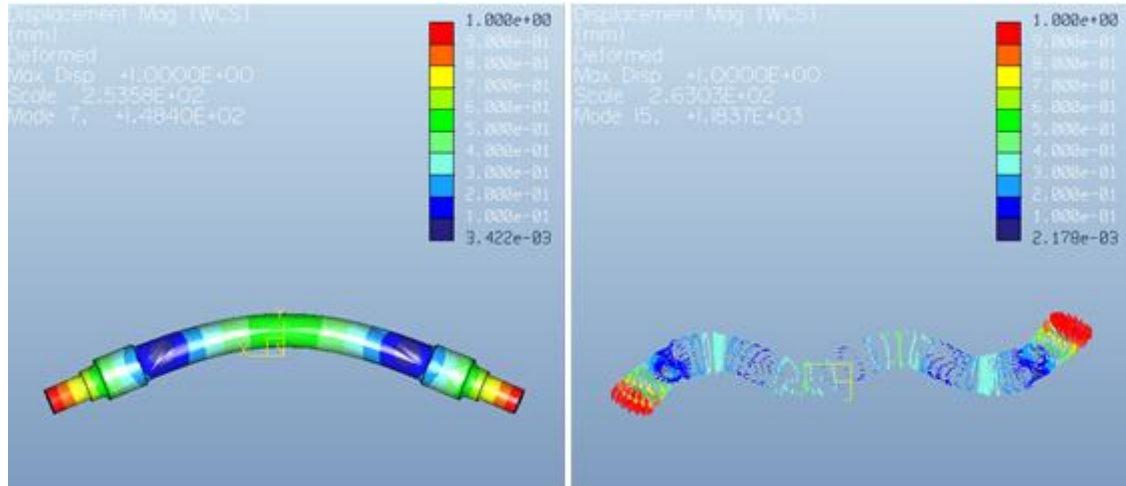


Figura 84. Visualización de resultados tipo 'Fringe' (izq.) y 'Vectors' (dcha.).



CAPÍTULO 8

Resultados



8.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo, se presenta el resumen de los datos obtenidos y se analizan mediante tablas, gráficas comparativas y cálculos estadísticos.

Para ello, los datos se muestran en dos formatos principales; diferencia porcentual de cada modo y tamaño de grieta respecto de los mismos datos del eje sano y diferencia unitaria. Estos datos se presentan en tablas para cada posición de grieta y con formato condicional; un código de colores que facilita la rápida visualización de los valores máximos y mínimos.

Estos resultados procedentes del análisis por elementos finitos realizado por computador, ocupan en conjunto 150 GBs de memoria y son necesarias más de 170 horas de cálculo computarizado.

Asimismo, el apartado siguiente explica la necesidad de simplificar el modelo debido a que la malla que se genera por defecto es más del doble en elementos y nodos que las que se generan para los modelos de eje macizo. Se analizan las repercusiones y diferencias del modelo normal y el simplificado.

Por último, se analiza la relación entre frecuencia propia frente a área de grieta para la posición 1 del eje libre, obteniendo las líneas de tendencia para cada uno de los sesenta modos y los coeficientes R-cuadrado que permiten conocer la fiabilidad estadística de los datos.

8.2 INFLUENCIA DE LAS ROSCAS DE LOS EXTREMOS

Las roscas de los extremos del eje son necesarias en la vida útil del mismo para colocar unas tapas que mantengan aislado el hueco interno del eje de gravilla, agua, etc.

Sin embargo, estas roscas que suponen una pequeña variación de la estructura del eje, por las características de su geometría, aumentan el mallado de forma considerable.

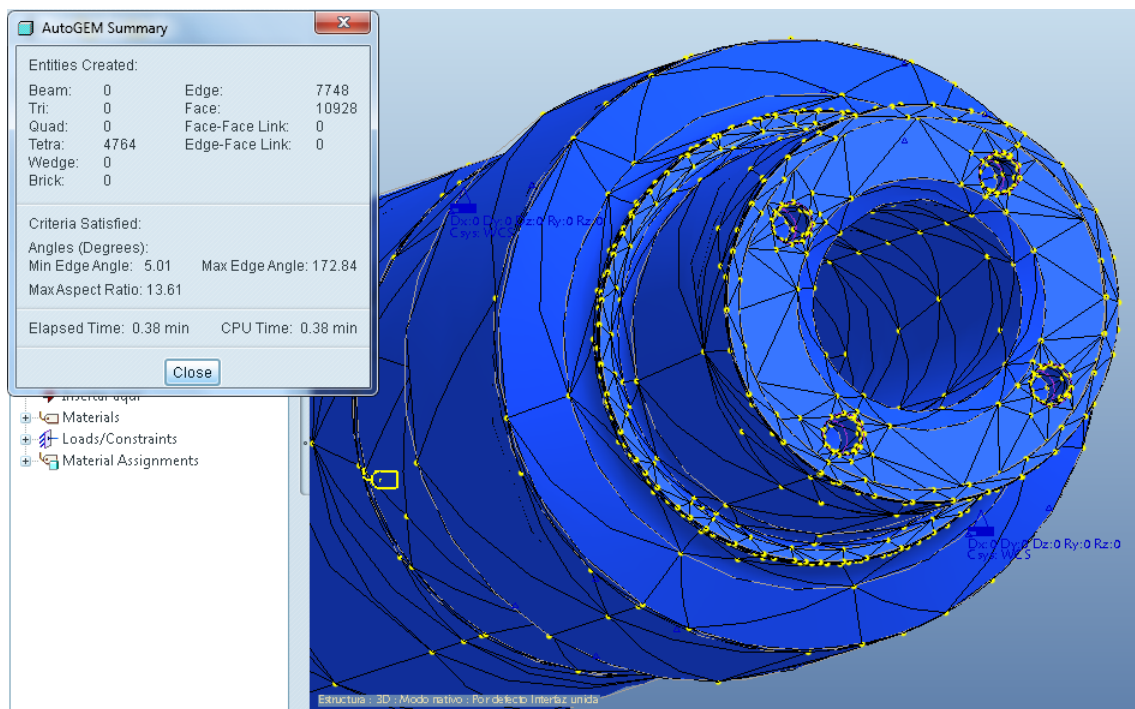


Figura 85. Mallado en el extremo del eje

El mallado del modelo del eje original, implica la creación de 4764 elementos y 1584 nodos, mientras que el mallado del modelo del eje que no incluye que las roscas, supone la creación de 3572 elementos y 1184 nodos.

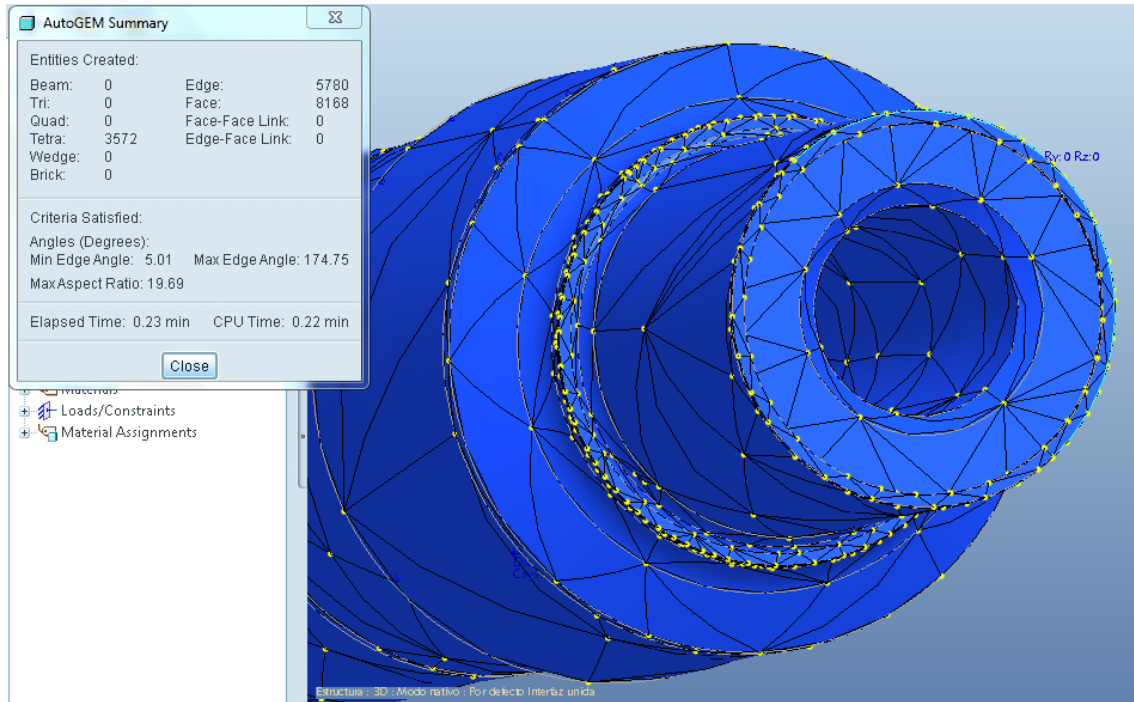


Figura 86. Mallado en el extremo del eje sin las roscas.

La simplificación del modelo del eje, permite reducir por tanto los elementos y nodos de la malla en un 25% aproximadamente.

Se puede esperar, a priori, que las roscas suponen una modificación muy pequeña de la estructura del eje, que además son elementos simétricos respecto del eje de revolución así como de la sección central del eje, y por tanto, su influencia en el resultado de los cálculos de los modos propios de vibración, podría ser despreciable.

Así, se espera conseguir una reducción moderada de los tiempos de cálculo sin perjudicar la calidad de los datos del estudio.

A continuación, se muestra la tabla de los valores de los modos propios del eje, calculados mediante Creo Elements/Pro.

La tabla incluye los valores para eje nuevo libre (ENL) y eje nuevo restringido (ENR) tanto para el modelo de eje normal como el modelo simplificado (sin las roscas de los extremos).

Tabla 3. Frecuencias propias para eje nuevo.

		Eje Libre		Eje Restringido	
		Modelo Normal	Modelo Simplificado	Modelo Normal	Modelo Simplificado
Frecuencias Propias Eje Nuevo (Hz)	Modo 1	0	0	369,21	369,86
	Modo 2	0	0	369,26	369,93
	Modo 3	0	0	915,76	917,25
	Modo 4	0	0	915,82	917,44
	Modo 5	0	0	1038,20	1038,89
	Modo 6	0	0	1607,40	1608,83
	Modo 7	187,91	187,47	1609,19	1611,64
	Modo 8	187,93	187,48	1609,30	1612,03
	Modo 9	497,00	495,62	1663,80	1642,76
	Modo 10	497,01	495,63	1664,03	1642,99
	Modo 11	692,08	691,77	1664,11	1643,25
	Modo 12	907,11	904,09	1664,31	1643,31
	Modo 13	907,17	904,12	2071,11	2072,56
	Modo 14	1112,96	1111,87	2386,61	2390,10
	Modo 15	1358,34	1352,73	2386,72	2390,61
	Modo 16	1358,38	1352,74	3094,55	3097,02
	Modo 17	1457,66	1456,88	3197,60	3200,50
	Modo 18	1803,55	1795,21	3214,04	3218,53
	Modo 19	1803,59	1795,26	3214,12	3219,23
	Modo 20	2247,80	2238,67	3417,33	3388,23
	Modo 21	2247,88	2238,73	3417,84	3388,33
	Modo 22	2274,51	2272,47	4069,70	4075,77
	Modo 23	2282,99	2280,53	4070,26	4076,76
	Modo 24	2739,41	2731,67	4107,27	4110,62
	Modo 25	2739,55	2731,73	4745,66	4748,19
	Modo 26	3015,85	3007,62	4925,45	4884,69
	Modo 27	3301,15	3294,92	4934,80	4896,08
	Modo 28	3301,27	3294,96	4942,83	4949,05
	Modo 29	3444,73	3424,90	4942,96	4950,21
	Modo 30	3460,80	3455,12	5110,79	5115,79
	Modo 31	3748,37	3730,45	5302,38	5285,44
	Modo 32	3913,66	3906,51	5303,05	5286,49
	Modo 33	3913,88	3906,61	5304,50	5286,76
	Modo 34	4320,87	4313,65	5306,39	5287,78
	Modo 35	4488,29	4474,90	5821,20	5829,06
	Modo 36	4540,53	4533,34	5822,99	5830,10
	Modo 37	4541,22	4533,40	5865,46	6115,43
	Modo 38	5076,51	5072,77	5865,75	6181,37
	Modo 39	5155,03	5140,94	6110,58	6181,56
	Modo 40	5155,88	5140,96	6259,49	6183,42
	Modo 41	5261,65	5239,89	6286,57	6184,28
	Modo 42	5712,19	5694,36	6286,70	6265,51
	Modo 43	5714,67	5694,55	6437,81	6448,94
	Modo 44	5843,66	5838,26	6438,86	6449,24
	Modo 45	5858,02	5968,68	6492,77	6506,54
	Modo 46	5859,06	6142,74	6493,79	6506,95
	Modo 47	5989,03	6143,22	6602,03	6615,31
	Modo 48	6206,25	6143,23	6602,73	6615,97
	Modo 49	6207,67	6144,49	6708,83	6709,78
	Modo 50	6232,00	6182,70	6710,40	6710,81
	Modo 51	6232,51	6183,03		6798,06
	Modo 52	6383,59	6393,71		6798,73
	Modo 53	6386,16	6394,40		7059,48
	Modo 54	6404,08	6395,36		7060,22
	Modo 55	6405,13	6396,02		7116,45
	Modo 56	6453,04	6452,53		7409,70
	Modo 57	6457,03	6453,13		7409,89
	Modo 58	6499,97	6504,08		7524,90
	Modo 59	6510,13	6505,14		7525,13
	Modo 60	6575,11	6582,96		7684,40

Lo más destacable a primera vista, es la falta de las últimas 9 frecuencias propias de vibración del modelo normal del eje nuevo restringido. Esto se debe a un continuo error de memoria del equipo informático con el que se realizan los cálculos en el proyecto. Si se realiza un cálculo por elementos finitos con idéntica configuración para las primeras 50 frecuencias propias de vibración, sí se obtienen los resultados sin errores.

No obstante, el tiempo de cálculo por elementos finitos de las primeras 50 frecuencias propias de vibración del ENR para modelo normal, es de 8970 segundos; aproximadamente dos horas y media.

En el eje libre, los 6 primeros modos son cero porque corresponden a los 6 grados de libertad que tiene un sólido en el espacio.

Las frecuencias propias del eje libre son más bajas que la del eje restringido puesto que estas coacciones, rigidizan el modelo elevando sus frecuencias propias de vibración.

Tabla 4. *Tiempos de cálculo para eje nuevo.*

	Tiempo de Cálculo (s)			
	Eje Libre	Eje Libre Simplificado	Eje Restringido	Eje Restringido Simplificado
50 modos	6112	4106	9129	2865
60 modos	6953	5014		4103

En la siguiente página, se muestra el gráfico comparativo de las series de frecuencias propias para cada uno de los cuatro casos; eje libre modelo normal, eje libre modelo simplificado, eje restringido modelo normal y eje restringido modelo simplificado.

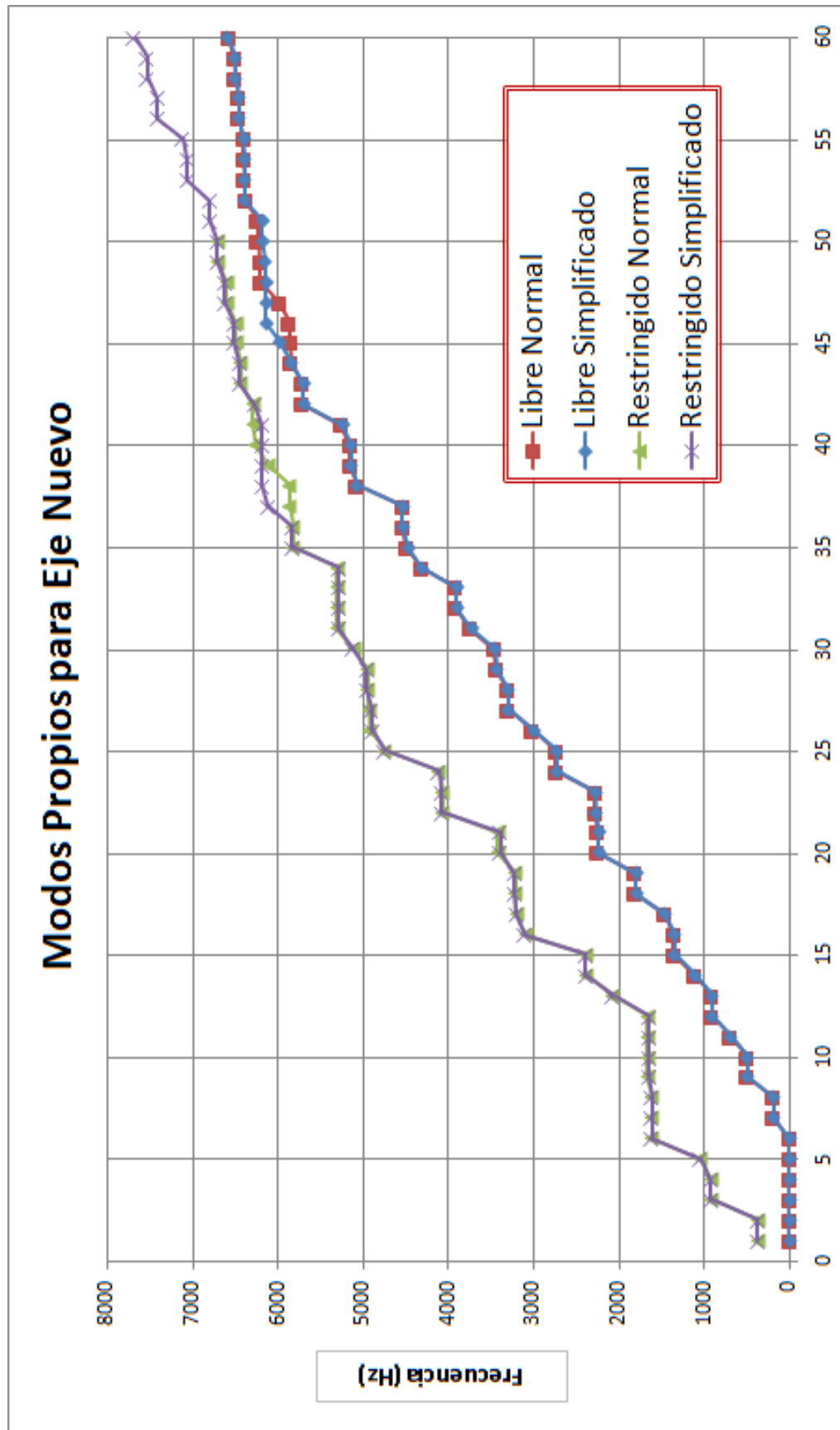


Figura 87. Gráfica de modos propios para eje nuevo.

Como se puede observar, las dos series de eje libre son muy similares así como las series de frecuencias del eje restringido.

Sin embargo, hay una diferencia apreciable en las frecuencias propias de vibración entorno a los 6000 Hz. Concretamente las diferencias más visibles entre el modelo normal y simple, corresponden a los modos 45,46 y 47 para el eje libre y los modos 37,38 y 39 para el eje restringido.

La siguiente gráfica, muestra la diferencia de las frecuencias de las series normal y restringida del eje entre el modelo normal y el simplificado.

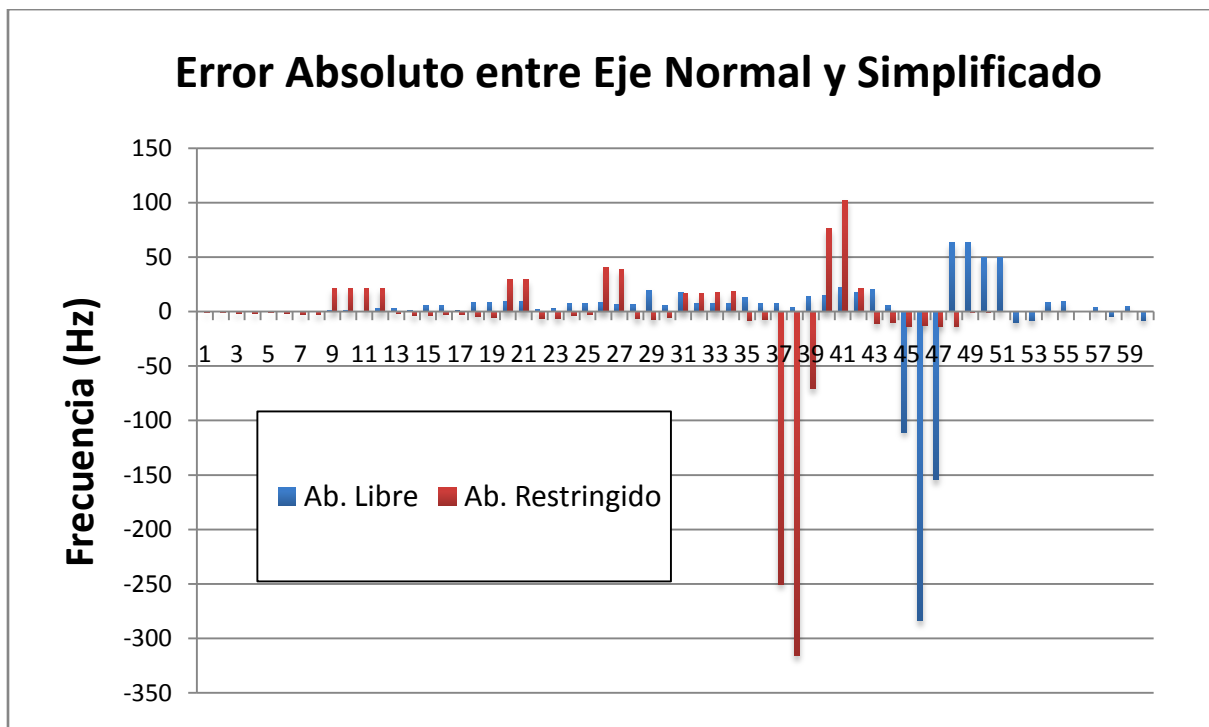


Figura 88. Gráfica de error absoluto entre modelo normal y simplificado.

Para el **eje libre**, las diferencias más significativas en valor absoluto, de las frecuencias propias entre el eje normal y simple son:

- Modo 45: 110,66 Hz
- Modo 46: 283,68 Hz
- Modo 47: 154,19 Hz
- Modo 48: 63,02 Hz
- Modo 49: 63,18 Hz

Para el **eje restringido**, las diferencias más significativas en valor absoluto, de las frecuencias propias entre el eje normal y simple son:

- Modo 37: 249,97 Hz
- Modo 38: 315,62 Hz
- Modo 39: 70,98 Hz
- Modo 40: 76,07 Hz
- Modo 41: 102,9 Hz

El error relativo es el que se muestra en la siguiente gráfica. Representa la relación entre las series de frecuencias normal y restringida según la siguiente expresión:

$$Er_{rel} = \frac{f_{normal} - f_{simplificado}}{f_{simplificado}}$$

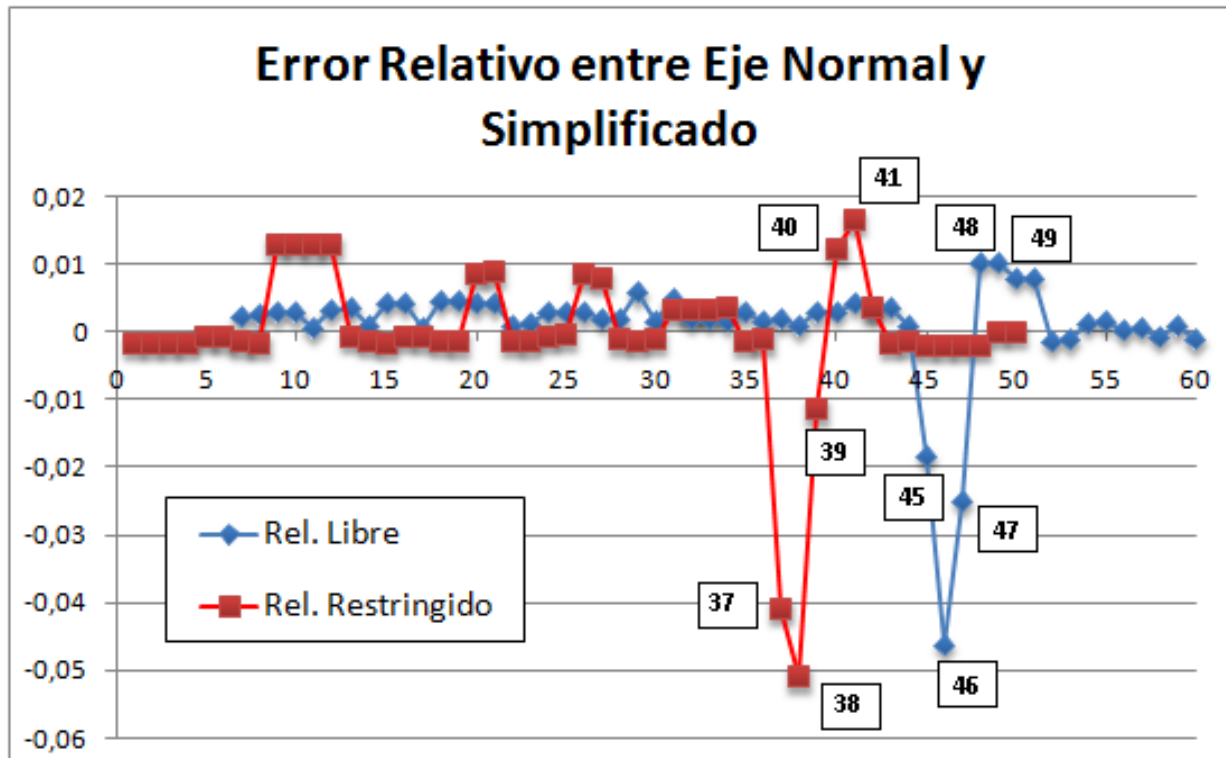


Figura 89. Gráfica de error relativo entre modelo normal y simplificado.

Para el **eje libre**, los errores relativos más significativos de las frecuencias propias entre el eje normal y simplificado, expresado en tanto por ciento, son:

- Modo 45: -1,85%
- Modo 46: -4,62%
- Modo 47: -2,51%
- Modo 48: 1,03%
- Modo 49: 1,03%

Para el **eje restringido**, los errores relativos más significativos de las frecuencias propias entre el eje normal y simplificado, expresado en tanto por ciento, son:

- Modo 37: -4,09%
- Modo 38: -5,11%
- Modo 39: -1,15%
- Modo 40: 1,23%
- Modo 41: 1,65%

Como se puede observar, la serie de modos del eje libre sigue una distribución parecida a la serie del eje restringido con 8 modos de retraso.

A fin de poder realizar un análisis completo de la diferencia de respuesta modal entre el modelo normal y el modelo simplificado, se incluyen las representaciones de las deformadas en cada modo propio de vibración.

Eje Nuevo Libre

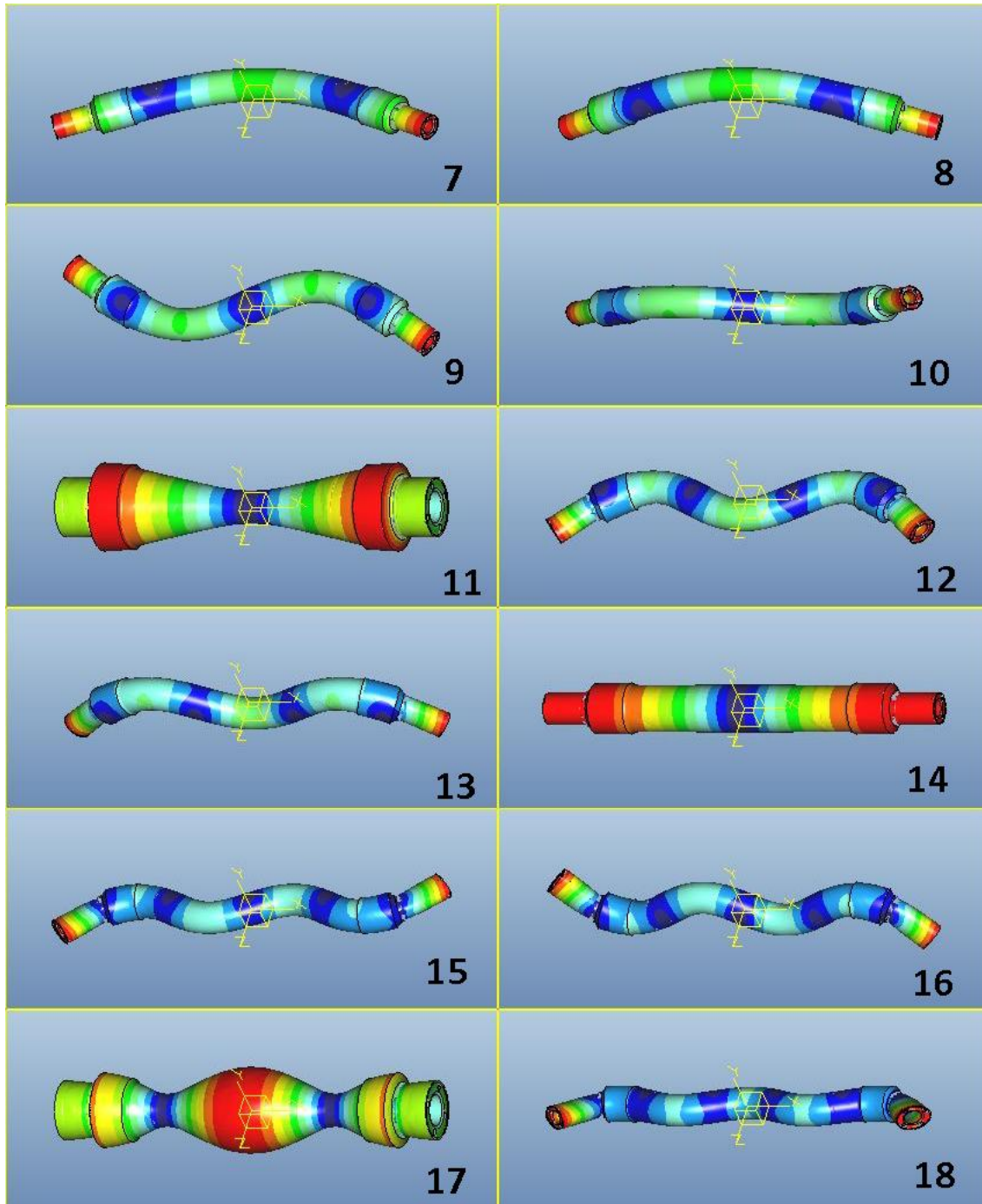


Figura 90. Modos (7-18) de vibración del eje libre normal.

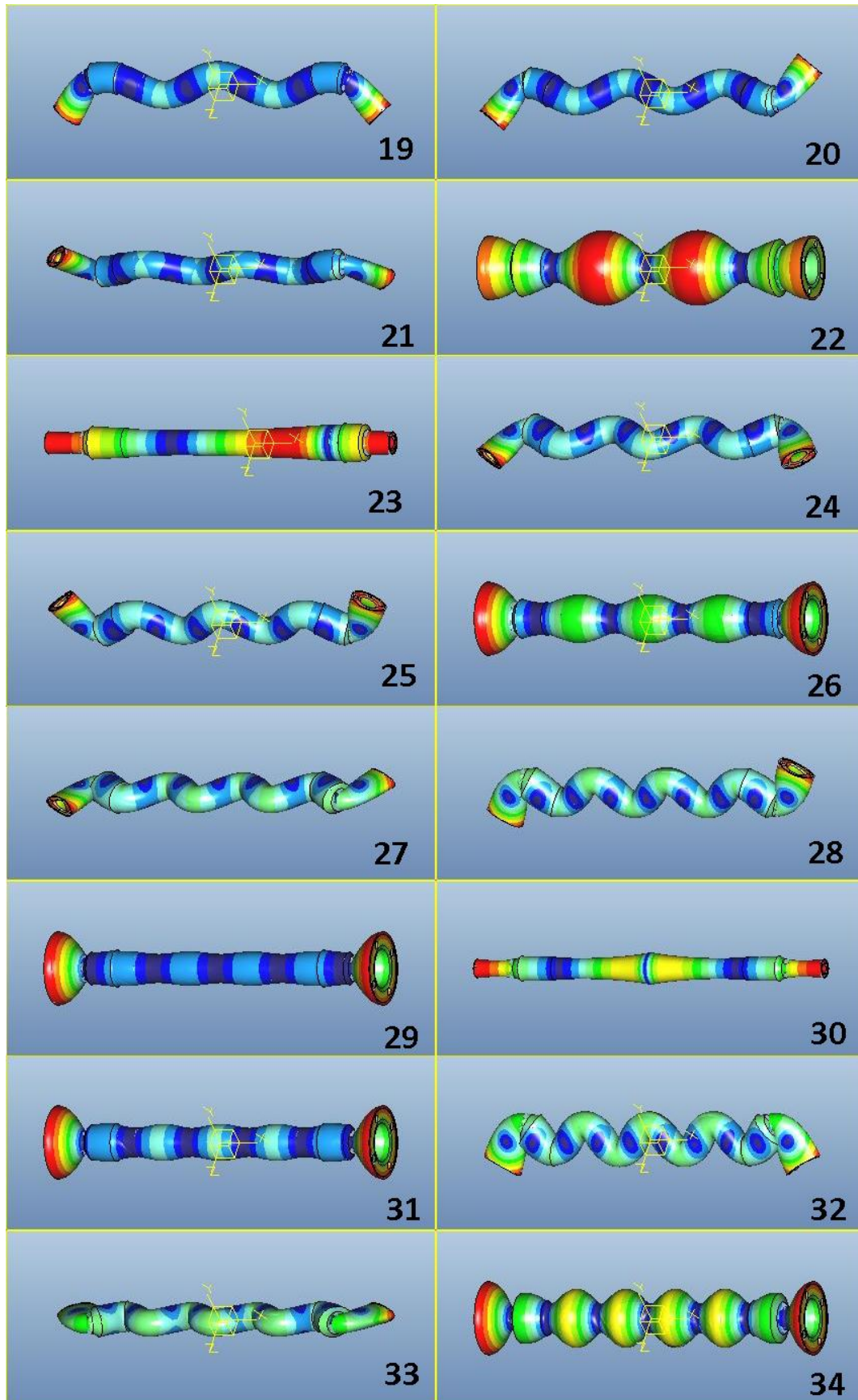


Figura 91. Modos (19-34) de vibración del eje libre normal.

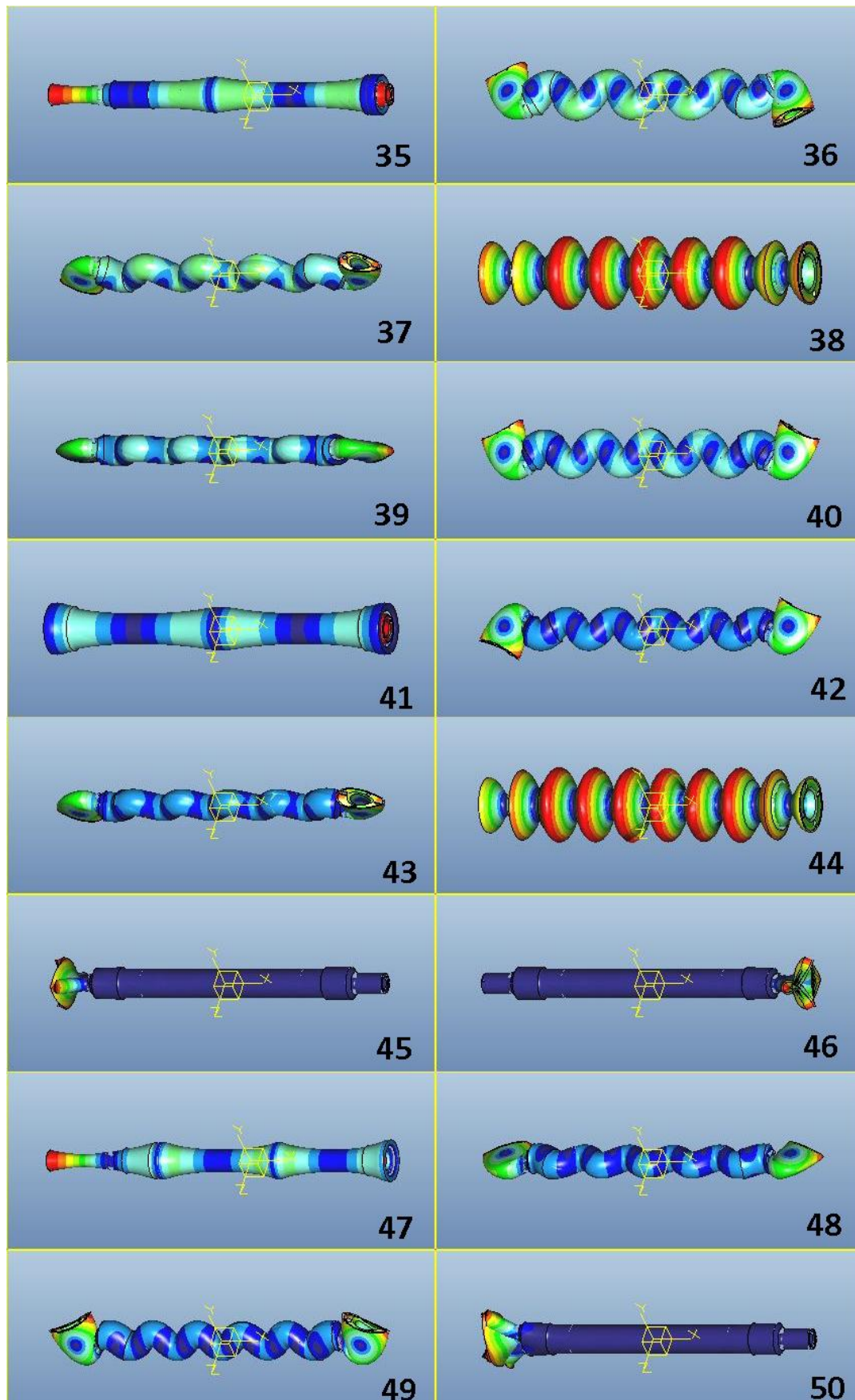


Figura 92. Modos (35-50) de vibración del eje libre normal.

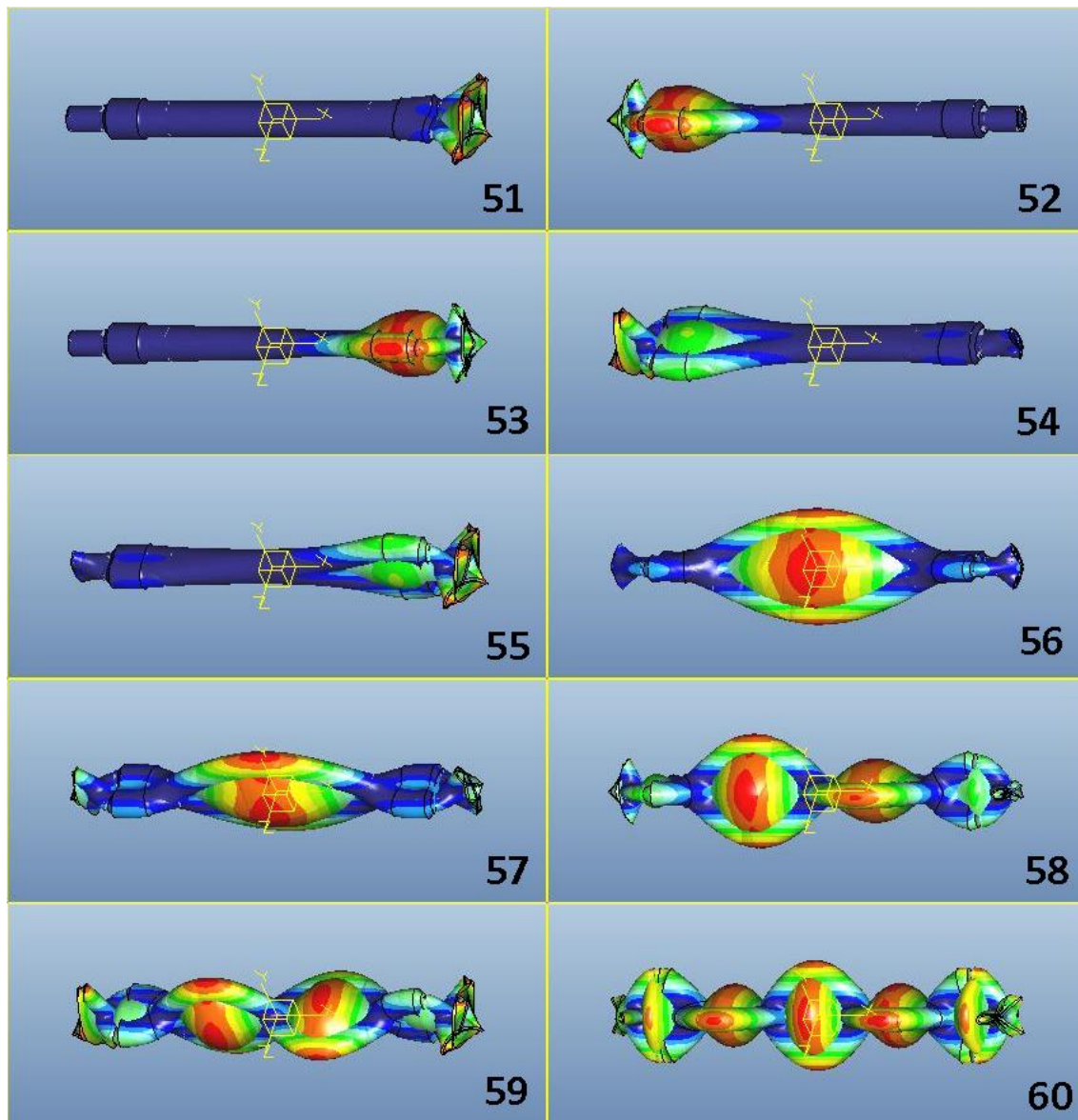


Figura 93. Modos (51-60) de vibración del eje libre normal.

Eje Nuevo Libre Simplificado

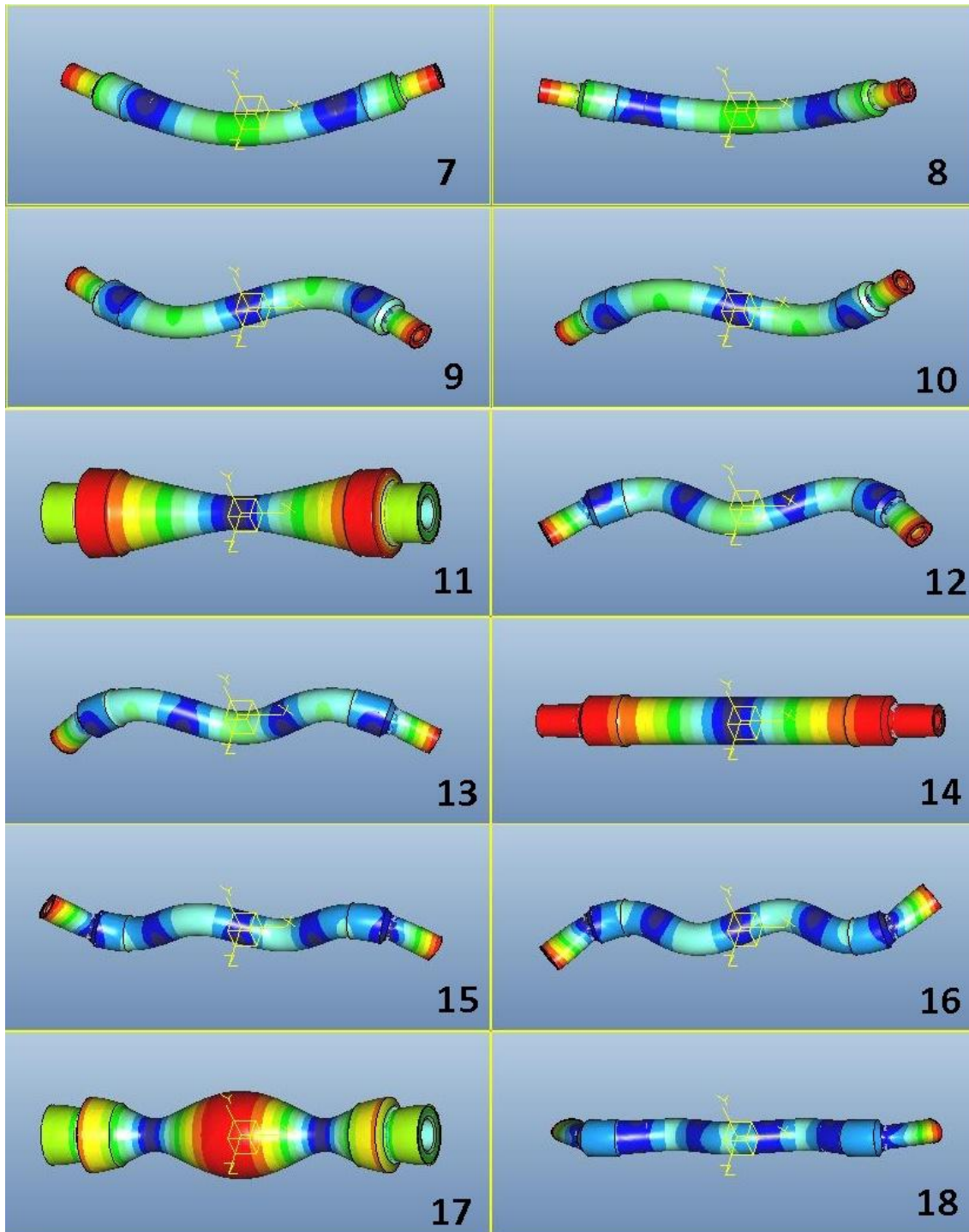


Figura 94. Modos (7-18) de vibración del eje libre simplificado.

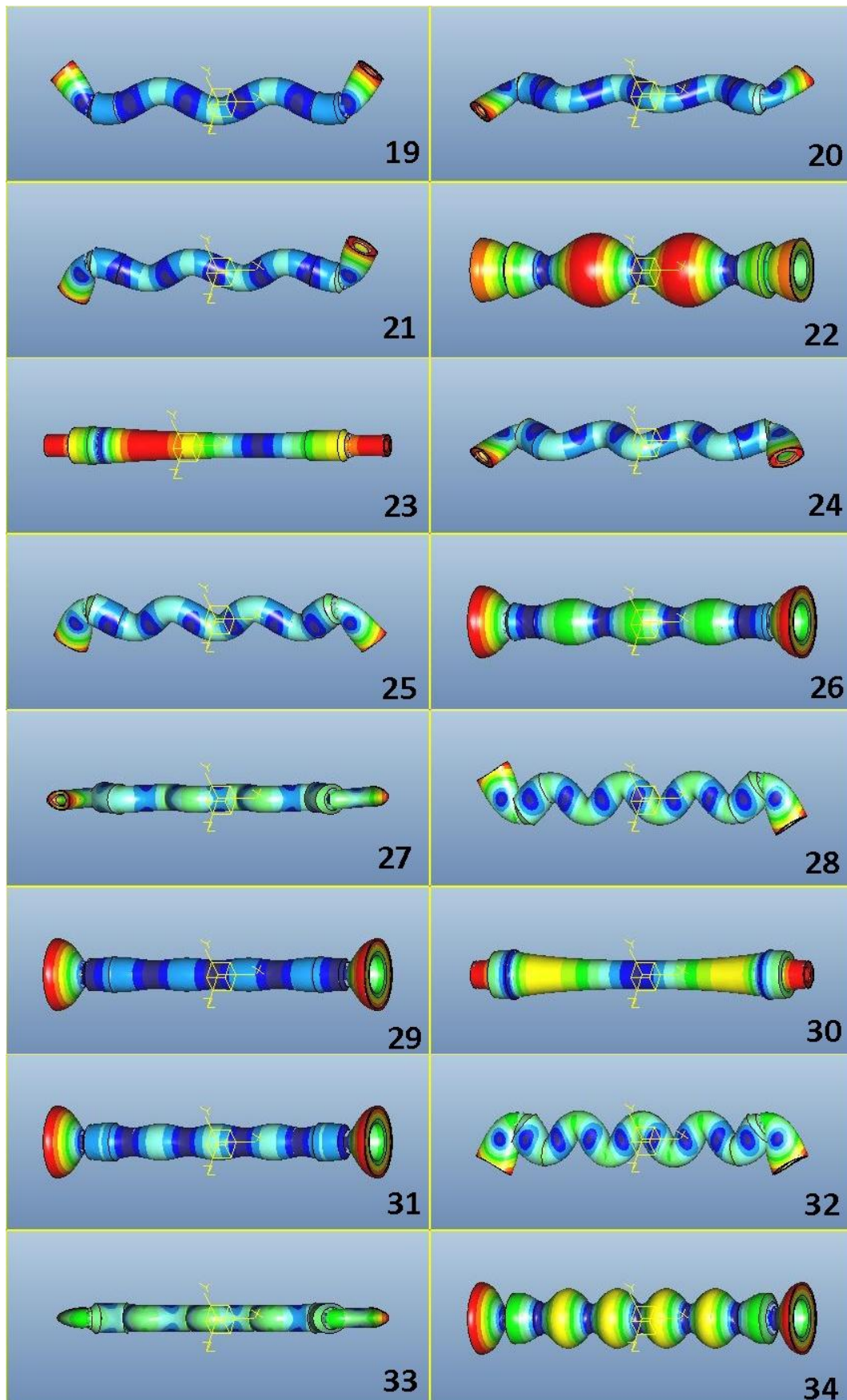


Figura 95. Modos (19-34) de vibración del eje libre simplificado.

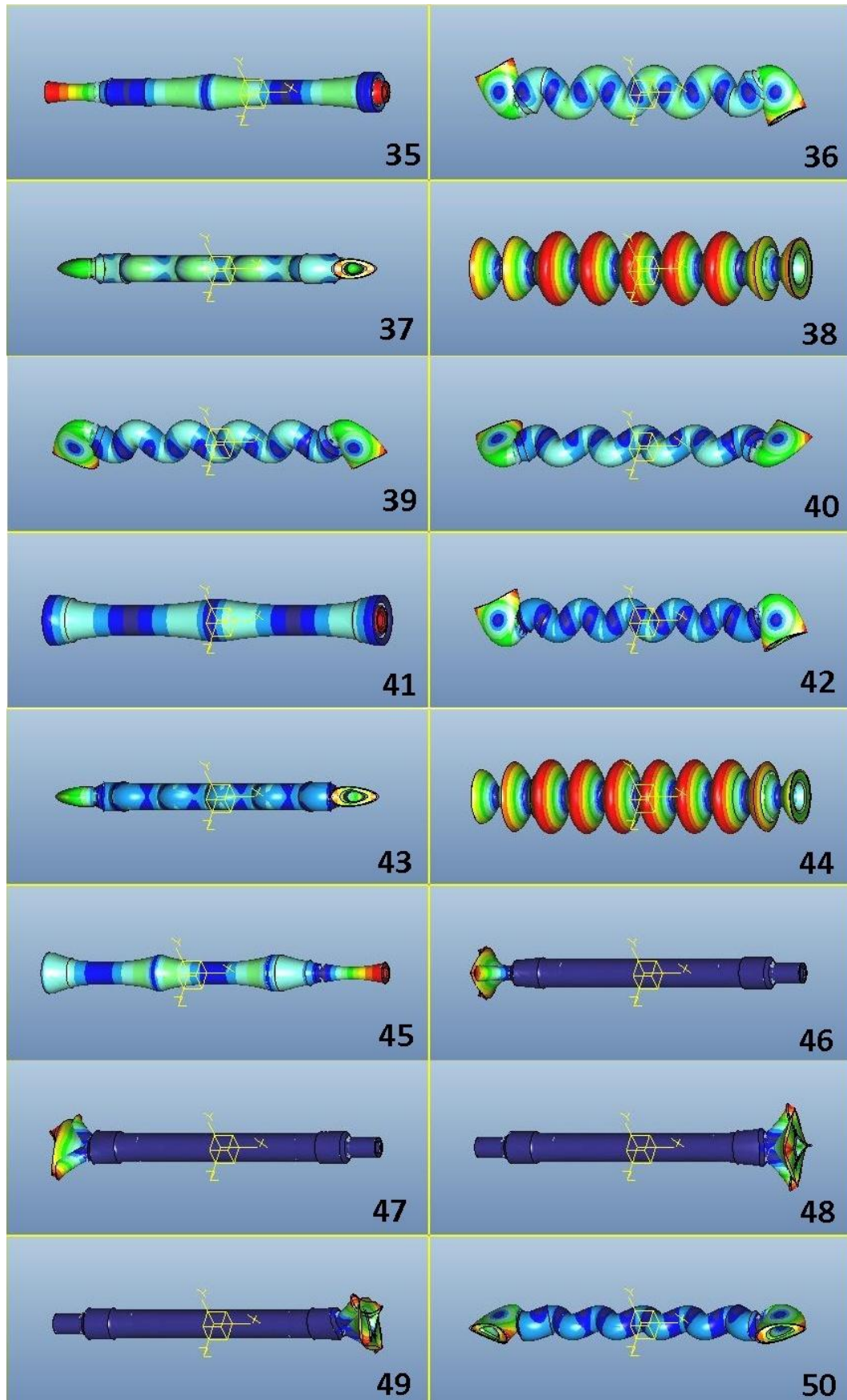


Figura 96. Modos (35-50) de vibración del eje libre simplificado.

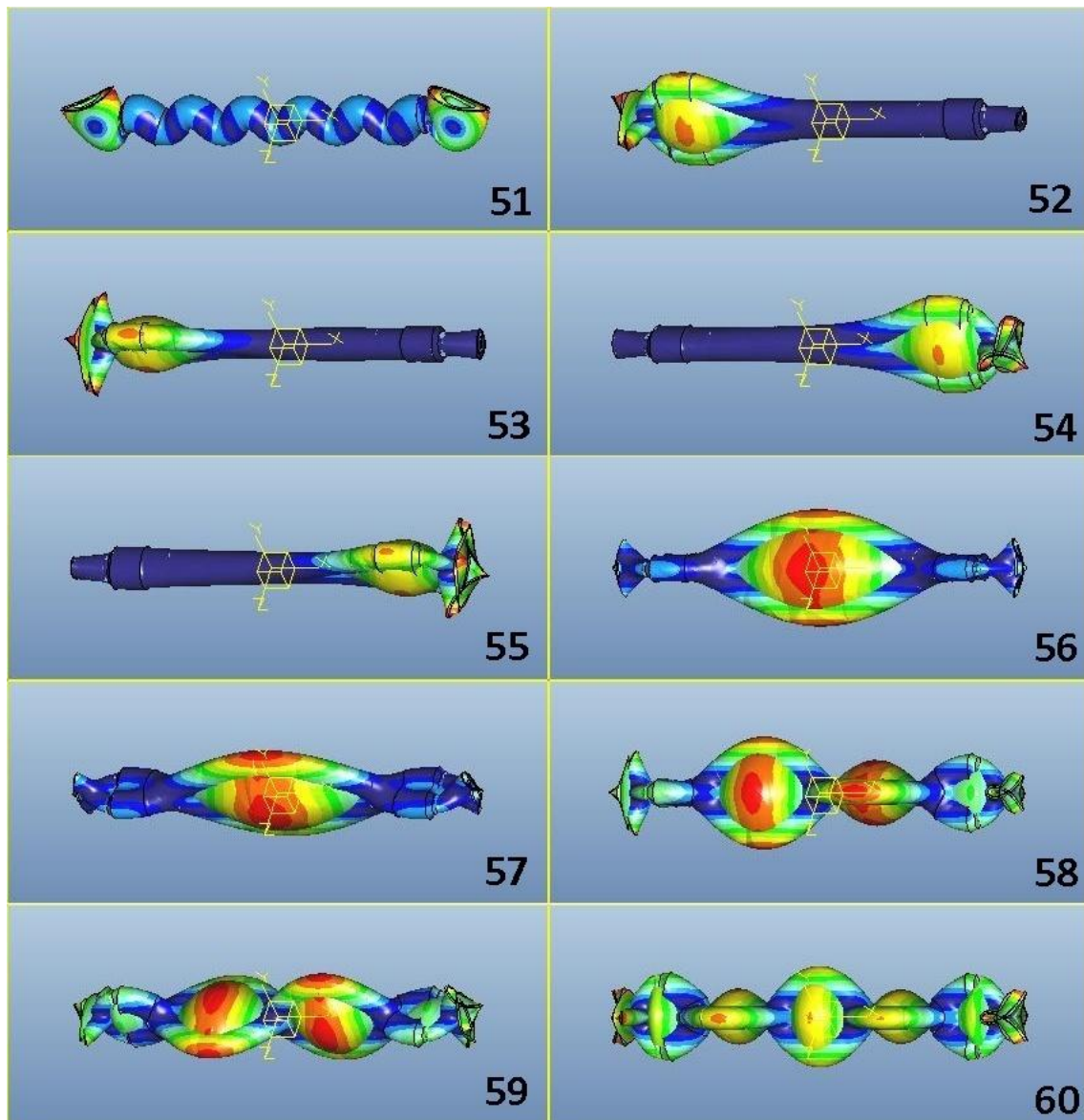


Figura 97. Modos (51-60) de vibración del eje libre simplificado.

Eje Nuevo Restringido

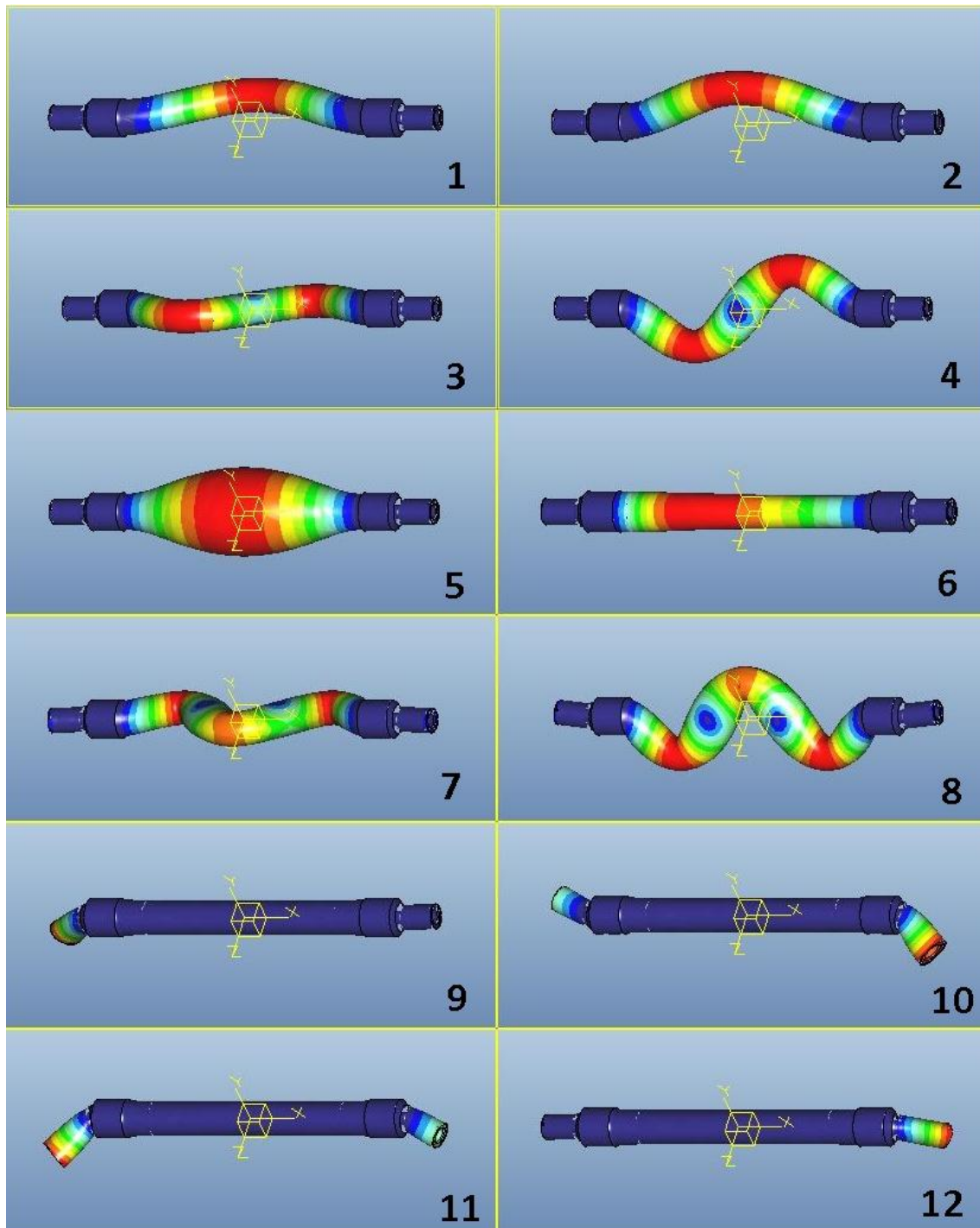


Figura 98. Modos (1-12) de vibración del eje restringido normal.

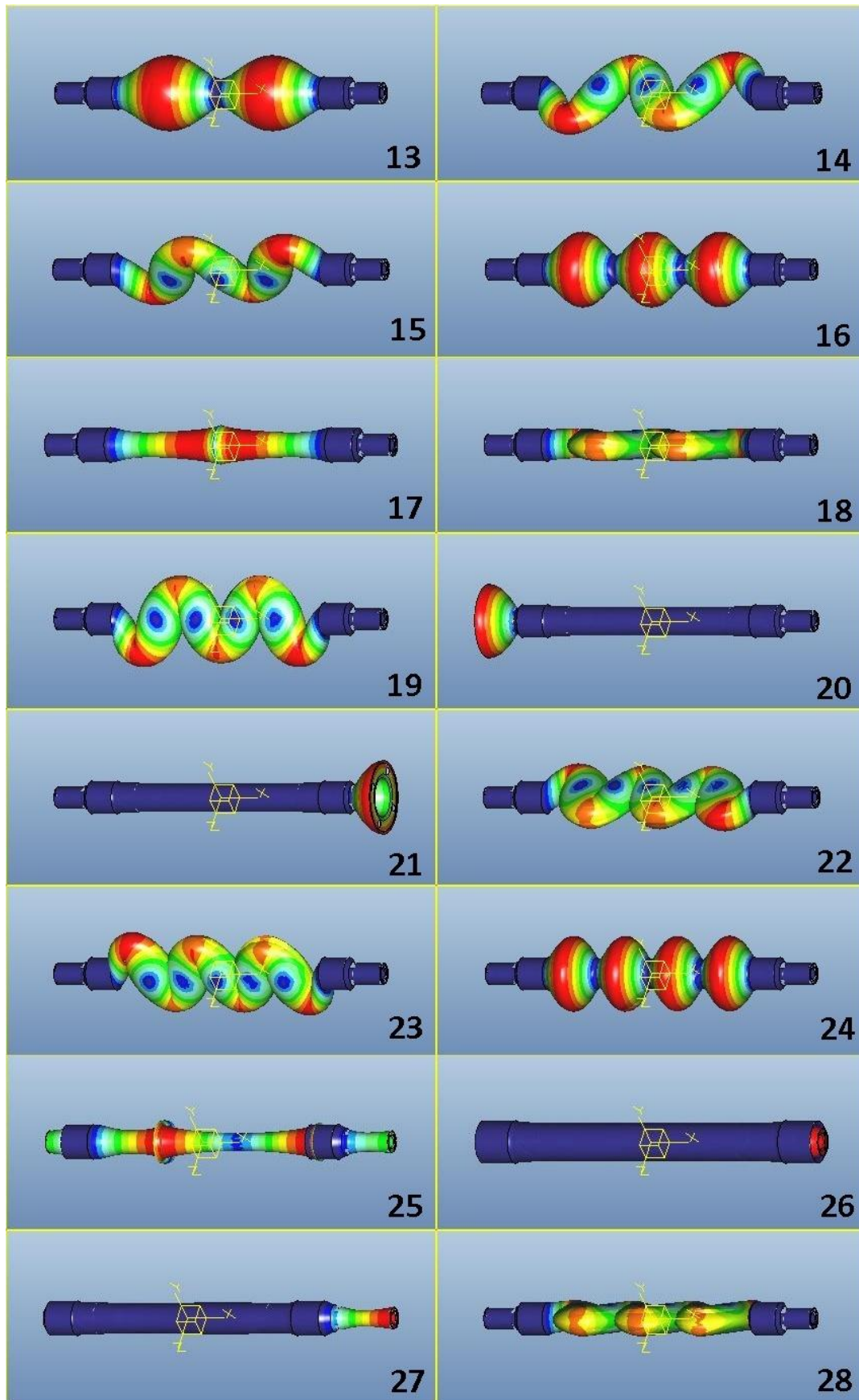


Figura 99. Modos (13-28) de vibración del eje restringido normal.

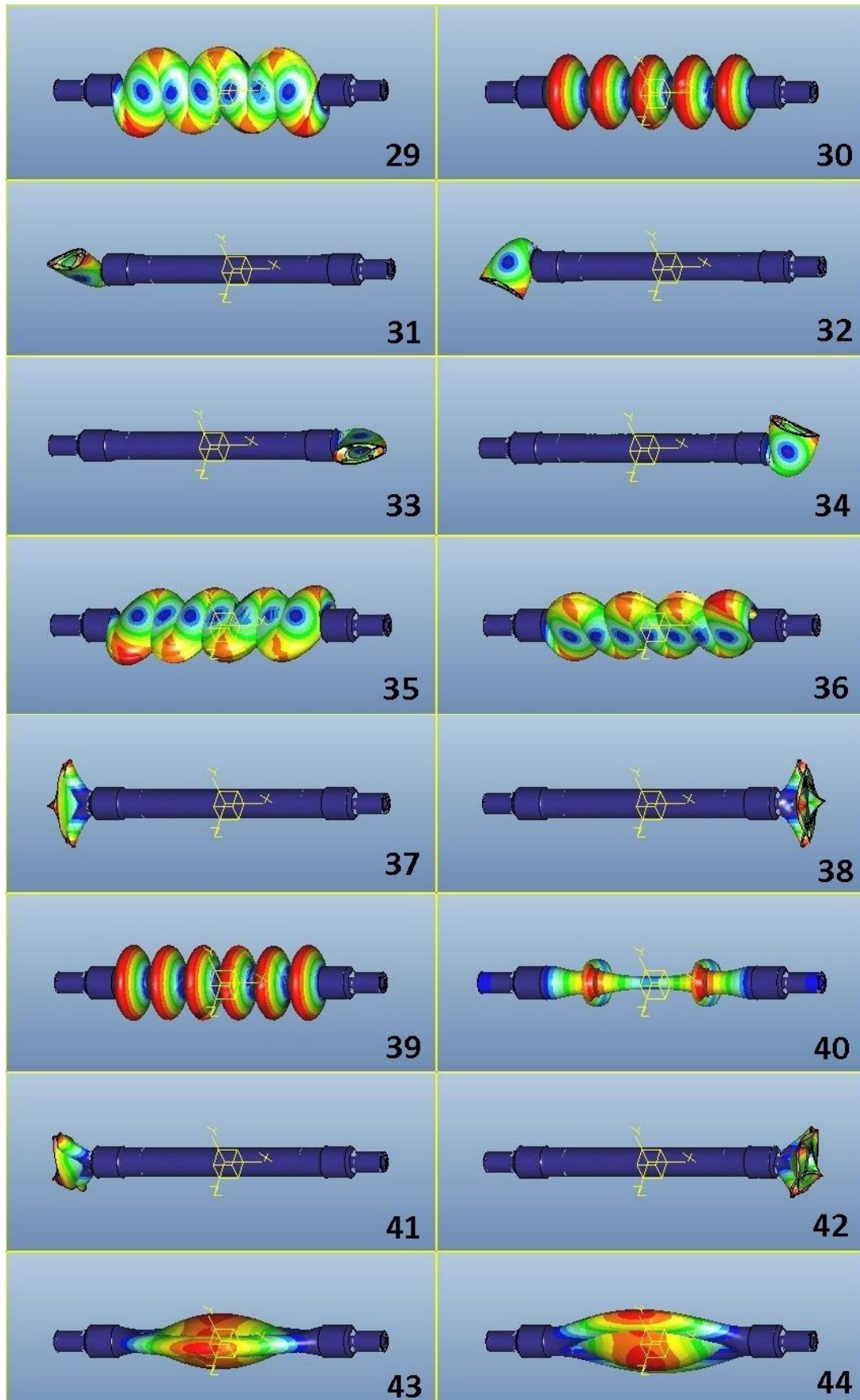


Figura 100. Modos (29-44) de vibración del eje restringido normal.

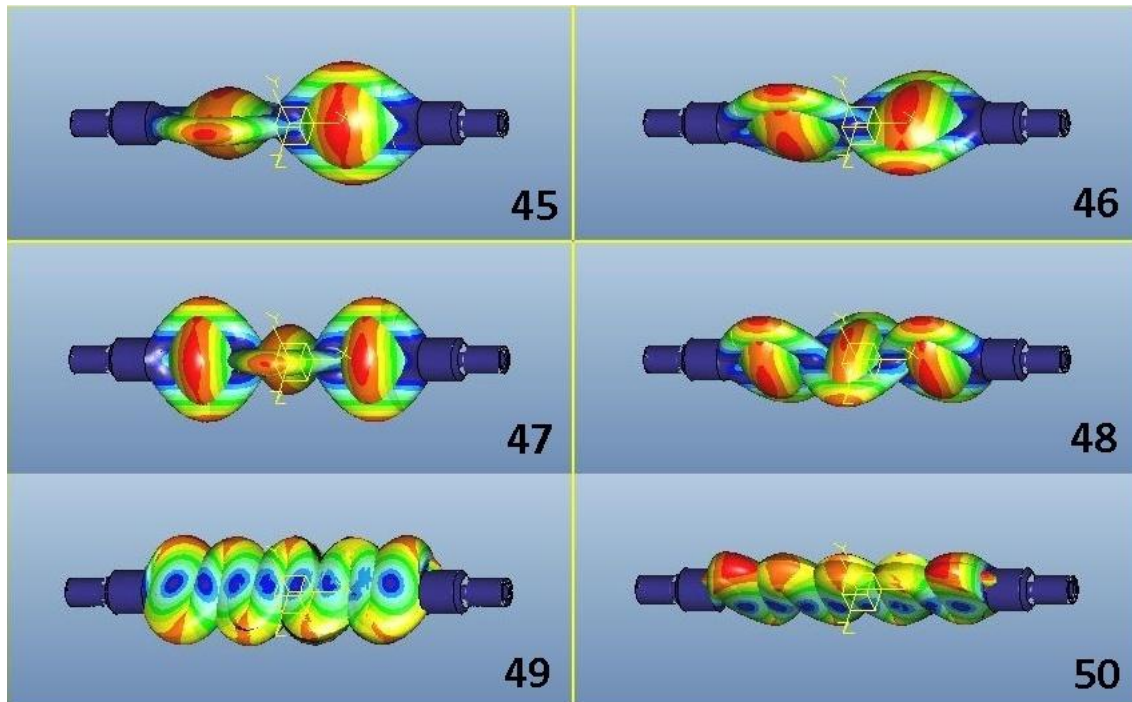


Figura 101. Modos (45-50) de vibración del eje restringido normal.

Eje Nuevo Restringido Simplificado

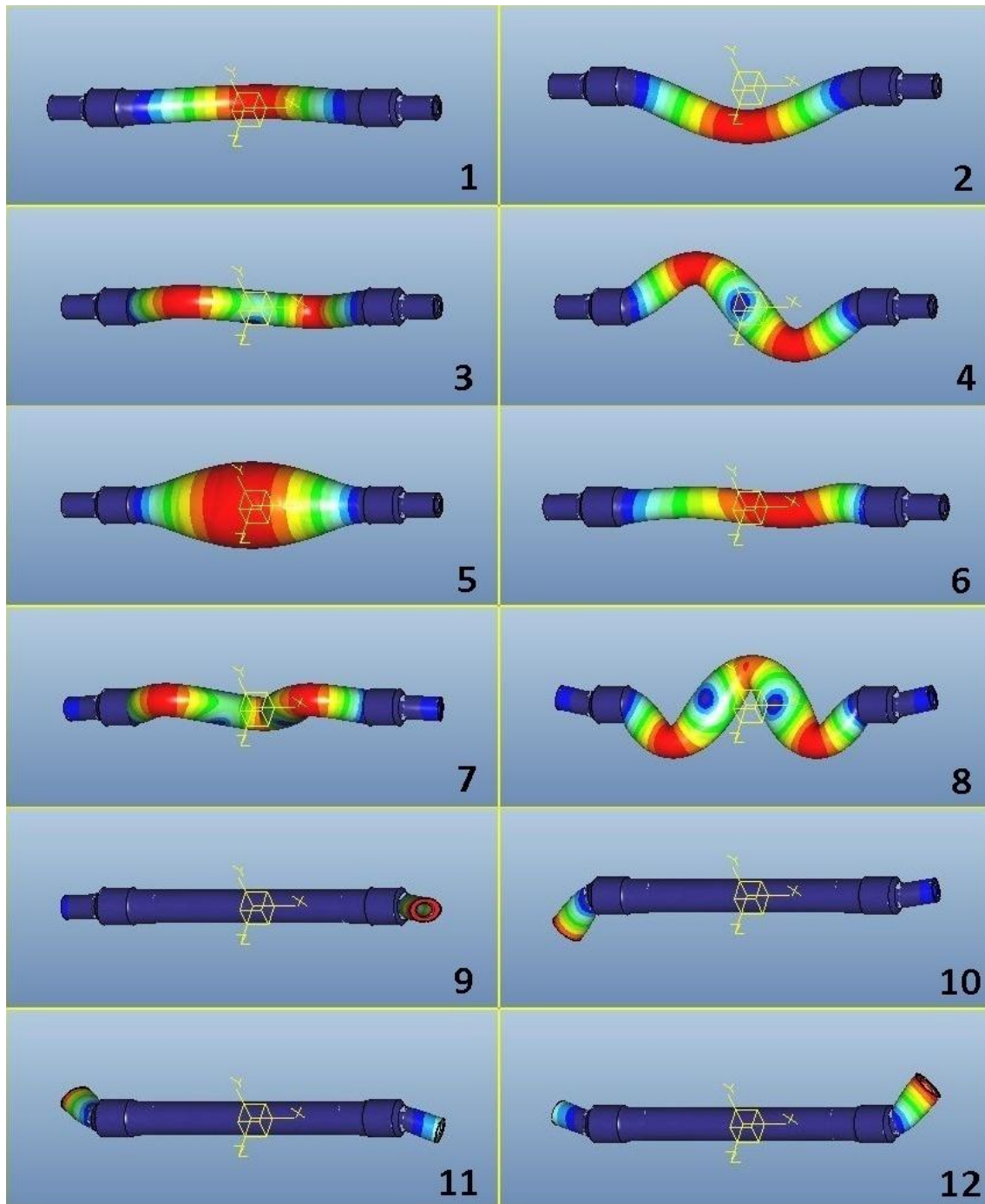


Figura 102. Modos (1-12) de vibración del eje restringido simplificado.

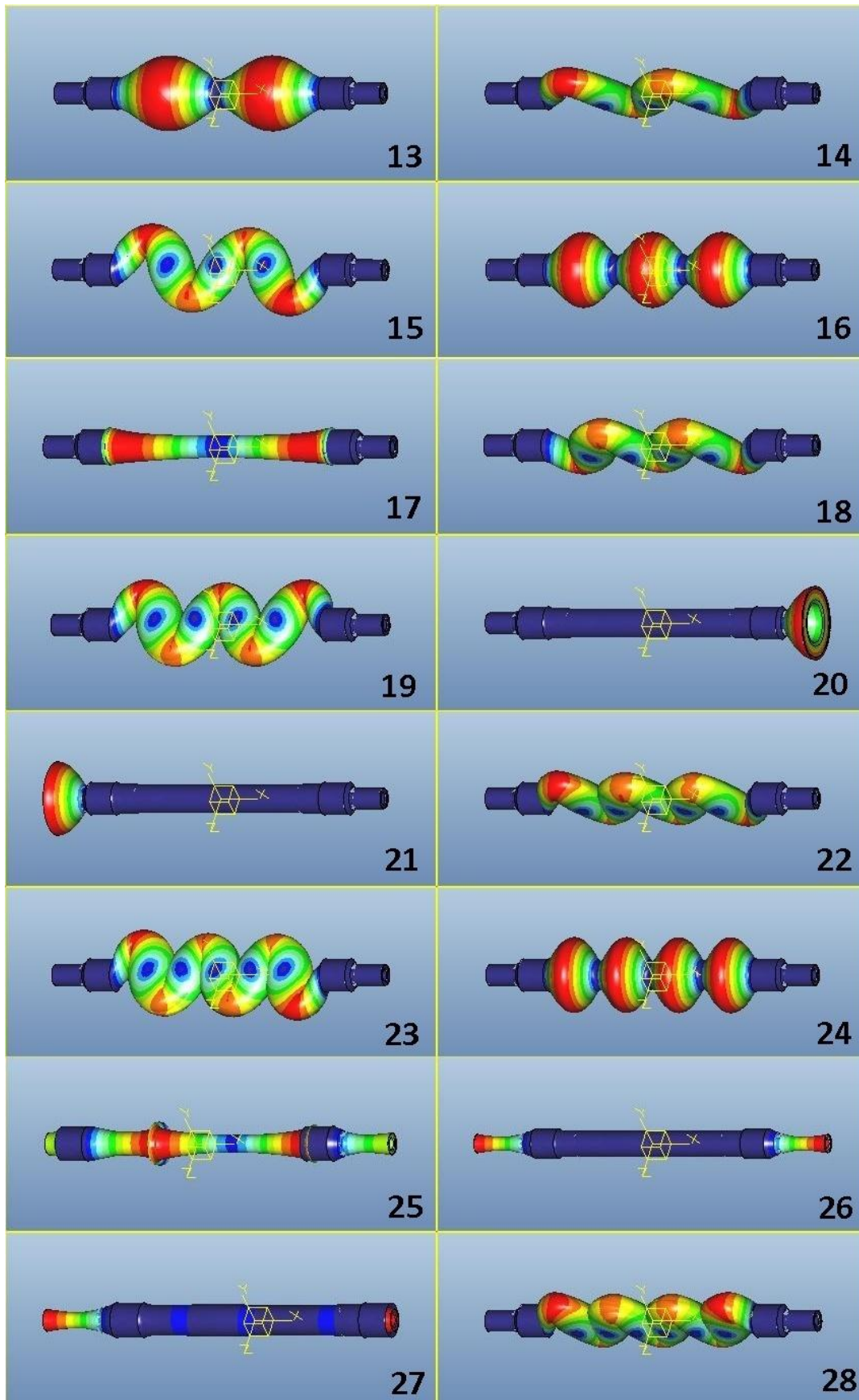


Figura 103. Modos (13-28) de vibración del eje restringido simplificado.

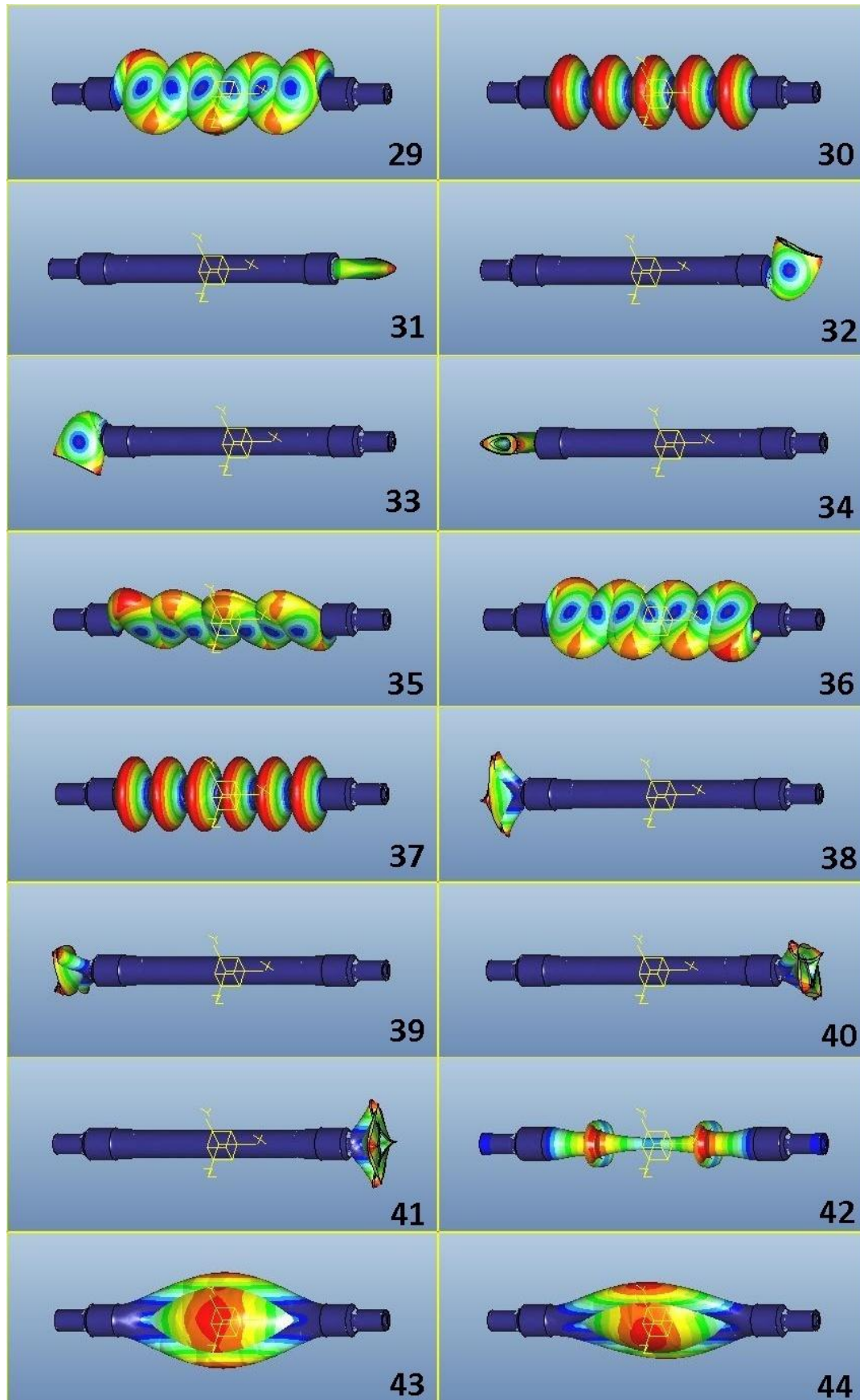


Figura 104. Modos (29-44) de vibración del eje restringido simplificado.

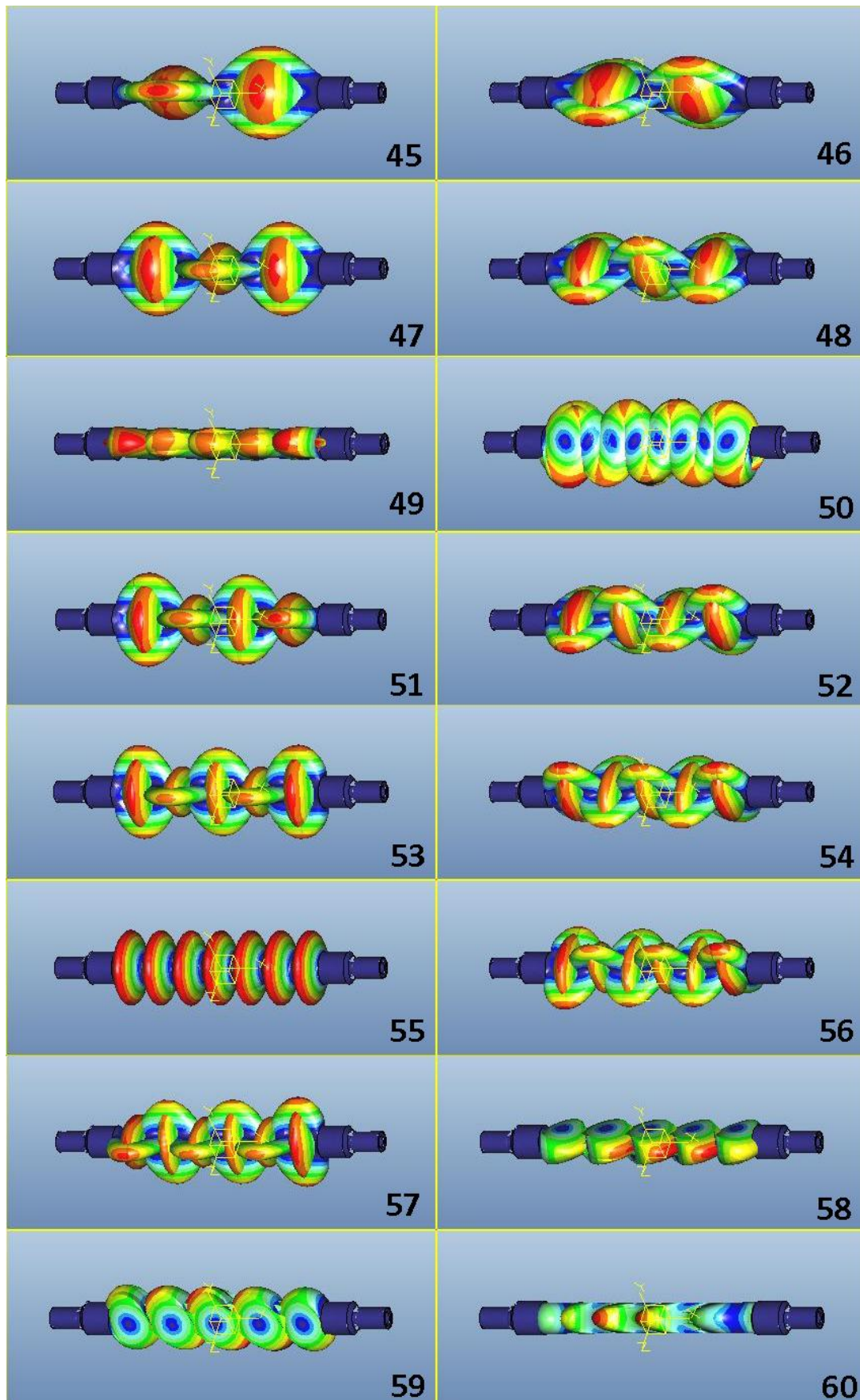


Figura 105. Modos (45-60) de vibración del eje restringido simplificado.

Estudiando el conjunto de las deformadas y las graficas de frecuencias propias, se observa como los modos en que su deformada es la misma en su forma pero con distinta orientación, la frecuencia propia de esos modos es la misma.

En definitiva, la simplificación del modelo, eliminando las roscas de los extremos, supone una reducción de aproximadamente el 25% de los nodos y elementos de la malla. Esto, hace posible que los tiempos de cálculo para el eje libre se reduzcan en un 30% y hasta en un 70% para el eje restringido.

En el caso del eje restringido, la simplificación del modelo es muy importante puesto que el modelo normal genera una alta tasa de error final en la convergencia de los cálculos iterativos.

De no haber simplificado el modelo del eje, es posible que las 170 horas de cálculo se hubieran sido el doble o el triple tanto por un mayor tiempo de cálculo como por frecuentes errores finales de convergencia de los mismos.

Como se detalló en anteriores capítulos, el mallado del eje es el que por defecto genera la herramienta 'AutoGem' de Creo Elements/Pro, pues en estudios anteriores de sensibilidad, se demostró como la mejor opción en cuanto a tiempos de cálculo y precisión de los resultados.

En el caso de anteriores proyectos para ejes ferroviarios macizos, la malla creada por esta herramienta era de 240 nodos y 569 elementos, muy inferior a los 1184 nodos y 3572 elementos del eje ferroviario hueco, aproximadamente un 80% más en el segundo caso.

La simplificación del modelo, supone una muy pequeña variación de la frecuencia de los modos propios; 0,08% de diferencia porcentual media para el eje libre y 0,03% de diferencia porcentual media para el eje restringido.

8.3 ÁREAS DE GRIETA SEGÚN POSICIÓN E INSERCIÓN RADIAL

En el capítulo séptimo del proyecto, se presentó el modelo de grieta, así como los distintos tamaños y posiciones en el eje. Mediante un cálculo geométrico sencillo, se mostró cómo obtener el valor de las áreas según la posición y la inserción radial del círculo que la genera.

Tabla 5. Área total de grieta según posición e inserción radial.

	R (mm)	Área Total (mm ²)				
		7%	14%	28%	42%	Corte
Posición 1	102,5	258,072	726,048	2031,358	3690,487	6429,864
Posición 2	102,5	258,072	726,048	2031,358	3690,487	6429,864
Posición 3	109,1	292,376	822,559	2301,379	4181,051	7682,315
Posición 4	115,0	324,854	913,930	2557,022	4645,491	8903,763
Posición 5	100,6	248,593	699,380	1956,747	3554,937	6082,217
Posición 6	85,0	177,472	499,293	1396,936	2537,896	3620,534
Posición 7	74,9	137,802	387,687	1084,682	1970,605	2344,894
Posición 8	75,0	138,170	388,723	1087,580	1975,870	2353,746

En la siguiente gráfica, se observa el valor del área en función de la posición en el eje y para cada inserción radial.

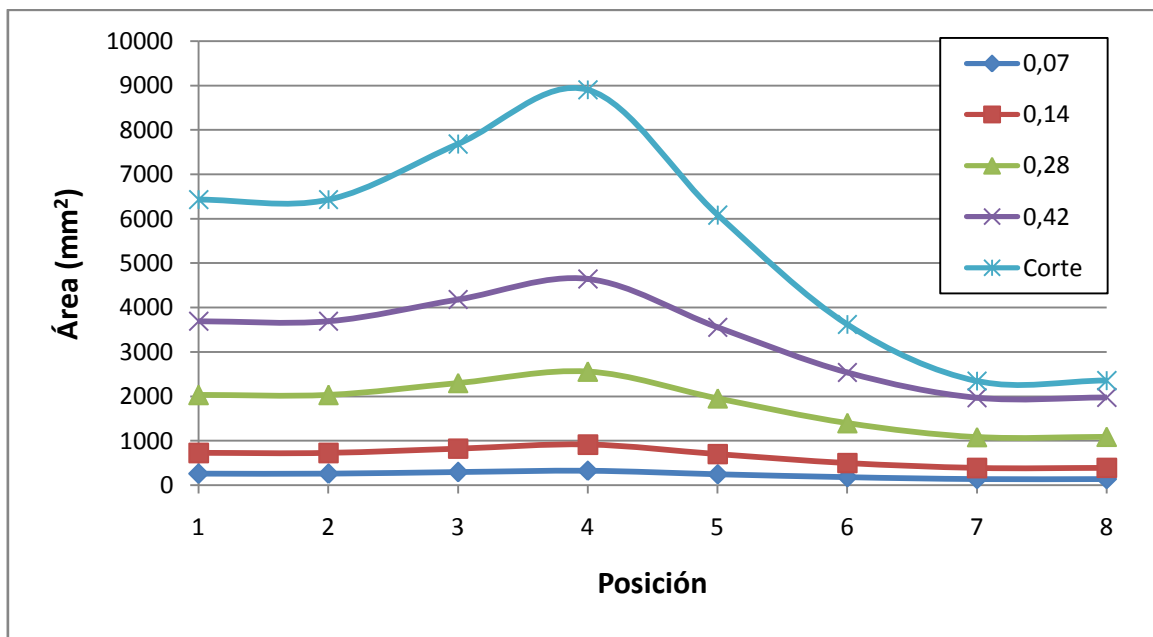


Figura 106. Gráfica de área de grieta según posición.

Como es lógico, la posición del eje con mayor área de grieta para cada inserción radial, es la posición 4, puesto que es la sección del eje de mayor diámetro.

En las posiciones 6 y 7, el valor de las áreas de grieta para la inserción radial de 42% y la de hasta punto de corte, son muy similares; esto se debe al menor diámetro de la sección del eje y que el diámetro del hueco interno es constante en todo el eje.



Figura 107. Posiciones de grieta en el eje.

Asimismo, se representa en la siguiente gráfica el valor del área según el porcentaje de inserción radial. La serie de valores de área para la posición 1 y la posición 2, se solapan puesto que ambas posiciones tienen el mismo diámetro de eje; esto mismo ocurre en el caso de las posiciones 7 y 8.

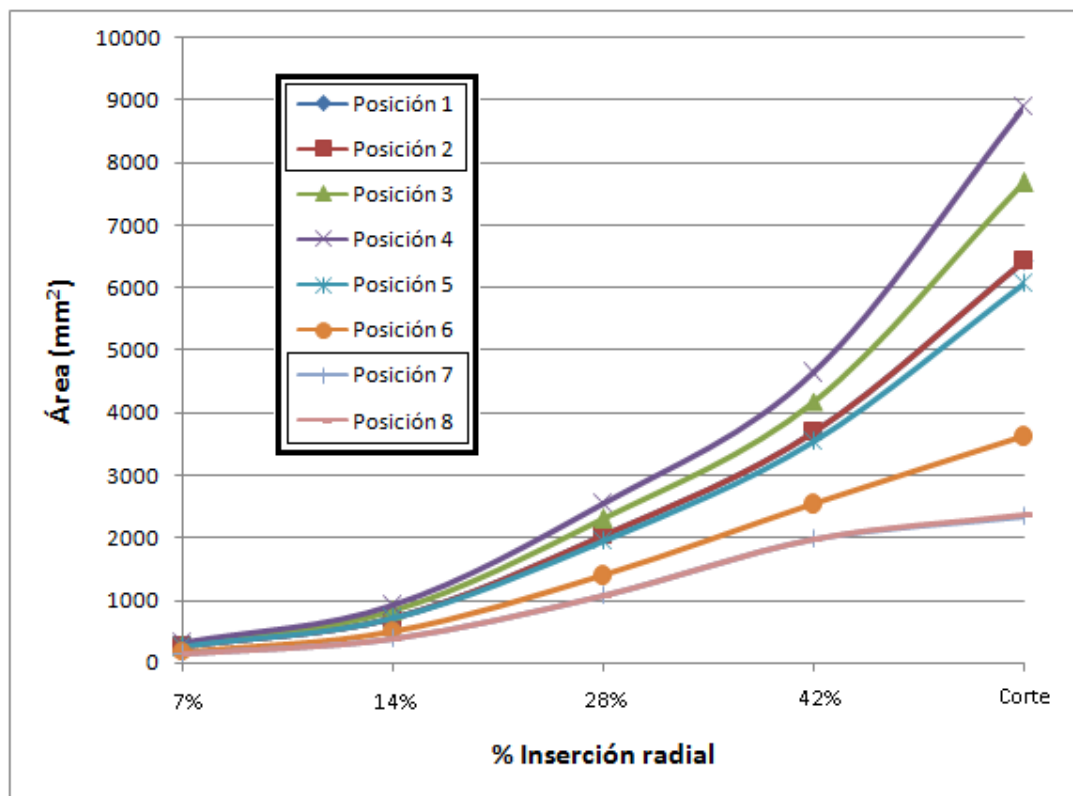


Figura 108. Gráfica de área de grieta según inserción radial.

8.4 RESULTADOS DEL EJE LIBRE CON GRIETA

En este apartado, se presenta el conjunto de resultados obtenidos sobre el eje libre, mediante el análisis por elementos finitos realizado con el software 'Creo Elements/Pro'.

8.4.1 Resultados globales de frecuencias.

El principal resultado de estudio obtenido, es el conjunto de tablas de las siguientes páginas que contienen las frecuencias propias de vibración de los 60 primeros modos propios para las 8 posiciones analizadas y los 5 distintos radios de inserción de grieta. En total son 2400 valores de frecuencias para el eje libre; 300 valores para cada posición de avance de grieta. La primera columna que se incluye en cada tabla, corresponde a los valores de frecuencias del eje nuevo, sin grieta.

La siguiente tabla muestra los tiempos de cálculo empleados por el equipo informático en los distintos análisis. La suma de tiempo total para el eje libre es de 278232 segundos, que son un poco más de 77 horas.

Tabla 6. Tiempos de cálculo del software para el eje libre.

Tiempo de Cálculo (s)									
Eje Libre	Posición 1	Posición 2	Posición 3	Posición 4	Posición 5	Posición 6	Posición 7	Posición 8	Total
7%	5878	5249	6622	6412	6377	6611	5115	6373	48637
14%	9531	6731	5630	5836	4809	6723	6573	5106	50939
28%	4742	6776	7708	5197	4722	8855	6314	5440	49754
42%	10670	5543	5890	4772	5625	6973	6372	5350	51195
Corte	4484	6865	12048	10825	12905	5235	7394	17951	77707
Total	35305	31164	37898	33042	34438	34397	31768	40220	

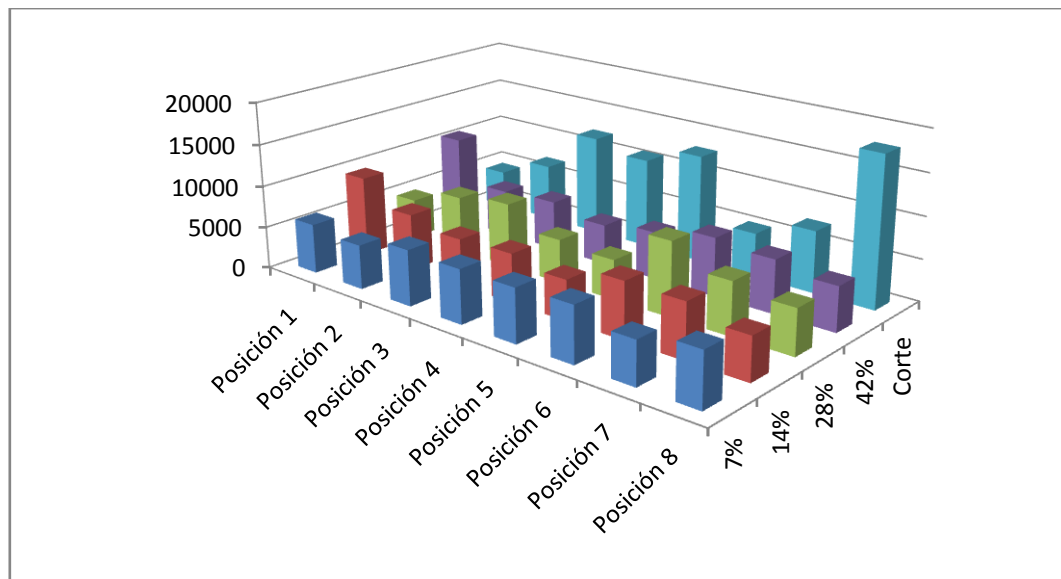


Figura 109. Gráfica de tiempos de cálculo para eje libre.

Tabla 7. Frecuencias propias para eje libre en posición 1.

		POSICIÓN 1					
		NUEVO	7%	14%	28%	42%	Corte
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	0	0	0	0	0	0
	Modo 2	0	0	0	0	0	0
	Modo 3	0	0	0	0	0	0
	Modo 4	0	0	0	0	0	0
	Modo 5	0	0	0	0	0	0
	Modo 6	0	0	0	0	0	0
	Modo 7	187,474	187,425	187,16	185,987	183,504	177,825
	Modo 8	187,487	187,459	187,455	187,415	187,28	186,804
	Modo 9	495,624	495,589	495,562	495,533	495,35	494,803
	Modo 10	495,634	495,633	495,613	495,591	495,564	495,526
	Modo 11	691,77	691,689	691,491	690,71	689,092	685,318
	Modo 12	904,097	903,921	903,068	899,574	892,027	875,066
	Modo 13	904,12	904,068	903,999	903,92	903,446	902,128
	Modo 14	1111,87	1111,76	1111,34	1109,28	1104,38	1091,9
	Modo 15	1352,73	1352,6	1352,4	1352,26	1351,22	1348,74
	Modo 16	1352,74	1352,7	1352,51	1352,65	1352,34	1352,22
	Modo 17	1456,88	1456,88	1456,89	1456,93	1456,94	1456,97
	Modo 18	1795,21	1794,89	1793,44	1788,5	1777,93	1758,49
	Modo 19	1795,26	1795,19	1794,91	1795	1794,09	1792,32
	Modo 20	2238,67	2238,5	2238,12	2237,76	2234,58	2222,1
	Modo 21	2238,73	2238,64	2238,33	2238,72	2237,98	2237,61
	Modo 22	2272,47	2272,33	2271,61	2268,79	2263,56	2256,01
	Modo 23	2280,53	2280,49	2280,46	2280,53	2280,52	2280,65
	Modo 24	2731,67	2731,38	2729,04	2721,72	2705,31	2674,99
	Modo 25	2731,73	2731,7	2731,26	2731,53	2729,95	2727,31
	Modo 26	3007,62	3007,46	3007,45	3007,71	3007,56	3007,81
	Modo 27	3294,92	3294,97	3293,99	3293,62	3287,86	3272,49
	Modo 28	3294,96	3295,01	3294,42	3295,39	3293,57	3292,01
	Modo 29	3424,9	3424,89	3424,34	3422,89	3419,69	3385,13
	Modo 30	3455,12	3454,81	3453,37	3446,91	3430,08	3413,49
	Modo 31	3730,45	3730,24	3730,19	3730,7	3730,28	3730,57
	Modo 32	3906,51	3906,4	3902,68	3894,3	3871,49	3842,37
	Modo 33	3906,61	3907,13	3906,04	3907,98	3904,07	3900,66
	Modo 34	4313,65	4313,75	4312,03	4307,11	4296,15	4266,06
	Modo 35	4474,9	4474,72	4474,58	4474,92	4474,68	4475,21
	Modo 36	4533,34	4535,14	4532,08	4533,73	4522,99	4504,59
	Modo 37	4533,4	4535,39	4532,88	4536,34	4531,45	4527,77
	Modo 38	5072,77	5072,88	5072,9	5074,08	5072,06	5030,16
	Modo 39	5140,94	5141,22	5136,84	5131,75	5092,51	5072,72
	Modo 40	5140,96	5142,42	5140,67	5147,44	5138,16	5134,01
	Modo 41	5239,89	5239,65	5238,2	5233,46	5223,76	5208,34
	Modo 42	5694,36	5700,22	5693,78	5700,36	5679,97	5635,52
	Modo 43	5694,55	5700,89	5695,14	5703,52	5692,36	5687,14
	Modo 44	5838,26	5838,88	5835,85	5831,35	5815,58	5790,23
	Modo 45	5968,68	5968,4	5968,22	5968,86	5968,36	5968,95
	Modo 46	6142,74	6142,55	6141,47	6142,67	6141,62	6102,66
	Modo 47	6143,22	6142,86	6141,62	6142,79	6141,73	6145,08
	Modo 48	6143,23	6143,59	6141,69	6143,66	6141,85	6145,52
	Modo 49	6144,49	6144,21	6142,8	6144,82	6142,64	6145,56
	Modo 50	6182,7	6185,08	6180,24	6183,89	6142,91	6146,01
	Modo 51	6183,03	6187,57	6183,13	6196,88	6180,06	6176,27
	Modo 52	6393,71	6393,67	6382,91	6393,56	6383,85	6394,53
	Modo 53	6394,4	6393,84	6383,73	6393,97	6383,89	6395,32
	Modo 54	6395,36	6394,99	6384,05	6396,87	6384,19	6395,9
	Modo 55	6396,02	6395,16	6384,5	6397,94	6384,21	6396,62
	Modo 56	6452,53	6452,49	6439,44	6455,03	6436,84	6448,61
	Modo 57	6453,13	6453,61	6440,08	6455,46	6438,56	6449,98
	Modo 58	6504,08	6505,69	6490,25	6507,36	6489,01	6501,57
	Modo 59	6505,14	6506,44	6491,2	6508,97	6489,67	6503,42
	Modo 60	6582,96	6582,1	6570,23	6583,75	6564,81	6572,68

Tabla 8. Frecuencias propias para eje libre en posición 2.

		POSICIÓN 2					
		NUEVO	7%	14%	28%	42%	Corte
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	0	0	0	0	0	0
	Modo 2	0	0	0	0	0	0
	Modo 3	0	0	0	0	0	0
	Modo 4	0	0	0	0	0	0
	Modo 5	0	0	0	0	0	0
	Modo 6	0	0	0	0	0	0
	Modo 7	187,474	187,448	187,295	186,571	185,15	181,604
	Modo 8	187,487	187,462	187,459	187,414	187,335	187,024
	Modo 9	495,624	495,501	494,998	492,406	487,601	476,432
	Modo 10	495,634	495,616	495,575	495,501	495,174	494,139
	Modo 11	691,77	691,712	691,559	690,921	689,798	686,921
	Modo 12	904,097	904,072	903,989	903,567	902,579	900,314
	Modo 13	904,12	904,091	904,057	903,789	903,31	901,709
	Modo 14	1111,87	1111,8	1111,49	1109,81	1106,07	1094,75
	Modo 15	1352,73	1352,6	1352,16	1350	1346,02	1337,75
	Modo 16	1352,74	1352,68	1352,69	1352,42	1351,57	1349,08
	Modo 17	1456,88	1456,84	1456,48	1454,97	1452,07	1445,31
	Modo 18	1795,21	1795,03	1794,05	1789,5	1781,03	1763,59
	Modo 19	1795,26	1795,22	1795,15	1794,98	1794,26	1792,32
	Modo 20	2238,67	2238,7	2238,46	2237,79	2235,87	2229,95
	Modo 21	2238,73	2238,85	2238,77	2238,79	2238,3	2236,62
	Modo 22	2272,47	2272,43	2272,49	2272,35	2267,75	2245,71
	Modo 23	2280,53	2280,37	2279,76	2276,03	2272,4	2272,13
	Modo 24	2731,67	2731,62	2730,16	2724,25	2713,61	2694,28
	Modo 25	2731,73	2731,71	2731,7	2731,21	2729,55	2725,12
	Modo 26	3007,62	3007,51	3007,3	3005,69	3001,93	2993,48
	Modo 27	3294,92	3295,28	3293,32	3286,48	3274,14	3252,62
	Modo 28	3294,96	3295,7	3294,98	3294,43	3292,15	3286,14
	Modo 29	3424,9	3424,98	3424,52	3423,5	3421,14	3415,58
	Modo 30	3455,12	3455,01	3455,08	3455,05	3455,08	3454,89
	Modo 31	3730,45	3730,38	3730,52	3730,48	3729,55	3728,37
	Modo 32	3906,51	3907,94	3906,44	3904,89	3898,99	3880,04
	Modo 33	3906,61	3908,37	3907,27	3907,51	3906,2	3903,23
	Modo 34	4313,65	4313,93	4312,47	4307,11	4297,6	4273,69
	Modo 35	4474,9	4474,71	4473,95	4467,64	4447,1	4384,36
	Modo 36	4533,34	4535,72	4531,93	4524,05	4511,4	4506,19
	Modo 37	4533,4	4536,02	4534,86	4534,93	4530,21	4524,16
	Modo 38	5072,77	5073,03	5072,17	5070,04	5063,59	5046,75
	Modo 39	5140,94	5148,22	5140,61	5133	5112,08	5076,98
	Modo 40	5140,96	5148,84	5142,54	5143,59	5138,42	5131,52
	Modo 41	5239,89	5239,84	5238,98	5235,47	5228,95	5216,05
	Modo 42	5694,36	5701,96	5696,31	5698,7	5685,89	5658,51
	Modo 43	5694,55	5704,05	5697,89	5702,6	5695,37	5691,54
	Modo 44	5838,26	5840,19	5839,21	5838,58	5837,27	5835,89
	Modo 45	5968,68	5968,44	5968,65	5968,27	5966,23	5960,83
	Modo 46	6142,74	6142,47	6142,88	6142,7	6142,98	6114,96
	Modo 47	6143,22	6142,82	6142,91	6142,9	6143,1	6143,09
	Modo 48	6143,23	6143,21	6143,09	6143,53	6144,28	6143,11
	Modo 49	6144,49	6144,42	6144,1	6144,55	6145,62	6146,32
	Modo 50	6182,7	6195,1	6187,12	6178,33	6149,47	6146,83
	Modo 51	6183,03	6196,44	6189,63	6191,55	6183,46	6184,13
	Modo 52	6393,71	6393,61	6395,01	6393,38	6395,09	6396,01
	Modo 53	6394,4	6394,81	6396,16	6394,2	6395,21	6396,29
	Modo 54	6395,36	6395	6398,18	6397,6	6395,78	6397,68
	Modo 55	6396,02	6395,14	6400,23	6398,81	6396,75	6398,07
	Modo 56	6452,53	6452,87	6456,43	6455,17	6453,22	6451,14
	Modo 57	6453,13	6453,69	6457,36	6456,14	6454,14	6452,55
	Modo 58	6504,08	6503,59	6507,02	6504,66	6502,76	6490,12
	Modo 59	6505,14	6504,38	6508,09	6505,23	6504,7	6501,32
	Modo 60	6582,96	6581,85	6585,23	6578,07	6557,65	6503,98

Tabla 9. Frecuencias propias para eje libre en posición 3.

		POSICIÓN 3					
		NUEVO	7%	14%	28%	42%	Corte
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	0	0	0	0	0	0
	Modo 2	0	0	0	0	0	0
	Modo 3	0	0	0	0	0	0
	Modo 4	0	0	0	0	0	0
	Modo 5	0	0	0	0	0	0
	Modo 6	0	0	0	0	0	0
	Modo 7	187,474	187,464	187,46	187,384	187,232	186,756
	Modo 8	187,487	187,477	187,464	187,435	187,436	187,311
	Modo 9	495,624	495,564	495,363	494,401	492,444	486,583
	Modo 10	495,634	495,603	495,592	495,514	495,321	494,483
	Modo 11	691,77	691,744	691,714	691,497	691,258	690,311
	Modo 12	904,097	903,894	903,115	899,405	892,216	871,377
	Modo 13	904,12	904,044	904,026	903,799	903,329	901,191
	Modo 14	1111,87	1111,84	1111,76	1111,21	1110,13	1105,9
	Modo 15	1352,73	1352,35	1351,04	1345,02	1334,28	1307,79
	Modo 16	1352,74	1352,65	1352,62	1352,39	1351,7	1348,71
	Modo 17	1456,88	1456,78	1456,56	1455,65	1453,53	1447,95
	Modo 18	1795,21	1795,05	1794,2	1790,38	1783,94	1768,39
	Modo 19	1795,26	1795,09	1795,01	1794,54	1793,65	1789,59
	Modo 20	2238,67	2238,53	2238,35	2237,57	2235,32	2222,58
	Modo 21	2238,73	2238,8	2238,75	2238,53	2238,17	2235,55
	Modo 22	2272,47	2272,35	2271,82	2269,15	2265,39	2247,99
	Modo 23	2280,53	2280,31	2279,75	2276,84	2270	2257,75
	Modo 24	2731,67	2731,61	2730,98	2727,69	2721,61	2704,62
	Modo 25	2731,73	2731,66	2731,46	2730,55	2728,68	2720,74
	Modo 26	3007,62	3007,43	3006,84	3004,32	2999,12	2984,63
	Modo 27	3294,92	3294,41	3291,89	3280,69	3257,12	3190,33
	Modo 28	3294,96	3294,96	3294,85	3294,53	3292,97	3286,81
	Modo 29	3424,9	3424,91	3424,84	3424,32	3423,86	3408,51
	Modo 30	3455,12	3454,8	3453,63	3447,41	3435,9	3422,12
	Modo 31	3730,45	3730,45	3730,27	3729,48	3727,81	3722,23
	Modo 32	3906,51	3906,19	3902,52	3888,3	3865,86	3826,2
	Modo 33	3906,61	3907,19	3906,73	3906,03	3903,98	3896,38
	Modo 34	4313,65	4313,37	4312,32	4307,16	4297,53	4264,7
	Modo 35	4474,9	4474,55	4473,46	4466,81	4448,88	4399,46
	Modo 36	4533,34	4534,19	4531,38	4524,34	4513,93	4506,92
	Modo 37	4533,4	4534,44	4533,78	4532,76	4526,34	4508,1
	Modo 38	5072,77	5072,59	5071,14	5064,66	5049,17	4992,78
	Modo 39	5140,94	5142,15	5140,89	5138,98	5132,68	5121,24
	Modo 40	5140,96	5142,27	5141,1	5139,27	5134	5126,04
	Modo 41	5239,89	5239,83	5239,71	5238,96	5238	5234,53
	Modo 42	5694,36	5698,47	5696,21	5695,95	5686,69	5657,8
	Modo 43	5694,55	5699,52	5697,33	5699,8	5693,21	5684,12
	Modo 44	5838,26	5838,83	5837,63	5833,46	5824,31	5806,13
	Modo 45	5968,68	5968,6	5968,2	5965,75	5958,74	5926,63
	Modo 46	6142,74	6142,78	6142,72	6142,8	6142,32	6105,17
	Modo 47	6143,22	6143,02	6142,97	6142,92	6143,3	6141,53
	Modo 48	6143,23	6143,02	6142,98	6143,08	6143,76	6142,25
	Modo 49	6144,49	6145,15	6145,11	6144,65	6145,11	6142,69
	Modo 50	6182,7	6187,16	6183,17	6172,04	6147,65	6143,43
	Modo 51	6183,03	6187,34	6186,41	6187,59	6181,9	6181,82
	Modo 52	6393,71	6393,32	6392,84	6392,81	6386,87	6374,42
	Modo 53	6394,4	6395,74	6394,93	6393,96	6390,41	6378,04
	Modo 54	6395,36	6396,4	6395,46	6394,23	6393,17	6385,07
	Modo 55	6396,02	6397,5	6396,41	6396,68	6394,75	6385,83
	Modo 56	6452,53	6453,69	6452,71	6455,77	6453,36	6440,02
	Modo 57	6453,13	6454,71	6453,81	6456,76	6453,99	6440,78
	Modo 58	6504,08	6504,9	6503,87	6506,35	6505,59	6488,89
	Modo 59	6505,14	6506,18	6505,32	6507,34	6506,14	6490,9
	Modo 60	6582,96	6583,06	6582,02	6583,69	6576,97	6527,96

Tabla 10. Frecuencias propias para eje libre en posición 4.

		POSICIÓN 4					
		NUEVO	7%	14%	28%	42%	Corte
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	0	0	0	0	0	0
	Modo 2	0	0	0	0	0	0
	Modo 3	0	0	0	0	0	0
	Modo 4	0	0	0	0	0	0
	Modo 5	0	0	0	0	0	0
	Modo 6	0	0	0	0	0	0
	Modo 7	187,474	187,458	187,465	187,457	187,422	187,275
	Modo 8	187,487	187,484	187,482	187,469	187,463	187,412
	Modo 9	495,624	495,608	495,556	495,223	494,545	492,138
	Modo 10	495,634	495,621	495,598	495,573	495,486	495,063
	Modo 11	691,77	691,743	691,742	691,696	691,626	691,315
	Modo 12	904,097	904,027	903,717	901,994	898,437	885,863
	Modo 13	904,12	904,057	904,06	903,931	903,609	902,064
	Modo 14	1111,87	1111,87	1111,82	1111,63	1111,16	1108,84
	Modo 15	1352,73	1352,53	1351,66	1347,23	1338,32	1309,49
	Modo 16	1352,74	1352,69	1352,64	1352,47	1351,89	1349,12
	Modo 17	1456,88	1456,87	1456,78	1456,47	1455,78	1453,64
	Modo 18	1795,21	1794,96	1793,72	1787,8	1776,25	1742,81
	Modo 19	1795,26	1795,17	1795,16	1794,9	1794,19	1790,66
	Modo 20	2238,67	2238,56	2237,71	2233,84	2225,86	2200,6
	Modo 21	2238,73	2238,65	2238,57	2238,1	2236,94	2230,5
	Modo 22	2272,47	2272,34	2272,21	2271,02	2268,96	2262,65
	Modo 23	2280,53	2280,42	2280,23	2279,09	2276,86	2271,48
	Modo 24	2731,67	2731,66	2731,41	2730,58	2728,51	2718,58
	Modo 25	2731,73	2731,81	2731,58	2731,03	2729,81	2725,72
	Modo 26	3007,62	3007,51	3006,91	3004,52	2999,67	2983,11
	Modo 27	3294,92	3294,9	3294,64	3293,32	3290,49	3276,49
	Modo 28	3294,96	3295,12	3294,75	3294,03	3292,21	3282,58
	Modo 29	3424,9	3424,82	3424,43	3422,53	3419,04	3391,75
	Modo 30	3455,12	3454,91	3454,24	3450,04	3439,42	3408,76
	Modo 31	3730,45	3730,37	3730,34	3730,21	3729,86	3728,72
	Modo 32	3906,51	3906,84	3905,4	3899,83	3888,81	3852,45
	Modo 33	3906,61	3907,08	3906,44	3905,03	3901,82	3887,36
	Modo 34	4313,65	4313,74	4313,29	4312,47	4310,51	4297,33
	Modo 35	4474,9	4474,64	4473,39	4463,96	4430,69	4303,14
	Modo 36	4533,34	4534,19	4530,75	4520,57	4510,53	4504,54
	Modo 37	4533,4	4534,42	4533,56	4532,26	4529,74	4516,96
	Modo 38	5072,77	5072,78	5071,96	5067,72	5059,47	4995,41
	Modo 39	5140,94	5141,26	5137,15	5118,18	5081,92	5024,99
	Modo 40	5140,96	5142,43	5141,57	5140,32	5138,2	5129,64
	Modo 41	5239,89	5239,82	5238,95	5234,88	5227,52	5210,7
	Modo 42	5694,36	5698,25	5692,02	5677,97	5654,57	5610,69
	Modo 43	5694,55	5698,75	5695,57	5693,96	5691,35	5666,84
	Modo 44	5838,26	5839,12	5837,02	5829,06	5811,44	5738,05
	Modo 45	5968,68	5968,58	5968,45	5967,85	5966,22	5959,95
	Modo 46	6142,74	6142,78	6142,42	6142,74	6141,71	6136,55
	Modo 47	6143,22	6143,01	6142,85	6143,04	6142,45	6138,27
	Modo 48	6143,23	6143,06	6142,91	6143,35	6143	6141,57
	Modo 49	6144,49	6144,48	6144,1	6144,06	6143,59	6141,8
	Modo 50	6182,7	6185,87	6184,07	6178,19	6170,2	6152,87
	Modo 51	6183,03	6186,77	6185	6182,12	6177,97	6156,02
	Modo 52	6393,71	6392,4	6392,04	6384,78	6384,11	6363,67
	Modo 53	6394,4	6393,51	6392,43	6389,02	6390,56	6372,83
	Modo 54	6395,36	6395,68	6393,01	6393,76	6395,17	6383,44
	Modo 55	6396,02	6396,55	6393,78	6394,85	6396,28	6383,64
	Modo 56	6452,53	6452,99	6452,39	6452,28	6451,89	6410,23
	Modo 57	6453,13	6453,41	6452,92	6453,01	6452,46	6439,48
	Modo 58	6504,08	6505,52	6504,07	6503,91	6503,91	6440,81
	Modo 59	6505,14	6506,19	6504,83	6504,23	6504,26	6486,82
	Modo 60	6582,96	6582,93	6580,77	6571,02	6542,95	6489,29

Tabla 11. Frecuencias propias para eje libre en posición 5.

		POSICIÓN 5					
FRECUENCIA PROPIA (Hz)		NUEVO	7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	0	0	0	0	0	0
	Modo 2	0	0	0	0	0	0
	Modo 3	0	0	0	0	0	0
	Modo 4	0	0	0	0	0	0
	Modo 5	0	0	0	0	0	0
	Modo 6	0	0	0	0	0	0
	Modo 7	187,474	187,412	187,412	187,413	187,408	187,36
	Modo 8	187,487	187,434	187,434	187,43	187,422	187,396
	Modo 9	495,624	495,599	495,599	495,502	495,197	494,252
	Modo 10	495,634	495,631	495,618	495,594	495,57	495,466
	Modo 11	691,77	691,549	691,551	691,546	691,54	691,447
	Modo 12	904,097	904,444	904,359	903,616	901,607	895,375
	Modo 13	904,12	904,464	904,452	904,406	904,265	903,662
	Modo 14	1111,87	1111,63	1111,63	1111,59	1111,47	1110,84
	Modo 15	1352,73	1354,1	1353,78	1351,16	1344,04	1321,69
	Modo 16	1352,74	1354,16	1354,14	1354,02	1353,6	1351,91
	Modo 17	1456,88	1456,67	1456,67	1456,61	1456,49	1456,27
	Modo 18	1795,21	1798,08	1797,39	1791,9	1777,28	1735,32
	Modo 19	1795,26	1798,24	1798,22	1798,02	1797,26	1794,07
	Modo 20	2238,67	2242,2	2241,36	2234,38	2216,36	2171,05
	Modo 21	2238,73	2242,41	2242,36	2242,16	2241,19	2237,08
	Modo 22	2272,47	2272,54	2272,51	2272,24	2271,6	2269,6
	Modo 23	2280,53	2280,31	2280,28	2280,02	2279,49	2278,68
	Modo 24	2731,67	2734,4	2733,7	2728,03	2713,91	2681,46
	Modo 25	2731,73	2734,53	2734,51	2734,29	2733,22	2728,24
	Modo 26	3007,62	3009,77	3009,56	3008,15	3004,71	2993,94
	Modo 27	3294,92	3296,5	3296,16	3292,86	3283,87	3259,61
	Modo 28	3294,96	3296,72	3296,67	3296,26	3294,79	3286,75
	Modo 29	3424,9	3431,17	3430,67	3427,37	3419,55	3397,27
	Modo 30	3455,12	3455,76	3455,62	3454,3	3450,39	3439,21
	Modo 31	3730,45	3735,92	3735,52	3732,81	3726,6	3709,87
	Modo 32	3906,51	3907,17	3907,07	3905,86	3901,91	3889,4
	Modo 33	3906,61	3907,26	3907,2	3906,51	3904,54	3896,57
	Modo 34	4313,65	4315,29	4315,2	4314,45	4312,65	4307,18
	Modo 35	4474,9	4478,01	4477,61	4473,48	4459,46	4409,38
	Modo 36	4533,34	4535,38	4535,37	4534,36	4530,86	4513,98
	Modo 37	4533,4	4535,82	4535,71	4535,33	4534,54	4529,06
	Modo 38	5072,77	5072,3	5072,31	5072,2	5071,8	5069,04
	Modo 39	5140,94	5142,98	5142,75	5140,68	5134,81	5110,76
	Modo 40	5140,96	5143,06	5142,89	5142,1	5140,37	5124,16
	Modo 41	5239,89	5245,71	5245,08	5238,27	5214,42	5143,42
	Modo 42	5694,36	5704,15	5703,34	5698,74	5690,05	5651,98
	Modo 43	5694,55	5704,57	5704,22	5701,26	5692,72	5666,49
	Modo 44	5838,26	5837,83	5837,87	5837,96	5837,99	5837,6
	Modo 45	5968,68	5973,54	5973,05	5967,12	5944,69	5877,6
	Modo 46	6142,74	6143,66	6143,61	6141,92	6139,24	6129,06
	Modo 47	6143,22	6143,91	6143,69	6143,69	6140,72	6130,12
	Modo 48	6143,23	6144,02	6143,93	6143,93	6143,65	6142,99
	Modo 49	6144,49	6145,16	6145,05	6144,14	6143,93	6143,2
	Modo 50	6182,7	6193,3	6191,65	6182,06	6166,81	6148,85
	Modo 51	6183,03	6193,52	6193,17	6190,1	6181,56	6150,85
	Modo 52	6393,71	6393,62	6392,81	6393,13	6389,63	6375,77
	Modo 53	6394,4	6394,17	6393,5	6394,12	6392,42	6378,62
	Modo 54	6395,36	6395,28	6395,28	6394,9	6394,74	6384,49
	Modo 55	6396,02	6396,64	6396,67	6396,32	6396,05	6385,12
	Modo 56	6452,53	6454,6	6454,77	6454,86	6455,42	6441,54
	Modo 57	6453,13	6455,76	6455,94	6455,64	6456,62	6441,9
	Modo 58	6504,08	6504,91	6504,81	6505,86	6504,6	6488,73
	Modo 59	6505,14	6505,86	6505,72	6506,53	6505,04	6490,82
	Modo 60	6582,96	6584,7	6584,36	6583,31	6579,71	6558,01

Tabla 12. Frecuencias propias para eje libre en posición 6.

		POSICIÓN 6					
		NUEVO	7%	14%	28%	42%	Corte
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	0	0	0	0	0	0
	Modo 2	0	0	0	0	0	0
	Modo 3	0	0	0	0	0	0
	Modo 4	0	0	0	0	0	0
	Modo 5	0	0	0	0	0	0
	Modo 6	0	0	0	0	0	0
	Modo 7	187,474	187,417	187,417	187,418	187,402	187,378
	Modo 8	187,487	187,439	187,436	187,431	187,415	187,404
	Modo 9	495,624	495,599	495,59	495,422	495,058	494,569
	Modo 10	495,634	495,621	495,613	495,602	495,561	495,47
	Modo 11	691,77	691,564	691,563	691,564	691,512	691,48
	Modo 12	904,097	904,426	904,259	903,102	900,676	897,226
	Modo 13	904,12	904,467	904,463	904,395	904,122	903,774
	Modo 14	1111,87	1111,62	1111,62	1111,58	1111,38	1111,1
	Modo 15	1352,73	1354,03	1353,34	1349,07	1339,98	1326,93
	Modo 16	1352,74	1354,14	1354,13	1353,9	1353,23	1352,05
	Modo 17	1456,88	1456,64	1456,65	1456,59	1456,49	1456,2
	Modo 18	1795,21	1797,9	1796,38	1786,96	1767,54	1741,29
	Modo 19	1795,26	1798,22	1798,15	1797,72	1796,41	1794,39
	Modo 20	2238,67	2241,96	2239,85	2227,08	2202,38	2173,06
	Modo 21	2238,73	2242,3	2242,24	2241,74	2240,28	2237,72
	Modo 22	2272,47	2272,5	2272,5	2272,12	2271,13	2269,95
	Modo 23	2280,53	2280,32	2280,24	2279,92	2279,52	2279,07
	Modo 24	2731,67	2734,17	2732,25	2720,75	2700,01	2677,75
	Modo 25	2731,73	2734,47	2734,48	2734,06	2732,56	2730,26
	Modo 26	3007,62	3009,73	3009,27	3006,92	3001,85	2993,09
	Modo 27	3294,92	3296,2	3294,74	3286,32	3270,51	3252,92
	Modo 28	3294,96	3296,41	3296,35	3295,91	3294,45	3291,77
	Modo 29	3424,9	3430,97	3429,85	3423,8	3410,84	3390,7
	Modo 30	3455,12	3455,66	3455,4	3453,36	3449,16	3444,14
	Modo 31	3730,45	3735,75	3734,73	3729,43	3718,95	3704,14
	Modo 32	3906,51	3906,97	3906,29	3901,16	3891,07	3881,08
	Modo 33	3906,61	3907,29	3907,22	3906,53	3904,26	3902,56
	Modo 34	4313,65	4315,1	4314,89	4312,99	4308,65	4303,05
	Modo 35	4474,9	4477,91	4476,83	4469,19	4450,41	4422,05
	Modo 36	4533,34	4534,44	4533,83	4531,88	4528,97	4524,08
	Modo 37	4533,4	4534,58	4534,02	4532,38	4529,18	4529,25
	Modo 38	5072,77	5072,26	5072,08	5071,37	5069,89	5065,7
	Modo 39	5140,94	5142,08	5142,12	5139,04	5131,19	5124,21
	Modo 40	5140,96	5142,54	5142,48	5141,8	5138,19	5131,3
	Modo 41	5239,89	5245,44	5243,55	5230,25	5201,13	5170,56
	Modo 42	5694,36	5700,89	5699,79	5694,24	5680,76	5658,64
	Modo 43	5694,55	5701,91	5701,09	5700,12	5699,27	5705,59
	Modo 44	5838,26	5837,92	5837,68	5837,47	5837,02	5838,96
	Modo 45	5968,68	5973,36	5971,51	5958,31	5928,02	5890
	Modo 46	6142,74	6143,74	6143,48	6141,63	6138,75	6132,46
	Modo 47	6143,22	6143,78	6144,12	6142,86	6140,71	6135,9
	Modo 48	6143,23	6144,11	6144,78	6144,15	6143,73	6143,87
	Modo 49	6144,49	6145,32	6145,09	6144,81	6144,25	6144,3
	Modo 50	6182,7	6191,58	6190,29	6183,76	6167,88	6150,65
	Modo 51	6183,03	6192,49	6190,71	6186,17	6181,66	6187,15
	Modo 52	6393,71	6394,21	6395,45	6393,51	6394,04	6393,53
	Modo 53	6394,4	6395,1	6396,65	6395,05	6395,09	6395,23
	Modo 54	6395,36	6395,48	6396,87	6396,77	6396,04	6395,97
	Modo 55	6396,02	6396,47	6397,76	6397,8	6397,16	6396,91
	Modo 56	6452,53	6450,67	6452,53	6453	6454,98	6454,24
	Modo 57	6453,13	6452,28	6453,61	6453,96	6455,58	6455,18
	Modo 58	6504,08	6503,4	6504,95	6505,04	6506,2	6506,2
	Modo 59	6505,14	6504,9	6505,92	6505,55	6506,79	6506,61
	Modo 60	6582,96	6581,99	6582,74	6581,47	6583,15	6581,75

Tabla 13. Frecuencias propias para eje libre en posición 7.

		POSICIÓN 7					
		NUEVO	7%	14%	28%	42%	Corte
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	0	0	0	0	0	0
	Modo 2	0	0	0	0	0	0
	Modo 3	0	0	0	0	0	0
	Modo 4	0	0	0	0	0	0
	Modo 5	0	0	0	0	0	0
	Modo 6	0	0	0	0	0	0
	Modo 7	187,474	187,371	187,426	187,412	187,403	187,388
	Modo 8	187,487	187,435	187,436	187,427	187,414	187,406
	Modo 9	495,624	495,57	495,559	495,347	494,978	494,798
	Modo 10	495,634	495,608	495,61	495,58	495,536	495,467
	Modo 11	691,77	691,474	691,577	691,545	691,508	691,49
	Modo 12	904,097	904,339	904,002	902,563	900,025	898,694
	Modo 13	904,12	904,39	904,443	904,246	903,974	903,699
	Modo 14	1111,87	1111,55	1111,62	1111,53	1111,33	1111,25
	Modo 15	1352,73	1353,74	1352,33	1346,86	1337,06	1331,73
	Modo 16	1352,74	1354,14	1354,07	1353,6	1352,61	1351,9
	Modo 17	1456,88	1456,76	1456,62	1456,55	1456,35	1456,22
	Modo 18	1795,21	1797,21	1793,92	1781,53	1759,97	1748,81
	Modo 19	1795,26	1798,19	1797,99	1797,14	1795,13	1793,86
	Modo 20	2238,67	2241,2	2236,19	2218,85	2191,37	2178,53
	Modo 21	2238,73	2242,43	2242,08	2241,12	2238,64	2237,36
	Modo 22	2272,47	2272,26	2272,41	2271,61	2270,61	2269,91
	Modo 23	2280,53	2280,35	2280,15	2279,81	2279,43	2279,22
	Modo 24	2731,67	2733,41	2728,39	2712,17	2688,46	2678,32
	Modo 25	2731,73	2735,02	2734,31	2733,5	2731,55	2730,8
	Modo 26	3007,62	3009,9	3008,68	3005,02	2997,41	2992,27
	Modo 27	3294,92	3297,17	3291,37	3278,04	3258,27	3250,38
	Modo 28	3294,96	3297,51	3296,2	3295,66	3294,07	3293,69
	Modo 29	3424,9	3430,54	3428,09	3418,03	3398,32	3385,46
	Modo 30	3455,12	3455,35	3454,88	3452,17	3448,2	3446,08
	Modo 31	3730,45	3735,64	3733,04	3724,2	3709,05	3700,72
	Modo 32	3906,51	3909,25	3903,65	3893,89	3879,03	3874,58
	Modo 33	3906,61	3911,2	3907,12	3906,32	3904,27	3906,1
	Modo 34	4313,65	4315,79	4314,04	4310,11	4303,85	4299,99
	Modo 35	4474,9	4477,52	4474,8	4463,25	4439,16	4426,15
	Modo 36	4533,34	4539,48	4531,33	4526,88	4522,41	4524,67
	Modo 37	4533,4	4540,93	4533,27	4532,22	4527,98	4528,16
	Modo 38	5072,77	5074,52	5071,7	5070,43	5065,73	5064,09
	Modo 39	5140,94	5153,66	5141,53	5136,44	5120,6	5116,94
	Modo 40	5140,96	5157,98	5141,83	5138,22	5128,37	5130,53
	Modo 41	5239,89	5244,3	5239,89	5222,63	5197,4	5189,79
	Modo 42	5694,36	5712,37	5697,16	5690,28	5667,18	5657,92
	Modo 43	5694,55	5714,68	5699,21	5699,69	5694,29	5700,28
	Modo 44	5838,26	5843,56	5837,13	5836,78	5835,41	5837,63
	Modo 45	5968,68	5972,29	5967,48	5948,62	5917,11	5902,3
	Modo 46	6142,74	6143,77	6143,36	6141,02	6134,73	6133,33
	Modo 47	6143,22	6144,03	6143,86	6142,55	6138,61	6137
	Modo 48	6143,23	6144,46	6144	6143,75	6143,77	6143,5
	Modo 49	6144,49	6144,82	6144,97	6144,12	6144,33	6145,9
	Modo 50	6182,7	6214,96	6188,93	6177,47	6151,86	6149,35
	Modo 51	6183,03	6220,06	6192,03	6191,81	6186,34	6202,44
	Modo 52	6393,71	6394,3	6396,03	6391,2	6391,74	6391,44
	Modo 53	6394,4	6394,72	6396,28	6392,11	6392,74	6392,53
	Modo 54	6395,36	6395,21	6396,51	6392,82	6393,64	6395,48
	Modo 55	6396,02	6395,53	6398,24	6393,47	6394,81	6397,02
	Modo 56	6452,53	6456,89	6453,23	6455,11	6453,75	6457,61
	Modo 57	6453,13	6458,06	6454	6456,06	6454,29	6458,35
	Modo 58	6504,08	6508,62	6505,09	6504,25	6505,42	6508,24
	Modo 59	6505,14	6509,87	6505,81	6504,76	6505,54	6509,06
	Modo 60	6582,96	6587,71	6583,27	6582,89	6581,92	6584,03

Tabla 14. Frecuencias propias para eje libre en posición 8.

		POSICIÓN 8					
		NUEVO	7%	14%	28%	42%	Corte
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	0	0	0	0	0	0
	Modo 2	0	0	0	0	0	0
	Modo 3	0	0	0	0	0	0
	Modo 4	0	0	0	0	0	0
	Modo 5	0	0	0	0	0	0
	Modo 6	0	0	0	0	0	0
	Modo 7	187,474	187,403	187,405	187,405	187,422	187,414
	Modo 8	187,487	187,431	187,432	187,432	187,441	187,424
	Modo 9	495,624	495,606	495,608	495,6	495,591	495,541
	Modo 10	495,634	495,622	495,624	495,616	495,598	495,558
	Modo 11	691,77	691,509	691,51	691,51	691,561	691,511
	Modo 12	904,097	904,418	904,413	904,351	904,173	903,917
	Modo 13	904,12	904,478	904,468	904,378	904,251	904,004
	Modo 14	1111,87	1111,57	1111,57	1111,56	1111,58	1111,53
	Modo 15	1352,73	1354,12	1354,05	1353,64	1352,63	1351,66
	Modo 16	1352,74	1354,17	1354,13	1353,89	1353,3	1352,54
	Modo 17	1456,88	1456,75	1456,75	1456,73	1456,59	1456,56
	Modo 18	1795,21	1798,11	1797,94	1796,75	1793,77	1791,5
	Modo 19	1795,26	1798,14	1798,02	1797,43	1796,02	1794,41
	Modo 20	2238,67	2242,29	2241,91	2239,71	2234,16	2230,02
	Modo 21	2238,73	2242,38	2242,22	2241,32	2238,84	2236,57
	Modo 22	2272,47	2272,4	2272,38	2272,22	2272,11	2271,78
	Modo 23	2280,53	2280,39	2280,38	2280,24	2279,86	2279,57
	Modo 24	2731,67	2734,4	2733,92	2730,91	2723,51	2718,29
	Modo 25	2731,73	2734,44	2734,23	2733,25	2730,65	2727,97
	Modo 26	3007,62	3009,97	3009,75	3008,57	3005,95	3003,99
	Modo 27	3294,92	3296,71	3296,07	3292,3	3282,54	3275,63
	Modo 28	3294,96	3296,88	3296,71	3295,8	3292,77	3289,9
	Modo 29	3424,9	3430,95	3430,24	3426,66	3419,46	3414,31
	Modo 30	3455,12	3455,59	3455,49	3454,72	3452,75	3450,92
	Modo 31	3730,45	3736,08	3735,32	3731,59	3723,98	3718,76
	Modo 32	3906,51	3907,66	3906,86	3901,85	3888,6	3879,42
	Modo 33	3906,61	3907,88	3907,69	3906,93	3904,31	3902,02
	Modo 34	4313,65	4314,74	4314,36	4312,45	4309	4306,17
	Modo 35	4474,9	4478,06	4477,59	4473,69	4455,85	4437,66
	Modo 36	4533,34	4535,68	4534,8	4527,72	4513,36	4508,12
	Modo 37	4533,4	4536,18	4535,63	4534,94	4531,37	4528,46
	Modo 38	5072,77	5073,24	5072,99	5071,7	5068	5048,03
	Modo 39	5140,94	5146,69	5144,4	5129,89	5081,75	5065,86
	Modo 40	5140,96	5147,04	5146,96	5146,28	5140,33	5137,62
	Modo 41	5239,89	5245,37	5244,38	5238,13	5223,94	5216,16
	Modo 42	5694,36	5704,44	5701,57	5678,91	5619,89	5588,03
	Modo 43	5694,55	5706,39	5705,29	5704,4	5697,41	5693,1
	Modo 44	5838,26	5838,41	5838,16	5836,87	5833,23	5830,42
	Modo 45	5968,68	5973,54	5972,3	5963,26	5934,89	5916,36
	Modo 46	6142,74	6143,44	6142,94	6141,62	6115,63	6099,61
	Modo 47	6143,22	6143,83	6143,51	6143,44	6139,01	6134,76
	Modo 48	6143,23	6144,14	6143,91	6143,51	6140,54	6137
	Modo 49	6144,49	6144,61	6144,1	6143,9	6143,91	6142,73
	Modo 50	6182,7	6200,37	6195,4	6168,65	6144,2	6143,33
	Modo 51	6183,03	6201,21	6200,98	6200,05	6189,08	6185,02
	Modo 52	6393,71	6392,05	6391,95	6391,53	6391,68	6381,07
	Modo 53	6394,4	6392,89	6392,76	6392,46	6395,14	6382,26
	Modo 54	6395,36	6394,77	6393,56	6393,28	6395,67	6382,83
	Modo 55	6396,02	6397,01	6395,97	6396,24	6396,66	6383,77
	Modo 56	6452,53	6452,93	6453,61	6453,82	6453,46	6440,26
	Modo 57	6453,13	6453,69	6454,31	6454,49	6454,8	6441,18
	Modo 58	6504,08	6504	6503,82	6503,57	6505,32	6490,26
	Modo 59	6505,14	6504,94	6504,85	6504,74	6506,59	6490,44
	Modo 60	6582,96	6583,05	6582,99	6582,53	6572,45	6550,02

En las siguientes páginas se muestran las gráficas de las frecuencias propias para cada posición.

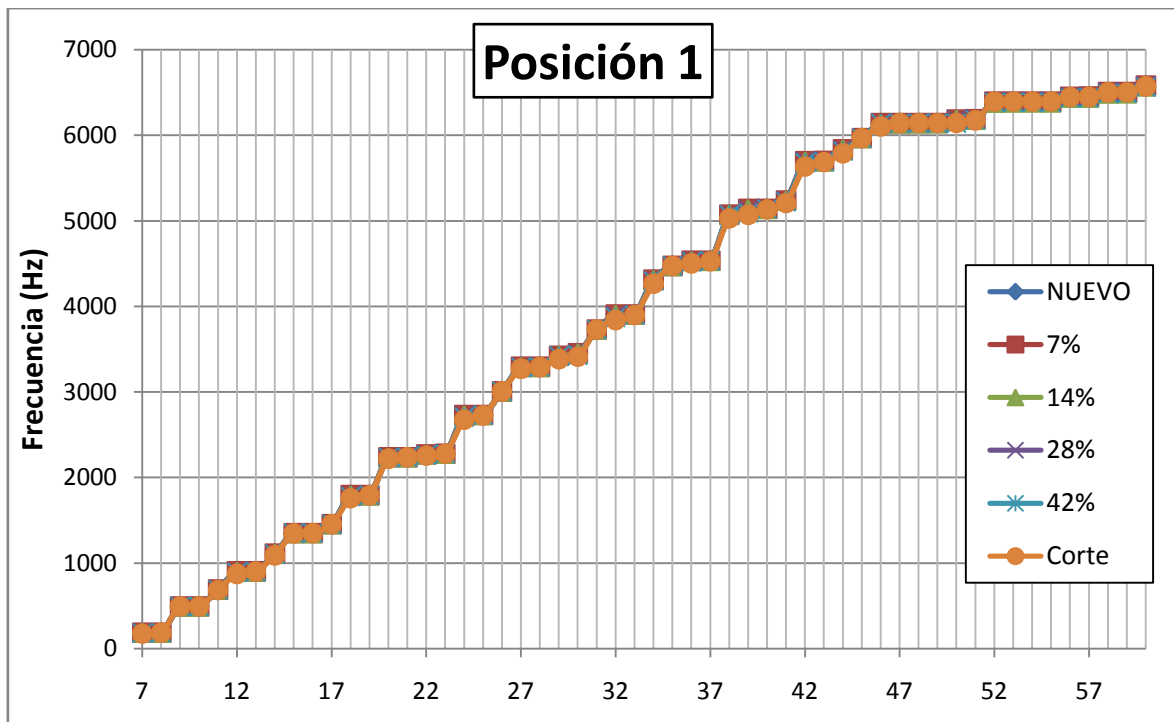


Figura 110. Gráfica de frecuencias propias en Posición 1.

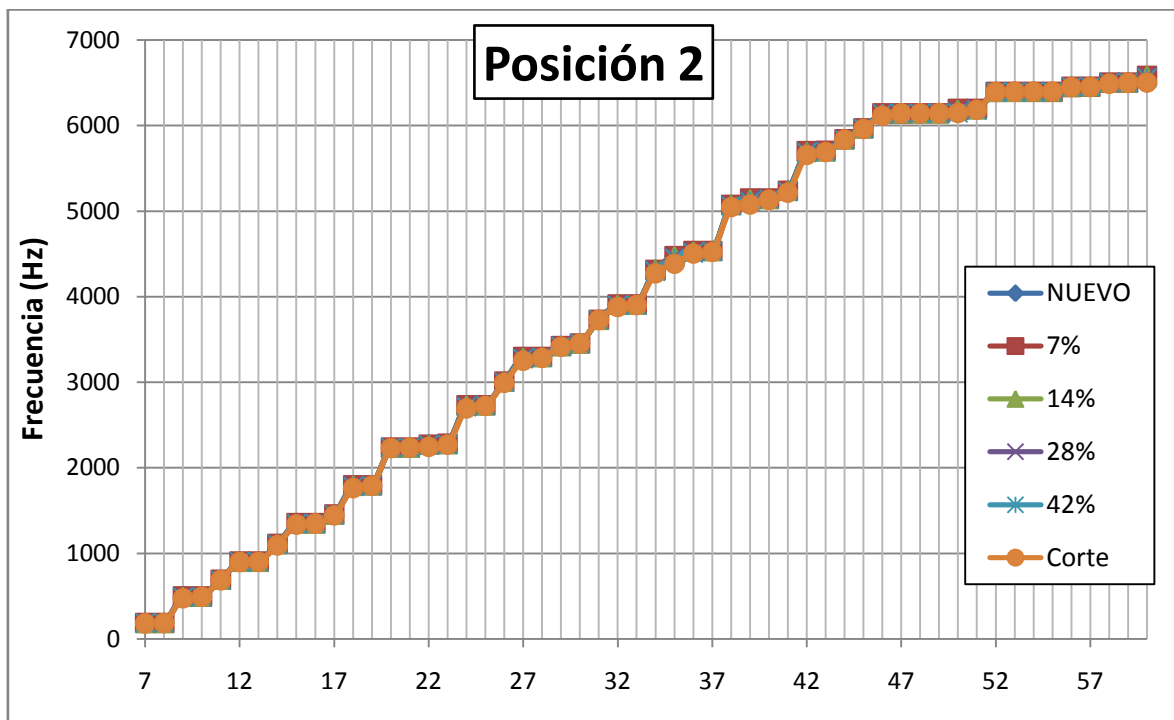


Figura 111. Gráfica de frecuencias propias en Posición 2.

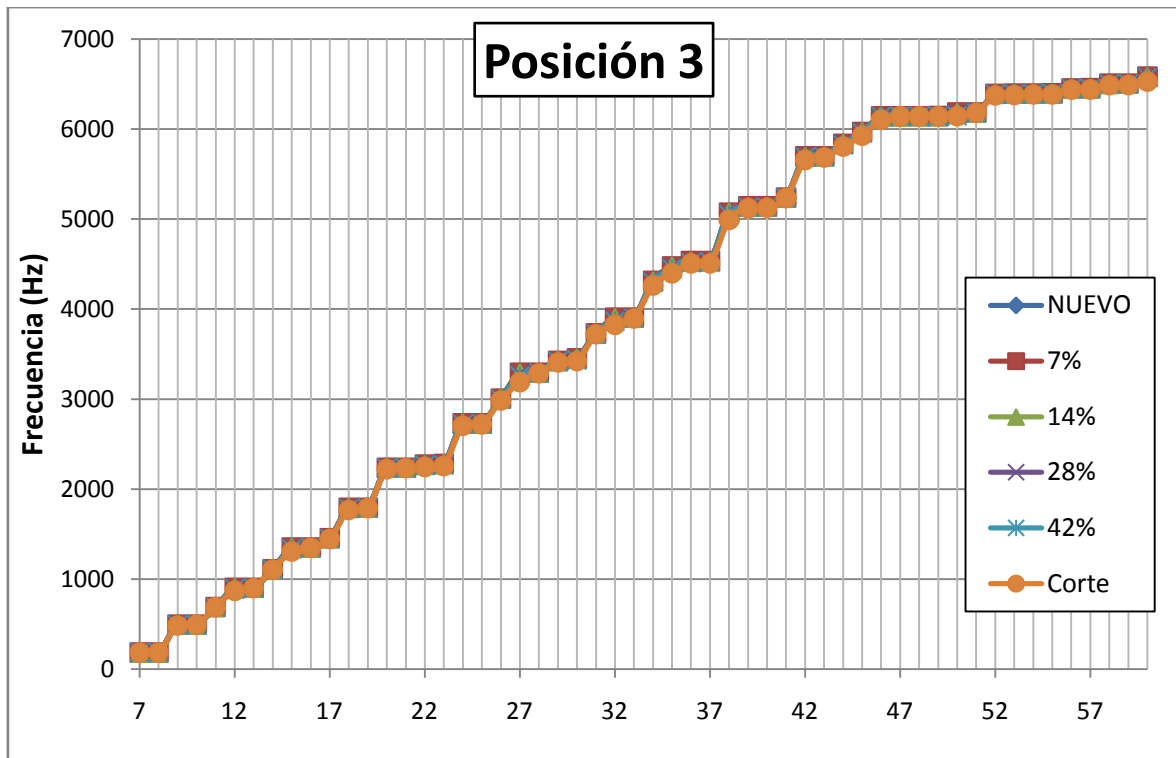


Figura 112. Gráfica de frecuencias propias en Posición 3.

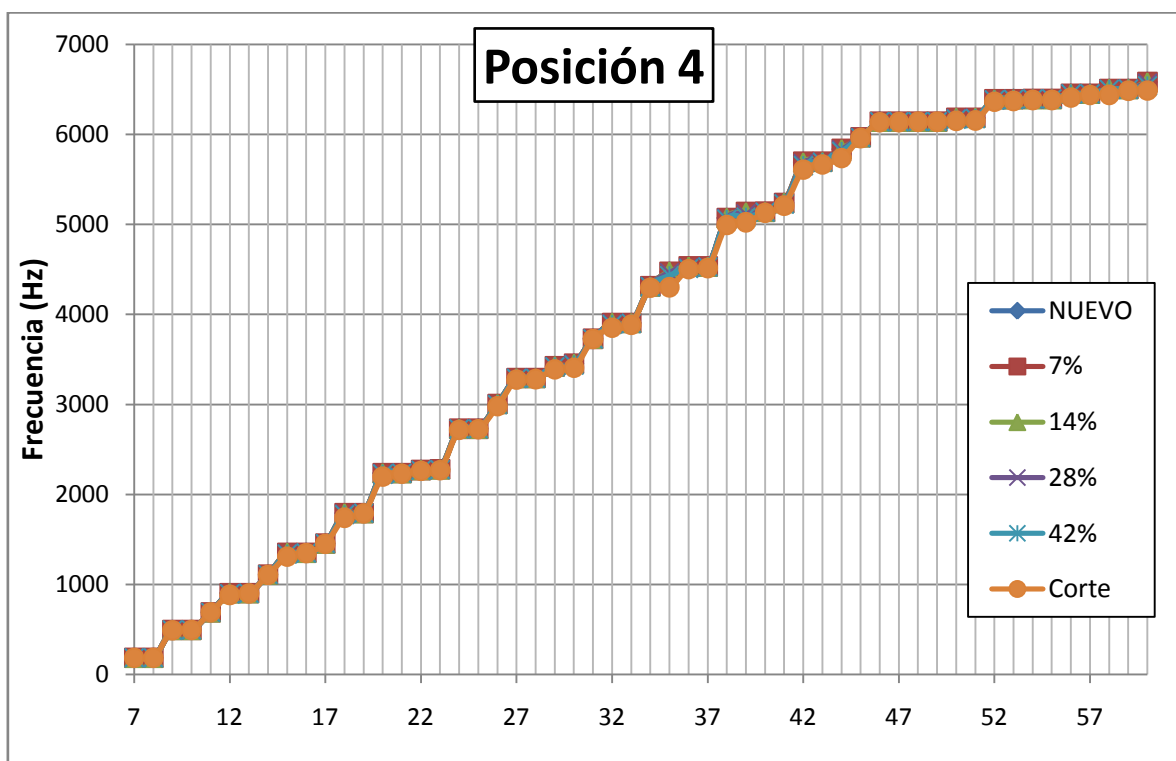
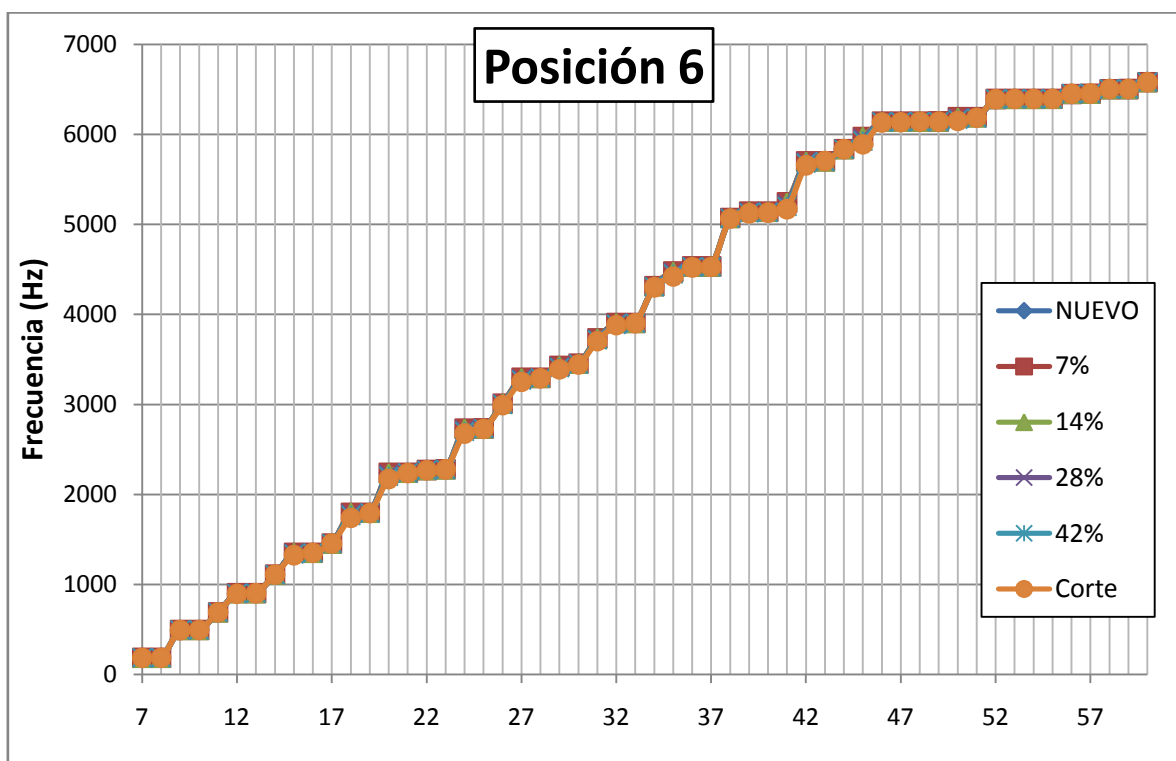
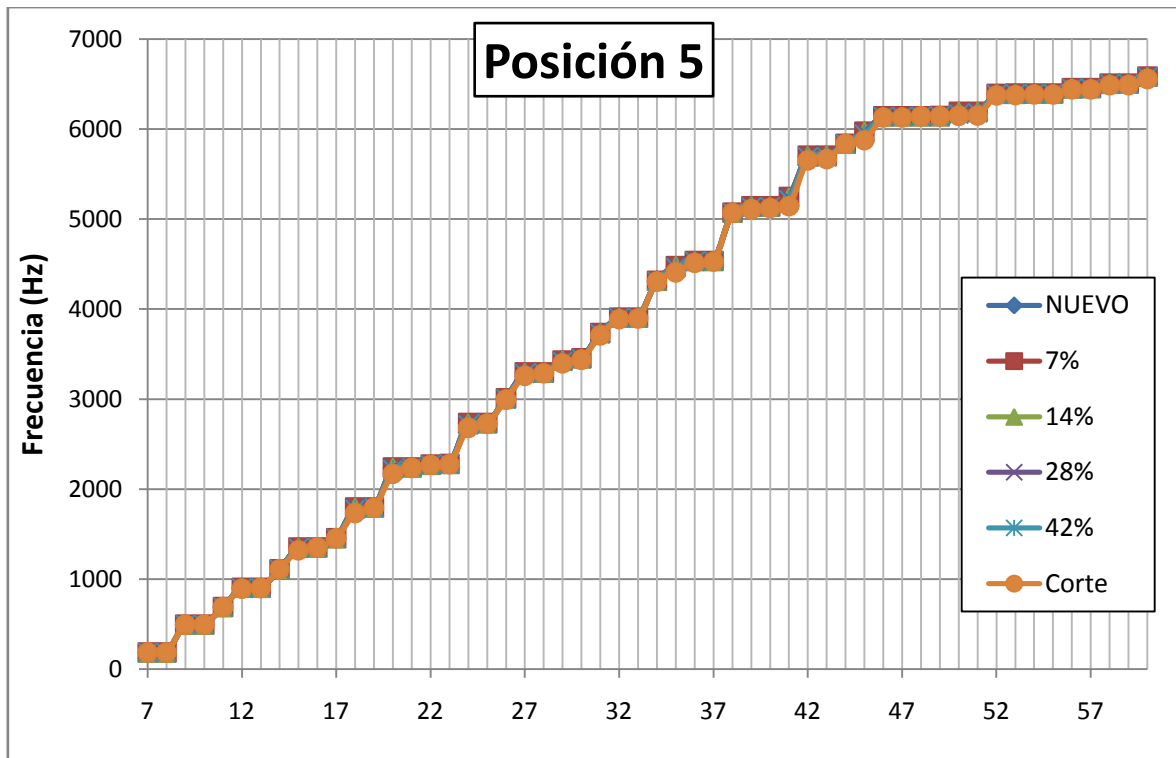


Figura 113. Gráfica de frecuencias propias en Posición 4.



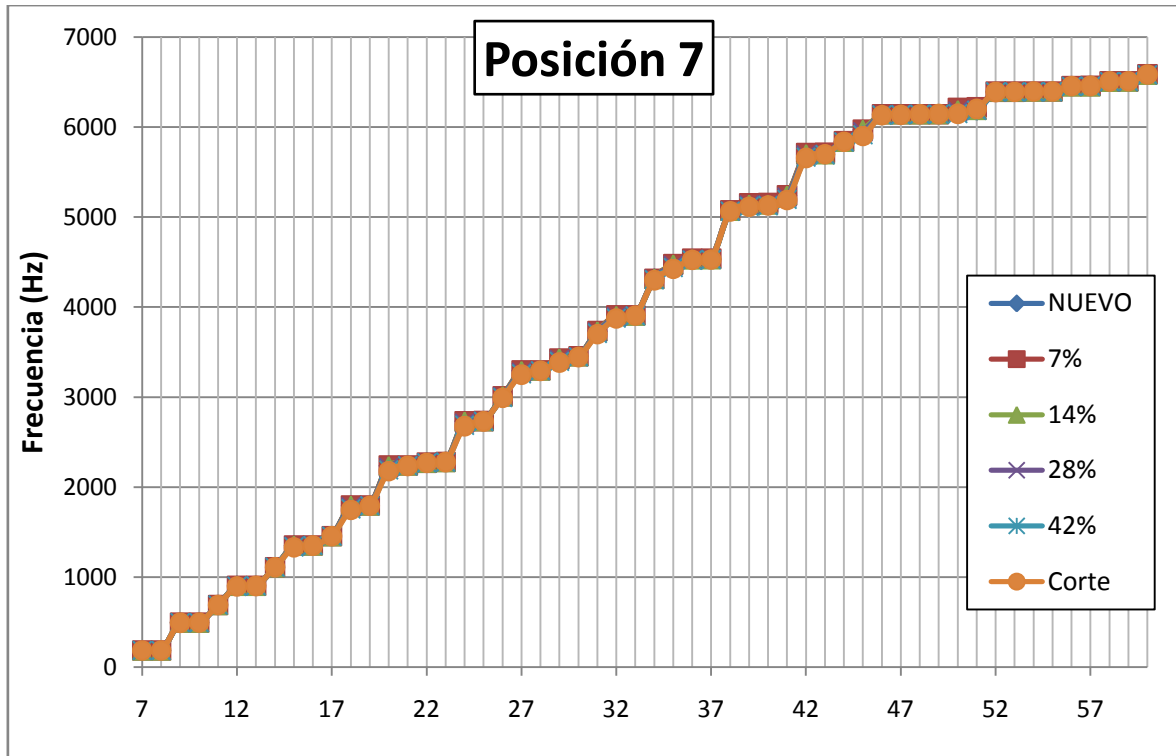


Figura 116. Gráfica de frecuencias propias en Posición 7.

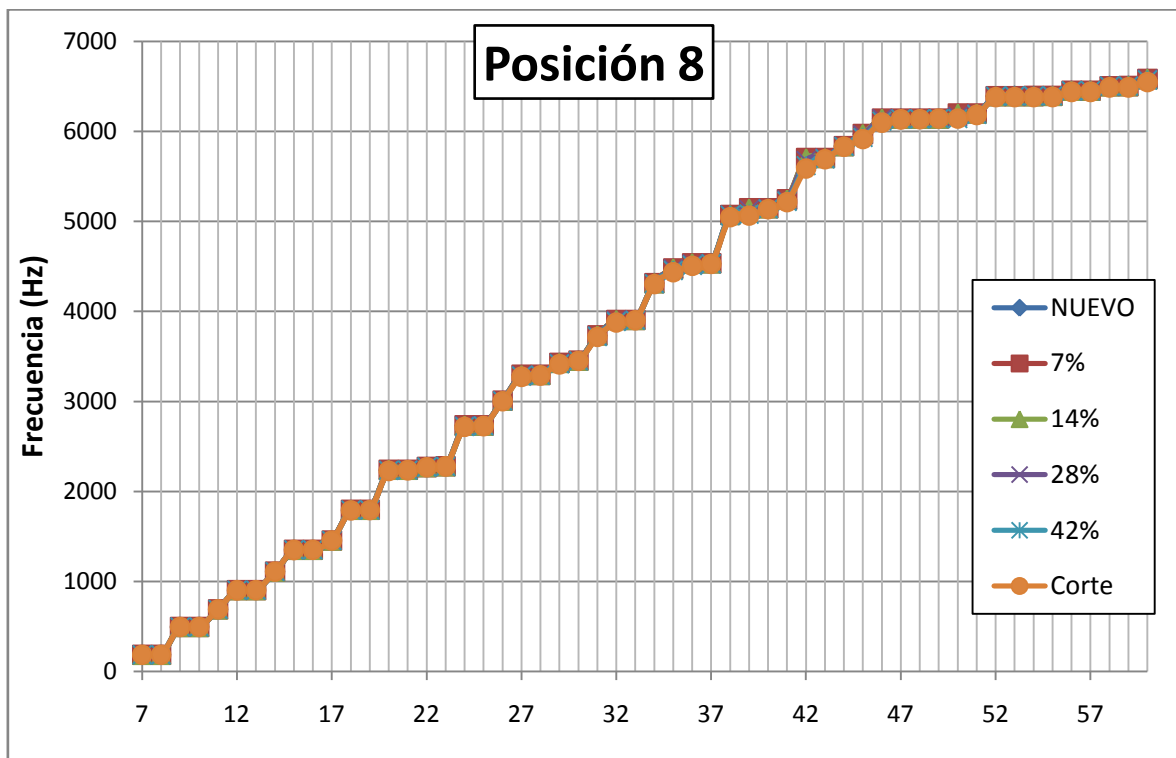


Figura 117. Gráfica de frecuencias propias en Posición 8.

Lo más destacable de los datos de frecuencias, es que normalmente la frecuencia propia disminuye a medida que aumenta el tamaño de grieta; esto coincide con lo previsible desde un punto de vista teórico, puesto que una mayor grieta supone una menor rigidez estructural y por tanto una menor frecuencia de vibración.

Aunque hay excepciones con frecuencias de mayor valor con mayor grieta. Esto puede deberse tanto a errores en la precisión de cálculo, densidad del mallado, porcentaje de convergencia, etc., como a que según la orientación de la grieta y el modo de vibración, este puede verse más o menos afectado por la presencia de dicha discontinuidad estructural.

En las gráficas de frecuencias propias para cada posición, es muy difícil observar a simple vista los modos que más cambian en función del tamaño de la grieta. En cualquier caso esto supone información en sí mismo; la disminución de la frecuencia debido a las grietas es tan discreta, que hace falta un estudio estadístico de los resultados como el que se incluye a continuación.

8.4.2 Resultados de diferencias porcentuales.

Las siguientes páginas, contienen el conjunto de tablas correspondiente a la diferencia porcentual de cada modo con respecto al mismo modo del eje nuevo. Estas diferencias porcentuales, se obtienen con la siguiente expresión:

$$\frac{f_{\text{eje nuevo}} - f_{\text{eje con fallo}}}{f_{\text{eje nuevo}}} \cdot 100$$

Estos valores, se representan con un formato condicional; un código de colores que facilita la rápida visualización de los valores clave. El color verde, representa los valores más bajos de diferencia porcentual positiva, y el color rojo, los valores más altos. La intensidad de estos colores será mayor cuanto mayor sea dicha diferencia con respecto a los valores medios.

Tabla 15. Diferencias porcentuales eje libre, posición 1.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS PORCENTUALES, POSICIÓN 1	Modo 7	0,026	0,167	0,793	2,118	5,147
	Modo 8	0,015	0,017	0,038	0,110	0,364
	Modo 9	0,007	0,013	0,018	0,055	0,166
	Modo 10	0,000	0,004	0,009	0,014	0,022
	Modo 11	0,012	0,040	0,153	0,387	0,933
	Modo 12	0,019	0,114	0,500	1,335	3,211
	Modo 13	0,006	0,013	0,022	0,075	0,220
	Modo 14	0,010	0,048	0,233	0,674	1,796
	Modo 15	0,010	0,024	0,035	0,112	0,295
	Modo 16	0,003	0,017	0,007	0,030	0,038
	Modo 17	0,000	-0,001	-0,003	-0,004	-0,006
	Modo 18	0,018	0,099	0,374	0,963	2,045
	Modo 19	0,004	0,019	0,014	0,065	0,164
	Modo 20	0,008	0,025	0,041	0,183	0,740
	Modo 21	0,004	0,018	0,000	0,034	0,050
	Modo 22	0,006	0,038	0,162	0,392	0,724
	Modo 23	0,002	0,003	0,000	0,000	-0,005
	Modo 24	0,011	0,096	0,364	0,965	2,075
	Modo 25	0,001	0,017	0,007	0,065	0,162
	Modo 26	0,005	0,006	-0,003	0,002	-0,006
	Modo 27	-0,002	0,028	0,039	0,214	0,681
	Modo 28	-0,002	0,016	-0,013	0,042	0,090
	Modo 29	0,000	0,016	0,059	0,152	1,161
	Modo 30	0,009	0,051	0,238	0,725	1,205
	Modo 31	0,006	0,007	-0,007	0,005	-0,003
	Modo 32	0,003	0,098	0,313	0,896	1,642
	Modo 33	-0,013	0,015	-0,035	0,065	0,152
	Modo 34	-0,002	0,038	0,152	0,406	1,103
	Modo 35	0,004	0,007	0,000	0,005	-0,007
	Modo 36	-0,040	0,028	-0,009	0,228	0,634
	Modo 37	-0,044	0,011	-0,065	0,043	0,124
	Modo 38	-0,002	-0,003	-0,026	0,014	0,840
	Modo 39	-0,005	0,080	0,179	0,942	1,327
	Modo 40	-0,028	0,006	-0,126	0,054	0,135
	Modo 41	0,005	0,032	0,123	0,308	0,602
	Modo 42	-0,103	0,010	-0,105	0,253	1,033
	Modo 43	-0,111	-0,010	-0,158	0,038	0,130
	Modo 44	-0,011	0,041	0,118	0,388	0,823
	Modo 45	0,005	0,008	-0,003	0,005	-0,005
	Modo 46	0,003	0,021	0,001	0,018	0,652
	Modo 47	0,006	0,026	0,007	0,024	-0,030
	Modo 48	-0,006	0,025	-0,007	0,022	-0,037
	Modo 49	0,005	0,028	-0,005	0,030	-0,017
	Modo 50	-0,038	0,040	-0,019	0,644	0,593
	Modo 51	-0,073	-0,002	-0,224	0,048	0,109
	Modo 52	0,001	0,169	0,002	0,154	-0,013
	Modo 53	0,009	0,167	0,007	0,164	-0,014
	Modo 54	0,006	0,177	-0,024	0,175	-0,008
	Modo 55	0,013	0,180	-0,030	0,185	-0,009
	Modo 56	0,001	0,203	-0,039	0,243	0,061
	Modo 57	-0,007	0,202	-0,036	0,226	0,049
	Modo 58	-0,025	0,213	-0,050	0,232	0,039
	Modo 59	-0,020	0,214	-0,059	0,238	0,026
	Modo 60	0,013	0,193	-0,012	0,276	0,156

Tabla 16. Diferencias porcentuales eje libre, posición 2.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS PORCENTUALES, POSICIÓN 2	Modo 7	0,014	0,095	0,482	1,240	3,131
	Modo 8	0,013	0,015	0,039	0,081	0,247
	Modo 9	0,025	0,126	0,649	1,619	3,872
	Modo 10	0,004	0,012	0,027	0,093	0,302
	Modo 11	0,008	0,031	0,123	0,285	0,701
	Modo 12	0,003	0,012	0,059	0,168	0,418
	Modo 13	0,003	0,007	0,037	0,090	0,267
	Modo 14	0,006	0,034	0,185	0,522	1,540
	Modo 15	0,010	0,042	0,202	0,496	1,107
	Modo 16	0,004	0,004	0,024	0,086	0,271
	Modo 17	0,003	0,027	0,131	0,330	0,794
	Modo 18	0,010	0,065	0,318	0,790	1,761
	Modo 19	0,002	0,006	0,016	0,056	0,164
	Modo 20	-0,001	0,009	0,039	0,125	0,390
	Modo 21	-0,005	-0,002	-0,003	0,019	0,094
	Modo 22	0,002	-0,001	0,005	0,208	1,178
	Modo 23	0,007	0,034	0,197	0,356	0,368
	Modo 24	0,002	0,055	0,272	0,661	1,369
	Modo 25	0,001	0,001	0,019	0,080	0,242
	Modo 26	0,004	0,011	0,064	0,189	0,470
	Modo 27	-0,011	0,049	0,256	0,631	1,284
	Modo 28	-0,022	-0,001	0,016	0,085	0,268
	Modo 29	-0,002	0,011	0,041	0,110	0,272
	Modo 30	0,003	0,001	0,002	0,001	0,007
	Modo 31	0,002	-0,002	-0,001	0,024	0,056
	Modo 32	-0,037	0,002	0,041	0,192	0,678
	Modo 33	-0,045	-0,017	-0,023	0,010	0,087
	Modo 34	-0,006	0,027	0,152	0,372	0,926
	Modo 35	0,004	0,021	0,162	0,621	2,023
	Modo 36	-0,052	0,031	0,205	0,484	0,599
	Modo 37	-0,058	-0,032	-0,034	0,070	0,204
	Modo 38	-0,005	0,012	0,054	0,181	0,513
	Modo 39	-0,142	0,006	0,154	0,561	1,244
	Modo 40	-0,153	-0,031	-0,051	0,049	0,184
	Modo 41	0,001	0,017	0,084	0,209	0,455
	Modo 42	-0,133	-0,034	-0,076	0,149	0,630
	Modo 43	-0,167	-0,059	-0,141	-0,014	0,053
	Modo 44	-0,033	-0,016	-0,005	0,017	0,041
	Modo 45	0,004	0,001	0,007	0,041	0,132
	Modo 46	0,004	-0,002	0,001	-0,004	0,452
	Modo 47	0,007	0,005	0,005	0,002	0,002
	Modo 48	0,000	0,002	-0,005	-0,017	0,002
	Modo 49	0,001	0,006	-0,001	-0,018	-0,030
	Modo 50	-0,201	-0,071	0,071	0,537	0,580
	Modo 51	-0,217	-0,107	-0,138	-0,007	-0,018
	Modo 52	0,002	-0,020	0,005	-0,022	-0,036
	Modo 53	-0,006	-0,028	0,003	-0,013	-0,030
	Modo 54	0,006	-0,044	-0,035	-0,007	-0,036
	Modo 55	0,014	-0,066	-0,044	-0,011	-0,032
	Modo 56	-0,005	-0,060	-0,041	-0,011	0,022
	Modo 57	-0,009	-0,066	-0,047	-0,016	0,009
	Modo 58	0,008	-0,045	-0,009	0,020	0,215
	Modo 59	0,012	-0,045	-0,001	0,007	0,059
	Modo 60	0,017	-0,034	0,074	0,384	1,200

Tabla 17. Diferencias porcentuales eje libre, posición 3.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS PORCENTUALES, POSICIÓN 3	Modo 7	0,005	0,007	0,048	0,129	0,383
	Modo 8	0,005	0,012	0,028	0,027	0,094
	Modo 9	0,012	0,053	0,247	0,642	1,824
	Modo 10	0,006	0,008	0,024	0,063	0,232
	Modo 11	0,004	0,008	0,039	0,074	0,211
	Modo 12	0,022	0,109	0,519	1,314	3,619
	Modo 13	0,008	0,010	0,036	0,087	0,324
	Modo 14	0,003	0,010	0,059	0,156	0,537
	Modo 15	0,028	0,125	0,570	1,364	3,322
	Modo 16	0,007	0,009	0,026	0,077	0,298
	Modo 17	0,007	0,022	0,084	0,230	0,613
	Modo 18	0,009	0,056	0,269	0,628	1,494
	Modo 19	0,009	0,014	0,040	0,090	0,316
	Modo 20	0,006	0,014	0,049	0,150	0,719
	Modo 21	-0,003	-0,001	0,009	0,025	0,142
	Modo 22	0,005	0,029	0,146	0,312	1,077
	Modo 23	0,010	0,034	0,162	0,462	0,999
	Modo 24	0,002	0,025	0,146	0,368	0,990
	Modo 25	0,003	0,010	0,043	0,112	0,402
	Modo 26	0,006	0,026	0,110	0,283	0,764
	Modo 27	0,015	0,092	0,432	1,147	3,174
	Modo 28	0,000	0,003	0,013	0,060	0,247
	Modo 29	0,000	0,002	0,017	0,030	0,479
	Modo 30	0,009	0,043	0,223	0,556	0,955
	Modo 31	0,000	0,005	0,026	0,071	0,220
	Modo 32	0,008	0,102	0,466	1,041	2,056
	Modo 33	-0,015	-0,003	0,015	0,067	0,262
	Modo 34	0,006	0,031	0,150	0,374	1,135
	Modo 35	0,008	0,032	0,181	0,581	1,686
	Modo 36	-0,019	0,043	0,199	0,428	0,583
	Modo 37	-0,023	-0,008	0,014	0,156	0,558
	Modo 38	0,004	0,032	0,160	0,465	1,577
	Modo 39	-0,024	0,001	0,038	0,161	0,383
	Modo 40	-0,025	-0,003	0,033	0,135	0,290
	Modo 41	0,001	0,003	0,018	0,036	0,102
	Modo 42	-0,072	-0,032	-0,028	0,135	0,642
	Modo 43	-0,087	-0,049	-0,092	0,024	0,183
	Modo 44	-0,010	0,011	0,082	0,239	0,550
	Modo 45	0,001	0,008	0,049	0,167	0,705
	Modo 46	-0,001	0,000	-0,001	0,007	0,612
	Modo 47	0,003	0,004	0,005	-0,001	0,028
	Modo 48	0,003	0,004	0,002	-0,009	0,016
	Modo 49	-0,011	-0,010	-0,003	-0,010	0,029
	Modo 50	-0,072	-0,008	0,172	0,567	0,635
	Modo 51	-0,070	-0,055	-0,074	0,018	0,020
	Modo 52	0,006	0,014	0,014	0,107	0,302
	Modo 53	-0,021	-0,008	0,007	0,062	0,256
	Modo 54	-0,016	-0,002	0,018	0,034	0,161
	Modo 55	-0,023	-0,006	-0,010	0,020	0,159
	Modo 56	-0,018	-0,003	-0,050	-0,013	0,194
	Modo 57	-0,024	-0,011	-0,056	-0,013	0,191
	Modo 58	-0,013	0,003	-0,035	-0,023	0,234
	Modo 59	-0,016	-0,003	-0,034	-0,015	0,219
	Modo 60	-0,002	0,014	-0,011	0,091	0,835

Tabla 18. Diferencias porcentuales eje libre, posición 4.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS PORCENTUALES, POSICIÓN 4	Modo 7	0,009	0,005	0,009	0,028	0,106
	Modo 8	0,002	0,003	0,010	0,013	0,040
	Modo 9	0,003	0,014	0,081	0,218	0,703
	Modo 10	0,003	0,007	0,012	0,030	0,115
	Modo 11	0,004	0,004	0,011	0,021	0,066
	Modo 12	0,008	0,042	0,233	0,626	2,017
	Modo 13	0,007	0,007	0,021	0,057	0,227
	Modo 14	0,000	0,004	0,022	0,064	0,273
	Modo 15	0,015	0,079	0,407	1,065	3,196
	Modo 16	0,004	0,007	0,020	0,063	0,268
	Modo 17	0,001	0,007	0,028	0,076	0,222
	Modo 18	0,014	0,083	0,413	1,056	2,919
	Modo 19	0,005	0,006	0,020	0,060	0,256
	Modo 20	0,005	0,043	0,216	0,572	1,701
	Modo 21	0,004	0,007	0,028	0,080	0,368
	Modo 22	0,006	0,011	0,064	0,154	0,432
	Modo 23	0,005	0,013	0,063	0,161	0,397
	Modo 24	0,000	0,010	0,040	0,116	0,479
	Modo 25	-0,003	0,005	0,026	0,070	0,220
	Modo 26	0,004	0,024	0,103	0,264	0,815
	Modo 27	0,001	0,008	0,049	0,134	0,559
	Modo 28	-0,005	0,006	0,028	0,083	0,376
	Modo 29	0,002	0,014	0,069	0,171	0,968
	Modo 30	0,006	0,025	0,147	0,454	1,342
	Modo 31	0,002	0,003	0,006	0,016	0,046
	Modo 32	-0,008	0,028	0,171	0,453	1,384
	Modo 33	-0,012	0,004	0,040	0,123	0,493
	Modo 34	-0,002	0,008	0,027	0,073	0,378
	Modo 35	0,006	0,034	0,244	0,988	3,838
	Modo 36	-0,019	0,057	0,282	0,503	0,635
	Modo 37	-0,022	-0,004	0,025	0,081	0,363
	Modo 38	0,000	0,016	0,100	0,262	1,525
	Modo 39	-0,006	0,074	0,443	1,148	2,255
	Modo 40	-0,029	-0,012	0,012	0,054	0,220
	Modo 41	0,001	0,018	0,096	0,236	0,557
	Modo 42	-0,068	0,041	0,288	0,699	1,469
	Modo 43	-0,074	-0,018	0,010	0,056	0,487
	Modo 44	-0,015	0,021	0,158	0,459	1,716
	Modo 45	0,002	0,004	0,014	0,041	0,146
	Modo 46	-0,001	0,005	0,000	0,017	0,101
	Modo 47	0,003	0,006	0,003	0,013	0,081
	Modo 48	0,003	0,005	-0,002	0,004	0,027
	Modo 49	0,000	0,006	0,007	0,015	0,044
	Modo 50	-0,051	-0,022	0,073	0,202	0,482
	Modo 51	-0,060	-0,032	0,015	0,082	0,437
	Modo 52	0,020	0,026	0,140	0,150	0,470
	Modo 53	0,014	0,031	0,084	0,060	0,337
	Modo 54	-0,005	0,037	0,025	0,003	0,186
	Modo 55	-0,008	0,035	0,018	-0,004	0,194
	Modo 56	-0,007	0,002	0,004	0,010	0,656
	Modo 57	-0,004	0,003	0,002	0,010	0,212
	Modo 58	-0,022	0,000	0,003	0,003	0,973
	Modo 59	-0,016	0,005	0,014	0,014	0,282
	Modo 60	0,000	0,033	0,181	0,608	1,423

Tabla 19. Diferencias porcentuales eje libre, posición 5.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS PORCENTUALES, POSICIÓN 5	Modo 7	0,033	0,033	0,033	0,035	0,061
	Modo 8	0,028	0,028	0,030	0,035	0,049
	Modo 9	0,005	0,005	0,025	0,086	0,277
	Modo 10	0,001	0,003	0,008	0,013	0,034
	Modo 11	0,032	0,032	0,032	0,033	0,047
	Modo 12	-0,038	-0,029	0,053	0,275	0,965
	Modo 13	-0,038	-0,037	-0,032	-0,016	0,051
	Modo 14	0,022	0,022	0,025	0,036	0,093
	Modo 15	-0,101	-0,078	0,116	0,642	2,295
	Modo 16	-0,105	-0,103	-0,095	-0,064	0,061
	Modo 17	0,014	0,014	0,019	0,027	0,042
	Modo 18	-0,160	-0,121	0,184	0,999	3,336
	Modo 19	-0,166	-0,165	-0,154	-0,111	0,066
	Modo 20	-0,158	-0,120	0,192	0,997	3,021
	Modo 21	-0,164	-0,162	-0,153	-0,110	0,074
	Modo 22	-0,003	-0,002	0,010	0,038	0,126
	Modo 23	0,010	0,011	0,022	0,046	0,081
	Modo 24	-0,100	-0,074	0,133	0,650	1,838
	Modo 25	-0,102	-0,102	-0,094	-0,055	0,128
	Modo 26	-0,071	-0,065	-0,018	0,097	0,455
	Modo 27	-0,048	-0,038	0,063	0,335	1,072
	Modo 28	-0,053	-0,052	-0,039	0,005	0,249
	Modo 29	-0,183	-0,168	-0,072	0,156	0,807
	Modo 30	-0,019	-0,014	0,024	0,137	0,460
	Modo 31	-0,147	-0,136	-0,063	0,103	0,552
	Modo 32	-0,017	-0,014	0,017	0,118	0,438
	Modo 33	-0,017	-0,015	0,003	0,053	0,257
	Modo 34	-0,038	-0,036	-0,019	0,023	0,150
	Modo 35	-0,069	-0,061	0,032	0,345	1,464
	Modo 36	-0,045	-0,045	-0,022	0,055	0,427
	Modo 37	-0,053	-0,051	-0,043	-0,025	0,096
	Modo 38	0,009	0,009	0,011	0,019	0,074
	Modo 39	-0,040	-0,035	0,005	0,119	0,587
	Modo 40	-0,041	-0,038	-0,022	0,011	0,327
	Modo 41	-0,111	-0,099	0,031	0,486	1,841
	Modo 42	-0,172	-0,158	-0,077	0,076	0,744
	Modo 43	-0,176	-0,170	-0,118	0,032	0,493
	Modo 44	0,007	0,007	0,005	0,005	0,011
	Modo 45	-0,081	-0,073	0,026	0,402	1,526
	Modo 46	-0,015	-0,014	0,013	0,057	0,223
	Modo 47	-0,011	-0,008	-0,008	0,041	0,213
	Modo 48	-0,013	-0,011	-0,011	-0,007	0,004
	Modo 49	-0,011	-0,009	0,006	0,009	0,021
	Modo 50	-0,171	-0,145	0,010	0,257	0,547
	Modo 51	-0,170	-0,164	-0,114	0,024	0,520
	Modo 52	0,001	0,014	0,009	0,064	0,281
	Modo 53	0,004	0,014	0,004	0,031	0,247
	Modo 54	0,001	0,001	0,007	0,010	0,170
	Modo 55	-0,010	-0,010	-0,005	0,000	0,170
	Modo 56	-0,032	-0,035	-0,036	-0,045	0,170
	Modo 57	-0,041	-0,044	-0,039	-0,054	0,174
	Modo 58	-0,013	-0,011	-0,027	-0,008	0,236
	Modo 59	-0,011	-0,009	-0,021	0,002	0,220
	Modo 60	-0,026	-0,021	-0,005	0,049	0,379

Tabla 20. Diferencias porcentuales eje libre, posición 6.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS PORCENTUALES, POSICIÓN 6	Modo 7	0,030	0,030	0,030	0,038	0,051
	Modo 8	0,026	0,027	0,030	0,038	0,044
	Modo 9	0,005	0,007	0,041	0,114	0,213
	Modo 10	0,003	0,004	0,006	0,015	0,033
	Modo 11	0,030	0,030	0,030	0,037	0,042
	Modo 12	-0,036	-0,018	0,110	0,378	0,760
	Modo 13	-0,038	-0,038	-0,030	0,000	0,038
	Modo 14	0,022	0,022	0,026	0,044	0,069
	Modo 15	-0,096	-0,045	0,271	0,943	1,907
	Modo 16	-0,103	-0,103	-0,086	-0,036	0,051
	Modo 17	0,016	0,016	0,020	0,027	0,047
	Modo 18	-0,150	-0,065	0,460	1,541	3,004
	Modo 19	-0,165	-0,161	-0,137	-0,064	0,048
	Modo 20	-0,147	-0,053	0,518	1,621	2,931
	Modo 21	-0,159	-0,157	-0,134	-0,069	0,045
	Modo 22	-0,001	-0,001	0,015	0,059	0,111
	Modo 23	0,009	0,013	0,027	0,044	0,064
	Modo 24	-0,092	-0,021	0,400	1,159	1,974
	Modo 25	-0,100	-0,101	-0,085	-0,030	0,054
	Modo 26	-0,070	-0,055	0,023	0,192	0,483
	Modo 27	-0,039	0,005	0,261	0,741	1,275
	Modo 28	-0,044	-0,042	-0,029	0,015	0,097
	Modo 29	-0,177	-0,145	0,032	0,411	0,999
	Modo 30	-0,016	-0,008	0,051	0,172	0,318
	Modo 31	-0,142	-0,115	0,027	0,308	0,705
	Modo 32	-0,012	0,006	0,137	0,395	0,651
	Modo 33	-0,017	-0,016	0,002	0,060	0,104
	Modo 34	-0,034	-0,029	0,015	0,116	0,246
	Modo 35	-0,067	-0,043	0,128	0,547	1,181
	Modo 36	-0,024	-0,011	0,032	0,096	0,204
	Modo 37	-0,026	-0,014	0,022	0,093	0,092
	Modo 38	0,010	0,014	0,028	0,057	0,139
	Modo 39	-0,022	-0,023	0,037	0,190	0,325
	Modo 40	-0,031	-0,030	-0,016	0,054	0,188
	Modo 41	-0,106	-0,070	0,184	0,740	1,323
	Modo 42	-0,115	-0,095	0,002	0,239	0,627
	Modo 43	-0,129	-0,115	-0,098	-0,083	-0,194
	Modo 44	0,006	0,010	0,014	0,021	-0,012
	Modo 45	-0,078	-0,047	0,174	0,681	1,318
	Modo 46	-0,016	-0,012	0,018	0,065	0,167
	Modo 47	-0,009	-0,015	0,006	0,041	0,119
	Modo 48	-0,014	-0,025	-0,015	-0,008	-0,010
	Modo 49	-0,014	-0,010	-0,005	0,004	0,003
	Modo 50	-0,144	-0,123	-0,017	0,240	0,518
	Modo 51	-0,153	-0,124	-0,051	0,022	-0,067
	Modo 52	-0,008	-0,027	0,003	-0,005	0,003
	Modo 53	-0,011	-0,035	-0,010	-0,011	-0,013
	Modo 54	-0,002	-0,024	-0,022	-0,011	-0,010
	Modo 55	-0,007	-0,027	-0,028	-0,018	-0,014
	Modo 56	0,029	0,000	-0,007	-0,038	-0,027
	Modo 57	0,013	-0,007	-0,013	-0,038	-0,032
	Modo 58	0,010	-0,013	-0,015	-0,033	-0,033
	Modo 59	0,004	-0,012	-0,006	-0,025	-0,023
	Modo 60	0,015	0,003	0,023	-0,003	0,018

Tabla 21. Diferencias porcentuales eje libre, posición 7.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS PORCENTUALES, POSICIÓN 7	Modo 7	0,055	0,026	0,033	0,038	0,046
	Modo 8	0,028	0,027	0,032	0,039	0,043
	Modo 9	0,011	0,013	0,056	0,130	0,167
	Modo 10	0,005	0,005	0,011	0,020	0,034
	Modo 11	0,043	0,028	0,033	0,038	0,040
	Modo 12	-0,027	0,011	0,170	0,450	0,598
	Modo 13	-0,030	-0,036	-0,014	0,016	0,047
	Modo 14	0,029	0,022	0,031	0,049	0,056
	Modo 15	-0,075	0,030	0,434	1,158	1,552
	Modo 16	-0,103	-0,098	-0,064	0,010	0,062
	Modo 17	0,008	0,018	0,023	0,036	0,045
	Modo 18	-0,111	0,072	0,762	1,963	2,585
	Modo 19	-0,163	-0,152	-0,105	0,007	0,078
	Modo 20	-0,113	0,111	0,885	2,113	2,686
	Modo 21	-0,165	-0,150	-0,107	0,004	0,061
	Modo 22	0,009	0,003	0,038	0,082	0,113
	Modo 23	0,008	0,017	0,032	0,048	0,057
	Modo 24	-0,064	0,120	0,714	1,582	1,953
	Modo 25	-0,120	-0,094	-0,065	0,007	0,034
	Modo 26	-0,076	-0,035	0,086	0,339	0,510
	Modo 27	-0,068	0,108	0,512	1,112	1,352
	Modo 28	-0,077	-0,038	-0,021	0,027	0,039
	Modo 29	-0,165	-0,093	0,201	0,776	1,152
	Modo 30	-0,007	0,007	0,085	0,200	0,262
	Modo 31	-0,139	-0,069	0,168	0,574	0,797
	Modo 32	-0,070	0,073	0,323	0,703	0,817
	Modo 33	-0,117	-0,013	0,007	0,060	0,013
	Modo 34	-0,050	-0,009	0,082	0,227	0,317
	Modo 35	-0,059	0,002	0,260	0,799	1,089
	Modo 36	-0,135	0,044	0,142	0,241	0,191
	Modo 37	-0,166	0,003	0,026	0,120	0,116
	Modo 38	-0,034	0,021	0,046	0,139	0,171
	Modo 39	-0,247	-0,011	0,088	0,396	0,467
	Modo 40	-0,331	-0,017	0,053	0,245	0,203
	Modo 41	-0,084	0,000	0,329	0,811	0,956
	Modo 42	-0,316	-0,049	0,072	0,477	0,640
	Modo 43	-0,353	-0,082	-0,090	0,005	-0,101
	Modo 44	-0,091	0,019	0,025	0,049	0,011
	Modo 45	-0,060	0,020	0,336	0,864	1,112
	Modo 46	-0,017	-0,010	0,028	0,130	0,153
	Modo 47	-0,013	-0,010	0,011	0,075	0,101
	Modo 48	-0,020	-0,013	-0,008	-0,009	-0,004
	Modo 49	-0,005	-0,008	0,006	0,003	-0,023
	Modo 50	-0,522	-0,101	0,085	0,499	0,539
	Modo 51	-0,599	-0,146	-0,142	-0,054	-0,314
	Modo 52	-0,009	-0,036	0,039	0,031	0,036
	Modo 53	-0,005	-0,029	0,036	0,026	0,029
	Modo 54	0,002	-0,018	0,040	0,027	-0,002
	Modo 55	0,008	-0,035	0,040	0,019	-0,016
	Modo 56	-0,068	-0,011	-0,040	-0,019	-0,079
	Modo 57	-0,076	-0,013	-0,045	-0,018	-0,081
	Modo 58	-0,070	-0,016	-0,003	-0,021	-0,064
	Modo 59	-0,073	-0,010	0,006	-0,006	-0,060
	Modo 60	-0,072	-0,005	0,001	0,016	-0,016

Tabla 22. Diferencias porcentuales eje libre, posición 8.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS PORCENTUALES, POSICIÓN 8	Modo 7	0,038	0,037	0,037	0,028	0,032
	Modo 8	0,030	0,029	0,029	0,025	0,034
	Modo 9	0,004	0,003	0,005	0,007	0,017
	Modo 10	0,002	0,002	0,004	0,007	0,015
	Modo 11	0,038	0,038	0,038	0,030	0,037
	Modo 12	-0,036	-0,035	-0,028	-0,008	0,020
	Modo 13	-0,040	-0,038	-0,029	-0,014	0,013
	Modo 14	0,027	0,027	0,028	0,026	0,031
	Modo 15	-0,103	-0,098	-0,067	0,007	0,079
	Modo 16	-0,106	-0,103	-0,085	-0,041	0,015
	Modo 17	0,009	0,009	0,010	0,020	0,022
	Modo 18	-0,162	-0,152	-0,086	0,080	0,207
	Modo 19	-0,160	-0,154	-0,121	-0,042	0,047
	Modo 20	-0,162	-0,145	-0,046	0,201	0,386
	Modo 21	-0,163	-0,156	-0,116	-0,005	0,096
	Modo 22	0,003	0,004	0,011	0,016	0,030
	Modo 23	0,006	0,007	0,013	0,029	0,042
	Modo 24	-0,100	-0,082	0,028	0,299	0,490
	Modo 25	-0,099	-0,092	-0,056	0,040	0,138
	Modo 26	-0,078	-0,071	-0,032	0,056	0,121
	Modo 27	-0,054	-0,035	0,080	0,376	0,585
	Modo 28	-0,058	-0,053	-0,025	0,066	0,154
	Modo 29	-0,177	-0,156	-0,051	0,159	0,309
	Modo 30	-0,014	-0,011	0,012	0,069	0,122
	Modo 31	-0,151	-0,131	-0,031	0,173	0,313
	Modo 32	-0,029	-0,009	0,119	0,458	0,693
	Modo 33	-0,033	-0,028	-0,008	0,059	0,117
	Modo 34	-0,025	-0,016	0,028	0,108	0,173
	Modo 35	-0,071	-0,060	0,027	0,426	0,832
	Modo 36	-0,052	-0,032	0,124	0,441	0,556
	Modo 37	-0,061	-0,049	-0,034	0,045	0,109
	Modo 38	-0,009	-0,004	0,021	0,094	0,488
	Modo 39	-0,112	-0,067	0,215	1,151	1,460
	Modo 40	-0,118	-0,117	-0,103	0,012	0,065
	Modo 41	-0,105	-0,086	0,034	0,304	0,453
	Modo 42	-0,177	-0,127	0,271	1,308	1,867
	Modo 43	-0,208	-0,189	-0,173	-0,050	0,025
	Modo 44	-0,003	0,002	0,024	0,086	0,134
	Modo 45	-0,081	-0,061	0,091	0,566	0,877
	Modo 46	-0,011	-0,003	0,018	0,441	0,702
	Modo 47	-0,010	-0,005	-0,004	0,069	0,138
	Modo 48	-0,015	-0,011	-0,005	0,044	0,101
	Modo 49	-0,002	0,006	0,010	0,009	0,029
	Modo 50	-0,286	-0,205	0,227	0,623	0,637
	Modo 51	-0,294	-0,290	-0,275	-0,098	-0,032
	Modo 52	0,026	0,028	0,034	0,032	0,198
	Modo 53	0,024	0,026	0,030	-0,012	0,190
	Modo 54	0,009	0,028	0,033	-0,005	0,196
	Modo 55	-0,015	0,001	-0,003	-0,010	0,192
	Modo 56	-0,006	-0,017	-0,020	-0,014	0,190
	Modo 57	-0,009	-0,018	-0,021	-0,026	0,185
	Modo 58	0,001	0,004	0,008	-0,019	0,212
	Modo 59	0,003	0,004	0,006	-0,022	0,226
	Modo 60	-0,001	0,000	0,007	0,160	0,500

A modo de resumen, la siguiente tabla muestra los 10 valores de diferencia porcentual más elevados; el '*Top ten*'. Todos estos valores, aparecen en la inserción radial de corte y es lógico puesto que corresponde a las mayores áreas de grieta.

Como se puede observar, las mayores diferencias con respecto al eje nuevo se concentran en las posiciones de grieta del interior del eje; desde el asiento de corte de la rueda, hasta el centro del mismo eje.

Especialmente crítico es el modo 7, pues inicia y cierra la lista de valores máximos, en las posiciones 1 y 2.

Tabla 23. Top 10 diferencias porcentuales en eje libre.

TOP 10 DIFERENCIAS PORCENTUALES			
	Modo	Posición	Valor (%)
1º	Modo 7	pos 1	5,147
2º	Modo 9	pos 2	3,872
3º	Modo 35	pos 4	3,838
4º	Modo 13	pos 3	3,619
5º	Modo 18	pos 5	3,336
6º	Modo 15	pos 3	3,322
7º	Modo 12	pos 1	3,211
8º	Modo 15	pos 4	3,196
9º	Modo 27	pos 3	3,174
10º	Modo 7	pos 2	3,131

A continuación, se muestran las medias de las diferencias porcentuales según la inserción radial y para cada posición.

Tabla 24. Medias de diferencias porcentuales eje libre según inserción radial.

POSICIÓN 1				
7%	14%	28%	42%	Corte
-0,005	0,058	0,055	0,278	0,581
0,193				

POSICIÓN 2				
7%	14%	28%	42%	Corte
-0,021	0,000	0,066	0,224	0,568
0,168				

POSICIÓN 3				
7%	14%	28%	42%	Corte
-0,006	0,015	0,085	0,246	0,704
0,209				

POSICIÓN 4				
7%	14%	28%	42%	Corte
-0,005	0,016	0,085	0,222	0,731
0,210				

POSICIÓN 5				
7%	14%	28%	42%	Corte
-0,053	-0,047	-0,003	0,121	0,523
0,108				

POSICIÓN 6				
7%	14%	28%	42%	Corte
-0,044	-0,035	0,044	0,205	0,410
0,116				

POSICIÓN 7				
7%	14%	28%	42%	Corte
-0,092	-0,011	0,105	0,308	0,381
0,138				

POSICIÓN 8				
7%	14%	28%	42%	Corte
-0,059	-0,049	0,004	0,144	0,275
0,063				

Como se observa en la anterior tabla, la diferencia porcentual tiende a aumentar con el tamaño de la grieta, lo cual era predecible puesto que una mayor grieta supone una mayor diferencia estructural con respecto al eje nuevo, y esto conlleva una mayor diferencia entre las frecuencias propias del eje nuevo y el con grieta.

Las mayores medias de diferencias porcentuales son en la posición 3 y 4 para la inserción de corte con valores de 0,704% y 0,731% respectivamente. Asimismo, las posiciones 3 y 4 son las más críticas en cuanto a media total de diferencia porcentual, con valores de 0,209% y 0,210% respectivamente.

Además, se presenta en la página siguiente una tabla de las medias de diferencia porcentual y su gráfica para cada inserción radial y para cada modo.

Tabla 25. Media de diferencias porcentuales eje libre para cada modo.

MEDIA DIFERENCIAS PORCENTUALES		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 7	0,026	0,050	0,183	0,457	1,120
	Modo 8	0,018	0,020	0,030	0,046	0,114
	Modo 9	0,009	0,029	0,140	0,359	0,905
	Modo 10	0,003	0,006	0,013	0,032	0,098
	Modo 11	0,021	0,026	0,057	0,113	0,260
	Modo 12	-0,011	0,026	0,202	0,567	1,451
	Modo 13	-0,015	-0,014	0,001	0,037	0,148
	Modo 14	0,015	0,024	0,076	0,196	0,549
	Modo 15	-0,039	0,010	0,246	0,723	1,719
	Modo 16	-0,050	-0,046	-0,032	0,016	0,133
	Modo 17	0,007	0,014	0,039	0,093	0,222
	Modo 18	-0,066	0,004	0,337	1,002	2,169
	Modo 19	-0,079	-0,073	-0,053	0,007	0,142
	Modo 20	-0,070	-0,014	0,237	0,745	1,572
	Modo 21	-0,082	-0,075	-0,059	-0,003	0,116
	Modo 22	0,003	0,010	0,056	0,158	0,474
	Modo 23	0,007	0,016	0,064	0,143	0,250
	Modo 24	-0,043	0,016	0,262	0,725	1,396
	Modo 25	-0,053	-0,044	-0,026	0,036	0,172
	Modo 26	-0,035	-0,020	0,042	0,178	0,452
	Modo 27	-0,026	0,027	0,211	0,586	1,248
	Modo 28	-0,033	-0,020	-0,009	0,048	0,190
	Modo 29	-0,088	-0,065	0,037	0,246	0,768
	Modo 30	-0,003	0,012	0,098	0,289	0,584
	Modo 31	-0,071	-0,055	0,016	0,159	0,336
	Modo 32	-0,020	0,036	0,198	0,532	1,045
	Modo 33	-0,034	-0,009	0,000	0,062	0,186
	Modo 34	-0,019	0,002	0,073	0,212	0,554
	Modo 35	-0,031	-0,008	0,129	0,539	1,513
	Modo 36	-0,048	0,014	0,119	0,310	0,479
	Modo 37	-0,057	-0,018	-0,011	0,073	0,208
	Modo 38	-0,004	0,012	0,049	0,154	0,666
	Modo 39	-0,075	0,003	0,145	0,584	1,006
	Modo 40	-0,095	-0,030	-0,028	0,077	0,201
	Modo 41	-0,050	-0,023	0,112	0,391	0,786
	Modo 42	-0,145	-0,056	0,043	0,417	0,957
	Modo 43	-0,163	-0,086	-0,107	0,001	0,135
	Modo 44	-0,019	0,012	0,053	0,158	0,409
	Modo 45	-0,036	-0,018	0,087	0,346	0,726
	Modo 46	-0,007	-0,002	0,010	0,091	0,383
	Modo 47	-0,003	0,000	0,003	0,033	0,081
	Modo 48	-0,008	-0,003	-0,006	0,003	0,012
	Modo 49	-0,005	0,001	0,002	0,005	0,007
	Modo 50	-0,186	-0,079	0,075	0,446	0,567
	Modo 51	-0,205	-0,115	-0,125	0,004	0,082
	Modo 52	0,005	0,021	0,031	0,064	0,155
	Modo 53	0,001	0,017	0,020	0,039	0,125
	Modo 54	0,000	0,019	0,005	0,028	0,082
	Modo 55	-0,004	0,009	-0,008	0,022	0,080
	Modo 56	-0,013	0,010	-0,029	0,014	0,148
	Modo 57	-0,020	0,006	-0,032	0,009	0,088
	Modo 58	-0,015	0,017	-0,016	0,019	0,226
	Modo 59	-0,015	0,018	-0,012	0,024	0,119
	Modo 60	-0,007	0,023	0,032	0,198	0,562

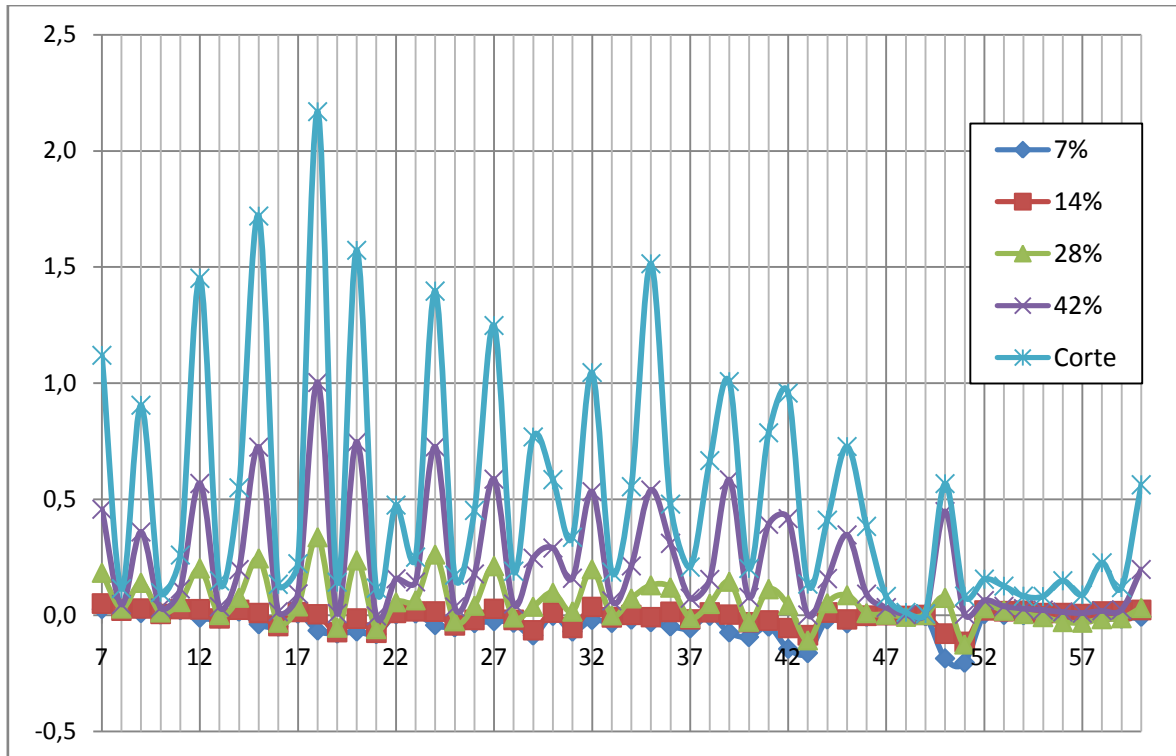


Figura 118. Gráfica de media de diferencias porcentuales para eje libre.

Las cinco medias de diferencia porcentual más significativa, están en los modos 18, 15, 20, 35 y 12. Por lo tanto, estos modos propios tendrán un interés especial en el estudio del eje libre.

En esta gráfica sí es fácil observar que el aumento del tamaño de la grieta tiene un impacto progresivo en la variación de las frecuencias propias del eje. La curva de puntos para grieta del 28% de inserción radial, tiene un patrón de forma muy similar a la curva de 42% y a la curva de grieta 'corte con el hueco interno'.

Las curvas de 7% y 14% tienen una desviación del eje horizontal muy poco significativa. El eje horizontal en este caso, representa el eje sin grieta, puesto que es el lugar de los valores de cero diferencia con respecto al eje nuevo.

8.4.3 Resultados de diferencias unitarias.

De la misma forma, se presentan en las siguientes páginas las tablas de las diferencias unitarias, en hertzios, de las frecuencias propias del eje con grieta con respecto al eje sin grieta

Tabla 26. Diferencias unitarias eje libre, posición 1.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS UNITARIAS (Hz), POSICIÓN 1	Modo 7	0,049	0,314	1,487	3,970	9,649
	Modo 8	0,028	0,032	0,072	0,207	0,683
	Modo 9	0,035	0,062	0,091	0,274	0,821
	Modo 10	0,001	0,021	0,043	0,070	0,108
	Modo 11	0,081	0,279	1,060	2,678	6,452
	Modo 12	0,176	1,029	4,523	12,070	29,031
	Modo 13	0,052	0,121	0,200	0,674	1,992
	Modo 14	0,110	0,530	2,590	7,490	19,970
	Modo 15	0,130	0,330	0,470	1,510	3,990
	Modo 16	0,040	0,230	0,090	0,400	0,520
	Modo 17	0,000	-0,010	-0,050	-0,060	-0,090
	Modo 18	0,320	1,770	6,710	17,280	36,720
	Modo 19	0,070	0,350	0,260	1,170	2,940
	Modo 20	0,170	0,550	0,910	4,090	16,570
	Modo 21	0,090	0,400	0,010	0,750	1,120
	Modo 22	0,140	0,860	3,680	8,910	16,460
	Modo 23	0,040	0,070	0,000	0,010	-0,120
	Modo 24	0,290	2,630	9,950	26,360	56,680
	Modo 25	0,030	0,470	0,200	1,780	4,420
	Modo 26	0,160	0,170	-0,090	0,060	-0,190
	Modo 27	-0,050	0,930	1,300	7,060	22,430
	Modo 28	-0,050	0,540	-0,430	1,390	2,950
	Modo 29	0,010	0,560	2,010	5,210	39,770
	Modo 30	0,310	1,750	8,210	25,040	41,630
	Modo 31	0,210	0,260	-0,250	0,170	-0,120
	Modo 32	0,110	3,830	12,210	35,020	64,140
	Modo 33	-0,520	0,570	-1,370	2,540	5,950
	Modo 34	-0,100	1,620	6,540	17,500	47,590
	Modo 35	0,180	0,320	-0,020	0,220	-0,310
	Modo 36	-1,800	1,260	-0,390	10,350	28,750
	Modo 37	-1,990	0,520	-2,940	1,950	5,630
	Modo 38	-0,110	-0,130	-1,310	0,710	42,610
	Modo 39	-0,280	4,100	9,190	48,430	68,220
	Modo 40	-1,460	0,290	-6,480	2,800	6,950
	Modo 41	0,240	1,690	6,430	16,130	31,550
	Modo 42	-5,860	0,580	-6,000	14,390	58,840
	Modo 43	-6,340	-0,590	-8,970	2,190	7,410
	Modo 44	-0,620	2,410	6,910	22,680	48,030
	Modo 45	0,280	0,460	-0,180	0,320	-0,270
	Modo 46	0,190	1,270	0,070	1,120	40,080
	Modo 47	0,360	1,600	0,430	1,490	-1,860
	Modo 48	-0,360	1,540	-0,430	1,380	-2,290
	Modo 49	0,280	1,690	-0,330	1,850	-1,070
	Modo 50	-2,380	2,460	-1,190	39,790	36,690
	Modo 51	-4,540	-0,100	-13,850	2,970	6,760
	Modo 52	0,040	10,800	0,150	9,860	-0,820
	Modo 53	0,560	10,670	0,430	10,510	-0,920
	Modo 54	0,370	11,310	-1,510	11,170	-0,540
	Modo 55	0,860	11,520	-1,920	11,810	-0,600
	Modo 56	0,040	13,090	-2,500	15,690	3,920
	Modo 57	-0,480	13,050	-2,330	14,570	3,150
	Modo 58	-1,610	13,830	-3,280	15,070	2,510
	Modo 59	-1,300	13,940	-3,830	15,470	1,720
	Modo 60	0,860	12,730	-0,790	18,150	10,280

Tabla 27. Diferencias unitarias eje libre, posición 2.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS UNITARIAS (Hz), POSICIÓN 2	Modo 7	0,026	0,179	0,903	2,324	5,870
	Modo 8	0,025	0,028	0,073	0,152	0,463
	Modo 9	0,123	0,626	3,218	8,023	19,192
	Modo 10	0,018	0,059	0,133	0,460	1,495
	Modo 11	0,058	0,211	0,849	1,972	4,849
	Modo 12	0,025	0,108	0,530	1,518	3,783
	Modo 13	0,029	0,063	0,331	0,810	2,411
	Modo 14	0,070	0,380	2,060	5,800	17,120
	Modo 15	0,130	0,570	2,730	6,710	14,980
	Modo 16	0,060	0,050	0,320	1,170	3,660
	Modo 17	0,040	0,400	1,910	4,810	11,570
	Modo 18	0,180	1,160	5,710	14,180	31,620
	Modo 19	0,040	0,110	0,280	1,000	2,940
	Modo 20	-0,030	0,210	0,880	2,800	8,720
	Modo 21	-0,120	-0,040	-0,060	0,430	2,110
	Modo 22	0,040	-0,020	0,120	4,720	26,760
	Modo 23	0,160	0,770	4,500	8,130	8,400
	Modo 24	0,050	1,510	7,420	18,060	37,390
	Modo 25	0,020	0,030	0,520	2,180	6,610
	Modo 26	0,110	0,320	1,930	5,690	14,140
	Modo 27	-0,360	1,600	8,440	20,780	42,300
	Modo 28	-0,740	-0,020	0,530	2,810	8,820
	Modo 29	-0,080	0,380	1,400	3,760	9,320
	Modo 30	0,110	0,040	0,070	0,040	0,230
	Modo 31	0,070	-0,070	-0,030	0,900	2,080
	Modo 32	-1,430	0,070	1,620	7,520	26,470
	Modo 33	-1,760	-0,660	-0,900	0,410	3,380
	Modo 34	-0,280	1,180	6,540	16,050	39,960
	Modo 35	0,190	0,950	7,260	27,800	90,540
	Modo 36	-2,380	1,410	9,290	21,940	27,150
	Modo 37	-2,620	-1,460	-1,530	3,190	9,240
	Modo 38	-0,260	0,600	2,730	9,180	26,020
	Modo 39	-7,280	0,330	7,940	28,860	63,960
	Modo 40	-7,880	-1,580	-2,630	2,540	9,440
	Modo 41	0,050	0,910	4,420	10,940	23,840
	Modo 42	-7,600	-1,950	-4,340	8,470	35,850
	Modo 43	-9,500	-3,340	-8,050	-0,820	3,010
	Modo 44	-1,930	-0,950	-0,320	0,990	2,370
	Modo 45	0,240	0,030	0,410	2,450	7,850
	Modo 46	0,270	-0,140	0,040	-0,240	27,780
	Modo 47	0,400	0,310	0,320	0,120	0,130
	Modo 48	0,020	0,140	-0,300	-1,050	0,120
	Modo 49	0,070	0,390	-0,060	-1,130	-1,830
	Modo 50	-12,400	-4,420	4,370	33,230	35,870
	Modo 51	-13,410	-6,600	-8,520	-0,430	-1,100
	Modo 52	0,100	-1,300	0,330	-1,380	-2,300
	Modo 53	-0,410	-1,760	0,200	-0,810	-1,890
	Modo 54	0,360	-2,820	-2,240	-0,420	-2,320
	Modo 55	0,880	-4,210	-2,790	-0,730	-2,050
	Modo 56	-0,340	-3,900	-2,640	-0,690	1,390
	Modo 57	-0,560	-4,230	-3,010	-1,010	0,580
	Modo 58	0,490	-2,940	-0,580	1,320	13,960
	Modo 59	0,760	-2,950	-0,090	0,440	3,820
	Modo 60	1,110	-2,270	4,890	25,310	78,980

Tabla 28. Diferencias unitarias eje libre, posición 3.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS UNITARIAS (Hz), POSICIÓN 3	Modo 7	0,010	0,014	0,090	0,242	0,718
	Modo 8	0,010	0,023	0,052	0,051	0,176
	Modo 9	0,060	0,261	1,223	3,180	9,041
	Modo 10	0,031	0,042	0,120	0,313	1,151
	Modo 11	0,026	0,056	0,273	0,512	1,459
	Modo 12	0,203	0,982	4,692	11,881	32,720
	Modo 13	0,076	0,094	0,321	0,791	2,929
	Modo 14	0,030	0,110	0,660	1,740	5,970
	Modo 15	0,380	1,690	7,710	18,450	44,940
	Modo 16	0,090	0,120	0,350	1,040	4,030
	Modo 17	0,100	0,320	1,230	3,350	8,930
	Modo 18	0,160	1,010	4,830	11,270	26,820
	Modo 19	0,170	0,250	0,720	1,610	5,670
	Modo 20	0,140	0,320	1,100	3,350	16,090
	Modo 21	-0,070	-0,020	0,200	0,560	3,180
	Modo 22	0,120	0,650	3,320	7,080	24,480
	Modo 23	0,220	0,780	3,690	10,530	22,780
	Modo 24	0,060	0,690	3,980	10,060	27,050
	Modo 25	0,070	0,270	1,180	3,050	10,990
	Modo 26	0,190	0,780	3,300	8,500	22,990
	Modo 27	0,510	3,030	14,230	37,800	104,590
	Modo 28	0,000	0,110	0,430	1,990	8,150
	Modo 29	-0,010	0,060	0,580	1,040	16,390
	Modo 30	0,320	1,490	7,710	19,220	33,000
	Modo 31	0,000	0,180	0,970	2,640	8,220
	Modo 32	0,320	3,990	18,210	40,650	80,310
	Modo 33	-0,580	-0,120	0,580	2,630	10,230
	Modo 34	0,280	1,330	6,490	16,120	48,950
	Modo 35	0,350	1,440	8,090	26,020	75,440
	Modo 36	-0,850	1,960	9,000	19,410	26,420
	Modo 37	-1,040	-0,380	0,640	7,060	25,300
	Modo 38	0,180	1,630	8,110	23,600	79,990
	Modo 39	-1,210	0,050	1,960	8,260	19,700
	Modo 40	-1,310	-0,140	1,690	6,960	14,920
	Modo 41	0,060	0,180	0,930	1,890	5,360
	Modo 42	-4,110	-1,850	-1,590	7,670	36,560
	Modo 43	-4,970	-2,780	-5,250	1,340	10,430
	Modo 44	-0,570	0,630	4,800	13,950	32,130
	Modo 45	0,080	0,480	2,930	9,940	42,050
	Modo 46	-0,040	0,020	-0,060	0,420	37,570
	Modo 47	0,200	0,250	0,300	-0,080	1,690
	Modo 48	0,210	0,250	0,150	-0,530	0,980
	Modo 49	-0,660	-0,620	-0,160	-0,620	1,800
	Modo 50	-4,460	-0,470	10,660	35,050	39,270
	Modo 51	-4,310	-3,380	-4,560	1,130	1,210
	Modo 52	0,390	0,870	0,900	6,840	19,290
	Modo 53	-1,340	-0,530	0,440	3,990	16,360
	Modo 54	-1,040	-0,100	1,130	2,190	10,290
	Modo 55	-1,480	-0,390	-0,660	1,270	10,190
	Modo 56	-1,160	-0,180	-3,240	-0,830	12,510
	Modo 57	-1,580	-0,680	-3,630	-0,860	12,350
	Modo 58	-0,820	0,210	-2,270	-1,510	15,190
	Modo 59	-1,040	-0,180	-2,200	-1,000	14,240
	Modo 60	-0,100	0,940	-0,730	5,990	55,000

Tabla 29. Diferencias unitarias eje libre, posición 4.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS UNITARIAS (Hz), POSICIÓN 4	Modo 7	0,016	0,009	0,017	0,052	0,199
	Modo 8	0,003	0,005	0,018	0,024	0,075
	Modo 9	0,016	0,068	0,401	1,079	3,486
	Modo 10	0,013	0,036	0,061	0,148	0,571
	Modo 11	0,027	0,028	0,074	0,144	0,455
	Modo 12	0,070	0,380	2,103	5,660	18,234
	Modo 13	0,063	0,060	0,189	0,511	2,056
	Modo 14	0,000	0,050	0,240	0,710	3,030
	Modo 15	0,200	1,070	5,500	14,410	43,240
	Modo 16	0,050	0,100	0,270	0,850	3,620
	Modo 17	0,010	0,100	0,410	1,100	3,240
	Modo 18	0,250	1,490	7,410	18,960	52,400
	Modo 19	0,090	0,100	0,360	1,070	4,600
	Modo 20	0,110	0,960	4,830	12,810	38,070
	Modo 21	0,080	0,160	0,630	1,790	8,230
	Modo 22	0,130	0,260	1,450	3,510	9,820
	Modo 23	0,110	0,300	1,440	3,670	9,050
	Modo 24	0,010	0,260	1,090	3,160	13,090
	Modo 25	-0,080	0,150	0,700	1,920	6,010
	Modo 26	0,110	0,710	3,100	7,950	24,510
	Modo 27	0,020	0,280	1,600	4,430	18,430
	Modo 28	-0,160	0,210	0,930	2,750	12,380
	Modo 29	0,080	0,470	2,370	5,860	33,150
	Modo 30	0,210	0,880	5,080	15,700	46,360
	Modo 31	0,080	0,110	0,240	0,590	1,730
	Modo 32	-0,330	1,110	6,680	17,700	54,060
	Modo 33	-0,470	0,170	1,580	4,790	19,250
	Modo 34	-0,090	0,360	1,180	3,140	16,320
	Modo 35	0,260	1,510	10,940	44,210	171,760
	Modo 36	-0,850	2,590	12,770	22,810	28,800
	Modo 37	-1,020	-0,160	1,140	3,660	16,440
	Modo 38	-0,010	0,810	5,050	13,300	77,360
	Modo 39	-0,320	3,790	22,760	59,020	115,950
	Modo 40	-1,470	-0,610	0,640	2,760	11,320
	Modo 41	0,070	0,940	5,010	12,370	29,190
	Modo 42	-3,890	2,340	16,390	39,790	83,670
	Modo 43	-4,200	-1,020	0,590	3,200	27,710
	Modo 44	-0,860	1,240	9,200	26,820	100,210
	Modo 45	0,100	0,230	0,830	2,460	8,730
	Modo 46	-0,040	0,320	0,000	1,030	6,190
	Modo 47	0,210	0,370	0,180	0,770	4,950
	Modo 48	0,170	0,320	-0,120	0,230	1,660
	Modo 49	0,010	0,390	0,430	0,900	2,690
	Modo 50	-3,170	-1,370	4,510	12,500	29,830
	Modo 51	-3,740	-1,970	0,910	5,060	27,010
	Modo 52	1,310	1,670	8,930	9,600	30,040
	Modo 53	0,890	1,970	5,380	3,840	21,570
	Modo 54	-0,320	2,350	1,600	0,190	11,920
	Modo 55	-0,530	2,240	1,170	-0,260	12,380
	Modo 56	-0,460	0,140	0,250	0,640	42,300
	Modo 57	-0,280	0,210	0,120	0,670	13,650
	Modo 58	-1,440	0,010	0,170	0,170	63,270
	Modo 59	-1,050	0,310	0,910	0,880	18,320
	Modo 60	0,030	2,190	11,940	40,010	93,670

Tabla 30. Diferencias unitarias eje libre, posición 5.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS UNITARIAS (Hz), POSICIÓN 5	Modo 7	0,062	0,062	0,061	0,066	0,114
	Modo 8	0,053	0,053	0,057	0,065	0,091
	Modo 9	0,025	0,025	0,122	0,427	1,372
	Modo 10	0,003	0,016	0,040	0,064	0,168
	Modo 11	0,221	0,219	0,224	0,230	0,323
	Modo 12	-0,347	-0,262	0,481	2,490	8,722
	Modo 13	-0,344	-0,332	-0,286	-0,145	0,458
	Modo 14	0,240	0,240	0,280	0,400	1,030
	Modo 15	-1,370	-1,050	1,570	8,690	31,040
	Modo 16	-1,420	-1,400	-1,280	-0,860	0,830
	Modo 17	0,210	0,210	0,270	0,390	0,610
	Modo 18	-2,870	-2,180	3,310	17,930	59,890
	Modo 19	-2,980	-2,960	-2,760	-2,000	1,190
	Modo 20	-3,530	-2,690	4,290	22,310	67,620
	Modo 21	-3,680	-3,630	-3,430	-2,460	1,650
	Modo 22	-0,070	-0,040	0,230	0,870	2,870
	Modo 23	0,220	0,250	0,510	1,040	1,850
	Modo 24	-2,730	-2,030	3,640	17,760	50,210
	Modo 25	-2,800	-2,780	-2,560	-1,490	3,490
	Modo 26	-2,150	-1,940	-0,530	2,910	13,680
	Modo 27	-1,580	-1,240	2,060	11,050	35,310
	Modo 28	-1,760	-1,710	-1,300	0,170	8,210
	Modo 29	-6,270	-5,770	-2,470	5,350	27,630
	Modo 30	-0,640	-0,500	0,820	4,730	15,910
	Modo 31	-5,470	-5,070	-2,360	3,850	20,580
	Modo 32	-0,660	-0,560	0,650	4,600	17,110
	Modo 33	-0,650	-0,590	0,100	2,070	10,040
	Modo 34	-1,640	-1,550	-0,800	1,000	6,470
	Modo 35	-3,110	-2,710	1,420	15,440	65,520
	Modo 36	-2,040	-2,030	-1,020	2,480	19,360
	Modo 37	-2,420	-2,310	-1,930	-1,140	4,340
	Modo 38	0,470	0,460	0,570	0,970	3,730
	Modo 39	-2,040	-1,810	0,260	6,130	30,180
	Modo 40	-2,100	-1,930	-1,140	0,590	16,800
	Modo 41	-5,820	-5,190	1,620	25,470	96,470
	Modo 42	-9,790	-8,980	-4,380	4,310	42,380
	Modo 43	-10,020	-9,670	-6,710	1,830	28,060
	Modo 44	0,430	0,390	0,300	0,270	0,660
	Modo 45	-4,860	-4,370	1,560	23,990	91,080
	Modo 46	-0,920	-0,870	0,820	3,500	13,680
	Modo 47	-0,690	-0,470	-0,470	2,500	13,100
	Modo 48	-0,790	-0,700	-0,700	-0,420	0,240
	Modo 49	-0,670	-0,560	0,350	0,560	1,290
	Modo 50	-10,600	-8,950	0,640	15,890	33,850
	Modo 51	-10,490	-10,140	-7,070	1,470	32,180
	Modo 52	0,090	0,900	0,580	4,080	17,940
	Modo 53	0,230	0,900	0,280	1,980	15,780
	Modo 54	0,080	0,080	0,460	0,620	10,870
	Modo 55	-0,620	-0,650	-0,300	-0,030	10,900
	Modo 56	-2,070	-2,240	-2,330	-2,890	10,990
	Modo 57	-2,630	-2,810	-2,510	-3,490	11,230
	Modo 58	-0,830	-0,730	-1,780	-0,520	15,350
	Modo 59	-0,720	-0,580	-1,390	0,100	14,320
	Modo 60	-1,740	-1,400	-0,350	3,250	24,950

Tabla 31. Diferencias unitarias eje libre, posición 6.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS UNITARIAS (Hz), POSICIÓN 6	Modo 7	0,057	0,057	0,056	0,072	0,096
	Modo 8	0,048	0,051	0,056	0,072	0,083
	Modo 9	0,025	0,034	0,202	0,566	1,055
	Modo 10	0,013	0,021	0,032	0,073	0,164
	Modo 11	0,206	0,207	0,206	0,258	0,290
	Modo 12	-0,329	-0,162	0,995	3,421	6,871
	Modo 13	-0,347	-0,343	-0,275	-0,002	0,346
	Modo 14	0,250	0,250	0,290	0,490	0,770
	Modo 15	-1,300	-0,610	3,660	12,750	25,800
	Modo 16	-1,400	-1,390	-1,160	-0,490	0,690
	Modo 17	0,240	0,230	0,290	0,390	0,680
	Modo 18	-2,690	-1,170	8,250	27,670	53,920
	Modo 19	-2,960	-2,890	-2,460	-1,150	0,870
	Modo 20	-3,290	-1,180	11,590	36,290	65,610
	Modo 21	-3,570	-3,510	-3,010	-1,550	1,010
	Modo 22	-0,030	-0,030	0,350	1,340	2,520
	Modo 23	0,210	0,290	0,610	1,010	1,460
	Modo 24	-2,500	-0,580	10,920	31,660	53,920
	Modo 25	-2,740	-2,750	-2,330	-0,830	1,470
	Modo 26	-2,110	-1,650	0,700	5,770	14,530
	Modo 27	-1,280	0,180	8,600	24,410	42,000
	Modo 28	-1,450	-1,390	-0,950	0,510	3,190
	Modo 29	-6,070	-4,950	1,100	14,060	34,200
	Modo 30	-0,540	-0,280	1,760	5,960	10,980
	Modo 31	-5,300	-4,280	1,020	11,500	26,310
	Modo 32	-0,460	0,220	5,350	15,440	25,430
	Modo 33	-0,680	-0,610	0,080	2,350	4,050
	Modo 34	-1,450	-1,240	0,660	5,000	10,600
	Modo 35	-3,010	-1,930	5,710	24,490	52,850
	Modo 36	-1,100	-0,490	1,460	4,370	9,260
	Modo 37	-1,180	-0,620	1,020	4,220	4,150
	Modo 38	0,510	0,690	1,400	2,880	7,070
	Modo 39	-1,140	-1,180	1,900	9,750	16,730
	Modo 40	-1,580	-1,520	-0,840	2,770	9,660
	Modo 41	-5,550	-3,660	9,640	38,760	69,330
	Modo 42	-6,530	-5,430	0,120	13,600	35,720
	Modo 43	-7,360	-6,540	-5,570	-4,720	-11,040
	Modo 44	0,340	0,580	0,790	1,240	-0,700
	Modo 45	-4,680	-2,830	10,370	40,660	78,680
	Modo 46	-1,000	-0,740	1,110	3,990	10,280
	Modo 47	-0,560	-0,900	0,360	2,510	7,320
	Modo 48	-0,880	-1,550	-0,920	-0,500	-0,640
	Modo 49	-0,830	-0,600	-0,320	0,240	0,190
	Modo 50	-8,880	-7,590	-1,060	14,820	32,050
	Modo 51	-9,460	-7,680	-3,140	1,370	-4,120
	Modo 52	-0,500	-1,740	0,200	-0,330	0,180
	Modo 53	-0,700	-2,250	-0,650	-0,690	-0,830
	Modo 54	-0,120	-1,510	-1,410	-0,680	-0,610
	Modo 55	-0,450	-1,740	-1,780	-1,140	-0,890
	Modo 56	1,860	0,000	-0,470	-2,450	-1,710
	Modo 57	0,850	-0,480	-0,830	-2,450	-2,050
	Modo 58	0,680	-0,870	-0,960	-2,120	-2,120
	Modo 59	0,240	-0,780	-0,410	-1,650	-1,470
	Modo 60	0,970	0,220	1,490	-0,190	1,210

Tabla 32. Diferencias unitarias eje libre, posición 7.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS UNITARIAS (Hz), POSICIÓN 7	Modo 7	0,103	0,048	0,062	0,071	0,086
	Modo 8	0,052	0,051	0,060	0,073	0,081
	Modo 9	0,054	0,065	0,277	0,646	0,826
	Modo 10	0,026	0,024	0,054	0,098	0,167
	Modo 11	0,296	0,193	0,225	0,262	0,280
	Modo 12	-0,242	0,095	1,534	4,072	5,403
	Modo 13	-0,270	-0,323	-0,126	0,146	0,421
	Modo 14	0,320	0,250	0,340	0,540	0,620
	Modo 15	-1,010	0,400	5,870	15,670	21,000
	Modo 16	-1,400	-1,330	-0,860	0,130	0,840
	Modo 17	0,120	0,260	0,330	0,530	0,660
	Modo 18	-2,000	1,290	13,680	35,240	46,400
	Modo 19	-2,930	-2,730	-1,880	0,130	1,400
	Modo 20	-2,530	2,480	19,820	47,300	60,140
	Modo 21	-3,700	-3,350	-2,390	0,090	1,370
	Modo 22	0,210	0,060	0,860	1,860	2,560
	Modo 23	0,180	0,380	0,720	1,100	1,310
	Modo 24	-1,740	3,280	19,500	43,210	53,350
	Modo 25	-3,290	-2,580	-1,770	0,180	0,930
	Modo 26	-2,280	-1,060	2,600	10,210	15,350
	Modo 27	-2,250	3,550	16,880	36,650	44,540
	Modo 28	-2,550	-1,240	-0,700	0,890	1,270
	Modo 29	-5,640	-3,190	6,870	26,580	39,440
	Modo 30	-0,230	0,240	2,950	6,920	9,040
	Modo 31	-5,190	-2,590	6,250	21,400	29,730
	Modo 32	-2,740	2,860	12,620	27,480	31,930
	Modo 33	-4,590	-0,510	0,290	2,340	0,510
	Modo 34	-2,140	-0,390	3,540	9,800	13,660
	Modo 35	-2,620	0,100	11,650	35,740	48,750
	Modo 36	-6,140	2,010	6,460	10,930	8,670
	Modo 37	-7,530	0,130	1,180	5,420	5,240
	Modo 38	-1,750	1,070	2,340	7,040	8,680
	Modo 39	-12,720	-0,590	4,500	20,340	24,000
	Modo 40	-17,020	-0,870	2,740	12,590	10,430
	Modo 41	-4,410	0,000	17,260	42,490	50,100
	Modo 42	-18,010	-2,800	4,080	27,180	36,440
	Modo 43	-20,130	-4,660	-5,140	0,260	-5,730
	Modo 44	-5,300	1,130	1,480	2,850	0,630
	Modo 45	-3,610	1,200	20,060	51,570	66,380
	Modo 46	-1,030	-0,620	1,720	8,010	9,410
	Modo 47	-0,810	-0,640	0,670	4,610	6,220
	Modo 48	-1,230	-0,770	-0,520	-0,540	-0,270
	Modo 49	-0,330	-0,480	0,370	0,160	-1,410
	Modo 50	-32,260	-6,230	5,230	30,840	33,350
	Modo 51	-37,030	-9,000	-8,780	-3,310	-19,410
	Modo 52	-0,590	-2,320	2,510	1,970	2,270
	Modo 53	-0,320	-1,880	2,290	1,660	1,870
	Modo 54	0,150	-1,150	2,540	1,720	-0,120
	Modo 55	0,490	-2,220	2,550	1,210	-1,000
	Modo 56	-4,360	-0,700	-2,580	-1,220	-5,080
	Modo 57	-4,930	-0,870	-2,930	-1,160	-5,220
	Modo 58	-4,540	-1,010	-0,170	-1,340	-4,160
	Modo 59	-4,730	-0,670	0,380	-0,400	-3,920
	Modo 60	-4,750	-0,310	0,070	1,040	-1,070

Tabla 33. Diferencias unitarias eje libre, posición 8.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS UNITARIAS (Hz), POSICIÓN 8	Modo 7	0,071	0,069	0,069	0,052	0,060
	Modo 8	0,056	0,055	0,055	0,046	0,063
	Modo 9	0,018	0,016	0,024	0,033	0,083
	Modo 10	0,012	0,010	0,018	0,036	0,076
	Modo 11	0,261	0,260	0,260	0,209	0,259
	Modo 12	-0,321	-0,316	-0,254	-0,076	0,180
	Modo 13	-0,358	-0,348	-0,258	-0,131	0,116
	Modo 14	0,300	0,300	0,310	0,290	0,340
	Modo 15	-1,390	-1,320	-0,910	0,100	1,070
	Modo 16	-1,430	-1,390	-1,150	-0,560	0,200
	Modo 17	0,130	0,130	0,150	0,290	0,320
	Modo 18	-2,900	-2,730	-1,540	1,440	3,710
	Modo 19	-2,880	-2,760	-2,170	-0,760	0,850
	Modo 20	-3,620	-3,240	-1,040	4,510	8,650
	Modo 21	-3,650	-3,490	-2,590	-0,110	2,160
	Modo 22	0,070	0,090	0,250	0,360	0,690
	Modo 23	0,140	0,150	0,290	0,670	0,960
	Modo 24	-2,730	-2,250	0,760	8,160	13,380
	Modo 25	-2,710	-2,500	-1,520	1,080	3,760
	Modo 26	-2,350	-2,130	-0,950	1,670	3,630
	Modo 27	-1,790	-1,150	2,620	12,380	19,290
	Modo 28	-1,920	-1,750	-0,840	2,190	5,060
	Modo 29	-6,050	-5,340	-1,760	5,440	10,590
	Modo 30	-0,470	-0,370	0,400	2,370	4,200
	Modo 31	-5,630	-4,870	-1,140	6,470	11,690
	Modo 32	-1,150	-0,350	4,660	17,910	27,090
	Modo 33	-1,270	-1,080	-0,320	2,300	4,590
	Modo 34	-1,090	-0,710	1,200	4,650	7,480
	Modo 35	-3,160	-2,690	1,210	19,050	37,240
	Modo 36	-2,340	-1,460	5,620	19,980	25,220
	Modo 37	-2,780	-2,230	-1,540	2,030	4,940
	Modo 38	-0,470	-0,220	1,070	4,770	24,740
	Modo 39	-5,750	-3,460	11,050	59,190	75,080
	Modo 40	-6,080	-6,000	-5,320	0,630	3,340
	Modo 41	-5,480	-4,490	1,760	15,950	23,730
	Modo 42	-10,080	-7,210	15,450	74,470	106,330
	Modo 43	-11,840	-10,740	-9,850	-2,860	1,450
	Modo 44	-0,150	0,100	1,390	5,030	7,840
	Modo 45	-4,860	-3,620	5,420	33,790	52,320
	Modo 46	-0,700	-0,200	1,120	27,110	43,130
	Modo 47	-0,610	-0,290	-0,220	4,210	8,460
	Modo 48	-0,910	-0,680	-0,280	2,690	6,230
	Modo 49	-0,120	0,390	0,590	0,580	1,760
	Modo 50	-17,670	-12,700	14,050	38,500	39,370
	Modo 51	-18,180	-17,950	-17,020	-6,050	-1,990
	Modo 52	1,660	1,760	2,180	2,030	12,640
	Modo 53	1,510	1,640	1,940	-0,740	12,140
	Modo 54	0,590	1,800	2,080	-0,310	12,530
	Modo 55	-0,990	0,050	-0,220	-0,640	12,250
	Modo 56	-0,400	-1,080	-1,290	-0,930	12,270
	Modo 57	-0,560	-1,180	-1,360	-1,670	11,950
	Modo 58	0,080	0,260	0,510	-1,240	13,820
	Modo 59	0,200	0,290	0,400	-1,450	14,700
	Modo 60	-0,090	-0,030	0,430	10,510	32,940

A continuación, se muestran las medias de las diferencias unitarias según la inserción radial y para cada posición.

Tabla 34. Medias de diferencias unitarias eje libre según inserción radial.

POSICIÓN 1				
7%	14%	28%	42%	Corte
-0,425	2,788	0,478	8,791	15,305
5,387				

POSICIÓN 2				
7%	14%	28%	42%	Corte
-1,205	-0,602	1,058	5,764	14,945
3,992				

POSICIÓN 3				
7%	14%	28%	42%	Corte
-0,513	0,292	2,141	7,356	22,189
6,293				

POSICIÓN 4				
7%	14%	28%	42%	Corte
-0,370	0,568	3,179	8,169	27,708
7,851				

POSICIÓN 5				
7%	14%	28%	42%	Corte
-2,141	-1,918	-0,413	3,860	18,773
3,632				

POSICIÓN 6				
7%	14%	28%	42%	Corte
-1,658	-1,456	1,182	6,404	12,915
3,477				

POSICIÓN 7				
7%	14%	28%	42%	Corte
-4,461	-0,665	3,288	10,246	12,007
4,083				

POSICIÓN 8				
7%	14%	28%	42%	Corte
-2,441	-1,981	0,441	6,956	13,426
3,280				

En las tablas de diferencias unitarias para las 8 posiciones se observa que los valores máximos de diferencia unitaria son; 'Modo 35 - Posición 4', 'Modo 39 - Posición 4', 'Modo 42 - Posición 8', 'Modo 27 - Posición 3' y 'Modo 44 - Posición 4' con valores respectivos de 171.760 Hz, 115.950 Hz, 106.330 Hz, 104.590 Hz, 100.210 Hz. Como era de esperar, estos valores máximos se producen en la inserción radial de 'Corte', puesto que es la que genera las mayores grietas.

La tabla de las medias unitarias según inserción radial, muestra que la posición 4 es la que tiene mayor media total de diferencia unitaria con respecto al eje nuevo; esto es así porque la posición 4 es la de mayor área de grieta y por tanto la diferencia estructural con respecto al eje nuevo, es mayor.

Al igual que con las diferencias porcentuales, en la página siguiente se presenta la tabla 'Media Diferencias Unitarias'.

En dicha tabla, los valores más destacados corresponden a los modos 35, 42, 39, 45 y 41, todos ellos para inserción radial de corte.

Tabla 35. Media de diferencias unitarias eje libre para cada modo.

		7%	14%	28%	42%	Corte
MEDIA DIFERENCIAS UNITARIAS (Hz)	Modo 7	0,049	0,094	0,343	0,856	2,099
	Modo 8	0,034	0,037	0,055	0,086	0,214
	Modo 9	0,045	0,145	0,695	1,779	4,485
	Modo 10	0,015	0,029	0,063	0,158	0,488
	Modo 11	0,147	0,182	0,396	0,783	1,796
	Modo 12	-0,096	0,232	1,825	5,129	13,118
	Modo 13	-0,137	-0,126	0,012	0,332	1,341
	Modo 14	0,165	0,264	0,846	2,182	6,106
	Modo 15	-0,529	0,135	3,325	9,786	23,258
	Modo 16	-0,676	-0,626	-0,428	0,210	1,799
	Modo 17	0,106	0,205	0,568	1,350	3,240
	Modo 18	-1,194	0,080	6,045	17,996	38,935
	Modo 19	-1,423	-1,316	-0,956	0,134	2,558
	Modo 20	-1,572	-0,324	5,298	16,683	35,184
	Modo 21	-1,827	-1,685	-1,330	-0,063	2,604
	Modo 22	0,076	0,229	1,282	3,581	10,770
	Modo 23	0,160	0,374	1,470	3,270	5,711
	Modo 24	-1,161	0,439	7,158	19,804	38,134
	Modo 25	-1,437	-1,211	-0,698	0,984	4,710
	Modo 26	-1,040	-0,600	1,257	5,345	13,580
	Modo 27	-0,847	0,898	6,966	19,320	41,111
	Modo 28	-1,079	-0,656	-0,291	1,588	6,254
	Modo 29	-3,004	-2,222	1,263	8,413	26,311
	Modo 30	-0,116	0,406	3,375	9,997	20,169
	Modo 31	-2,654	-2,041	0,587	5,940	12,527
	Modo 32	-0,792	1,396	7,750	20,790	40,818
	Modo 33	-1,315	-0,354	0,005	2,429	7,250
	Modo 34	-0,814	0,075	3,169	9,157	23,879
	Modo 35	-1,365	-0,376	5,782	24,121	67,724
	Modo 36	-2,187	0,656	5,399	14,034	21,704
	Modo 37	-2,573	-0,814	-0,495	3,299	9,410
	Modo 38	-0,180	0,614	2,495	7,806	33,775
	Modo 39	-3,843	0,154	7,445	29,997	51,727
	Modo 40	-4,863	-1,545	-1,418	3,955	10,358
	Modo 41	-2,605	-1,202	5,884	20,500	41,196
	Modo 42	-8,234	-3,163	2,466	23,735	54,474
	Modo 43	-9,295	-4,917	-6,119	0,053	7,663
	Modo 44	-1,082	0,691	3,069	9,229	23,896
	Modo 45	-2,164	-1,052	5,175	20,648	43,353
	Modo 46	-0,409	-0,120	0,602	5,617	23,515
	Modo 47	-0,187	0,029	0,196	2,016	5,001
	Modo 48	-0,471	-0,181	-0,390	0,157	0,754
	Modo 49	-0,281	0,075	0,109	0,317	0,427
	Modo 50	-11,478	-4,909	4,651	27,577	35,035
	Modo 51	-12,645	-7,103	-7,754	0,276	5,067
	Modo 52	0,313	1,330	1,972	4,084	9,905
	Modo 53	0,052	1,095	1,289	2,467	8,010
	Modo 54	0,009	1,245	0,331	1,810	5,252
	Modo 55	-0,230	0,575	-0,494	1,436	5,148
	Modo 56	-0,861	0,641	-1,850	0,915	9,574
	Modo 57	-1,271	0,376	-2,060	0,575	5,705
	Modo 58	-0,999	1,095	-1,045	1,229	14,728
	Modo 59	-0,955	1,173	-0,779	1,549	7,716
	Modo 60	-0,464	1,509	2,119	13,009	36,995

8.5 RESULTADOS DEL EJE RESTRINGIDO CON GRIETA

En este apartado, se presenta el conjunto de resultados obtenidos sobre el eje libre, mediante el análisis por elementos finitos. Se sigue el mismo formato y presentación de datos que para el apartado anterior correspondiente al eje libre.

8.5.1 Resultados globales de frecuencias.

El conjunto de tablas de las siguientes páginas contienen las frecuencias propias de vibración de los 60 primeros modos propios para las 8 posiciones analizadas y los 5 distintos radios de inserción de grieta para el eje restringido. Al igual que en el eje libre, son 2400 valores de frecuencias; 300 valores para cada posición de avance de grieta.

La tabla siguiente muestra los tiempos de cálculo empleados por el equipo informático en los distintos análisis. La suma de tiempo total para el eje restringido es de 306483 segundos, que son un poco más de 85 horas.

Tabla 36. *Tiempos de Cálculo del software para el eje restringido.*

Eje Restringido	Tiempo de Cálculo (s)								Total
	Posición 1	Posición 2	Posición 3	Posición 4	Posición 5	Posición 6	Posición 7	Posición 8	
7%	6505	6990	9977	15774	7798	7919	6129	6738	67830
14%	6568	7195	8401	6804	5364	11148	7202	5209	57891
28%	8935	8463	8027	4854	5191	7436	7710	9825	60441
42%	7589	7786	6862	4194	5120	7239	6753	9753	55296
Corte	3864	7482	15001	7223	6376	6261	9256	9562	65025
Total	33461	37916	48268	38849	29849	40003	37050	41087	

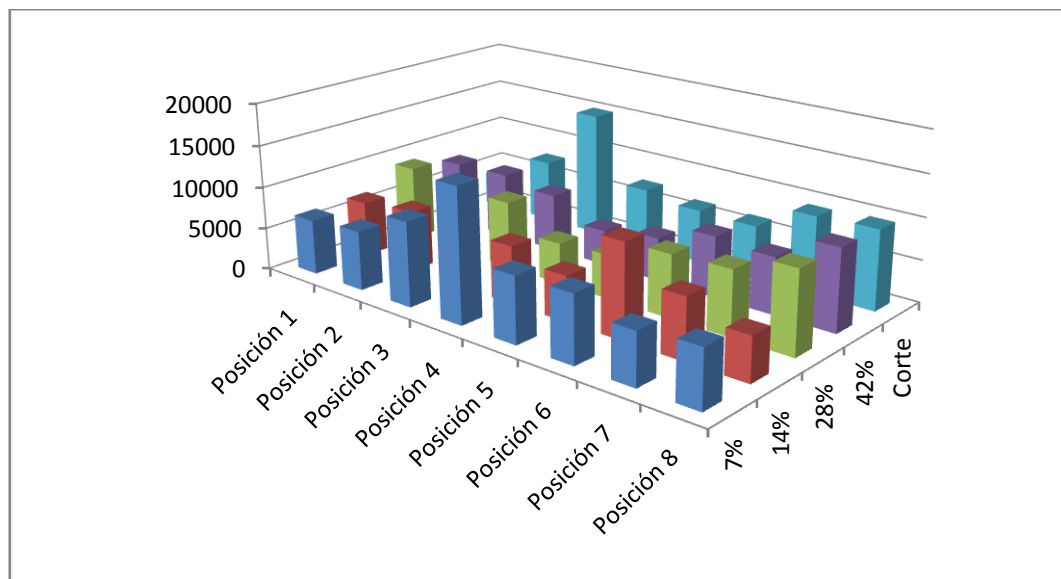


Figura 119. *Gráfica de tiempos de cálculo para eje restringido.*

Tabla 37. Frecuencias propias para eje restringido en posición 1.

		POSICIÓN 1				
		NUEVO	7%	14%	28%	42% Corte
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	369,86	369,14	368,84	367,07	363,76
	Modo 2	369,94	369,24	369,29	369,18	368,99
	Modo 3	917,25	915,73	915,81	915,51	914,88
	Modo 4	917,45	915,77	915,87	915,72	915,69
	Modo 5	1038,89	1038,19	1038,33	1038,28	1038,29
	Modo 6	1608,83	1607,42	1606,90	1597,65	1580,83
	Modo 7	1611,64	1608,63	1607,63	1607,51	1607,58
	Modo 8	1612,03	1609,27	1609,36	1608,89	1607,82
	Modo 9	1642,76	1640,77	1641,04	1641,01	1640,95
	Modo 10	1642,99	1641,17	1641,11	1641,28	1641,11
	Modo 11	1643,25	1641,30	1641,24	1641,49	1641,23
	Modo 12	1643,31	1641,42	1641,53	1641,66	1641,58
	Modo 13	2072,56	2070,87	2070,31	2066,58	2059,62
	Modo 14	2390,10	2386,38	2386,48	2384,82	2381,27
	Modo 15	2390,61	2386,56	2386,78	2386,40	2385,95
	Modo 16	3097,02	3094,32	3094,82	3094,92	3094,85
	Modo 17	3200,50	3197,18	3195,42	3176,86	3133,02
	Modo 18	3218,53	3213,01	3210,86	3205,79	3205,11
	Modo 19	3219,23	3213,89	3214,27	3213,34	3211,50
	Modo 20	3388,23	3386,58	3386,88	3386,63	3386,92
	Modo 21	3388,33	3386,75	3386,91	3387,19	3386,93
	Modo 22	4075,77	4069,45	4071,09	4064,84	4049,75
	Modo 23	4076,76	4069,79	4071,83	4069,52	4068,48
	Modo 24	4110,62	4107,26	4105,95	4099,10	4093,01
	Modo 25	4748,19	4743,24	4744,02	4743,77	4743,95
	Modo 26	4884,69	4881,37	4881,76	4881,86	4879,39
	Modo 27	4896,08	4892,99	4893,32	4893,50	4883,75
	Modo 28	4949,05	4939,96	4939,06	4916,04	4893,26
	Modo 29	4950,21	4941,26	4943,09	4940,94	4938,40
	Modo 30	5115,79	5110,99	5112,46	5112,12	5110,87
	Modo 31	5285,44	5280,18	5280,63	5279,66	5280,96
	Modo 32	5286,49	5280,36	5280,67	5281,02	5281,39
	Modo 33	5286,76	5281,35	5280,87	5282,21	5282,91
	Modo 34	5287,78	5281,51	5281,45	5284,76	5284,02
	Modo 35	5829,06	5818,84	5834,69	5813,71	5796,28
	Modo 36	5830,10	5819,24	5836,72	5820,50	5817,51
	Modo 37	6115,43	6109,09	6108,72	6096,88	6078,33
	Modo 38	6181,37	6175,58	6175,74	6175,96	6176,02
	Modo 39	6181,56	6176,08	6176,06	6175,97	6176,06
	Modo 40	6183,42	6176,69	6176,08	6176,89	6176,36
	Modo 41	6184,28	6177,29	6177,12	6178,19	6177,22
	Modo 42	6265,51	6258,98	6256,66	6238,01	6191,72
	Modo 43	6448,94	6436,41	6438,06	6435,24	6435,10
	Modo 44	6449,24	6437,61	6438,63	6436,63	6436,68
	Modo 45	6506,54	6492,23	6493,39	6490,99	6491,52
	Modo 46	6506,95	6492,94	6494,26	6491,87	6492,15
	Modo 47	6615,31	6600,44	6601,09	6595,43	6586,91
	Modo 48	6615,97	6601,46	6601,18	6599,96	6598,65
	Modo 49	6709,78	6695,18	6711,14	6672,15	6644,65
	Modo 50	6710,81	6697,48	6714,35	6698,77	6695,43
	Modo 51	6798,06	6780,35	6781,13	6779,14	6778,74
	Modo 52	6798,73	6781,19	6781,80	6779,92	6779,24
	Modo 53	7059,48	7040,48	7040,18	7032,00	7024,19
	Modo 54	7060,22	7040,96	7042,36	7039,54	7036,03
	Modo 55	7116,45	7109,90	7112,67	7110,01	7110,50
	Modo 56	7409,70	7388,14	7390,29	7388,52	7386,41
	Modo 57	7409,89	7389,28	7391,91	7389,20	7387,14
	Modo 58	7524,90	7514,01	7541,53	7519,40	7514,89
	Modo 59	7525,13	7514,60	7546,62	7520,44	7515,73
	Modo 60	7684,40	7676,72	7681,66	7655,79	7598,51

Tabla 38. Frecuencias propias para eje restringido en posición 2.

		POSICIÓN 2				
		NUEVO	7%	14%	28%	42% Corte
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	369,86	369,23	369,26	369,19	368,98
	Modo 2	369,94	369,26	369,32	369,22	369,05
	Modo 3	917,25	915,57	914,90	910,95	903,81
	Modo 4	917,45	915,85	915,93	915,73	914,95
	Modo 5	1038,89	1038,19	1038,09	1037,18	1035,42
	Modo 6	1608,83	1607,34	1606,70	1599,37	1584,99
	Modo 7	1611,64	1608,91	1608,43	1608,10	1607,85
	Modo 8	1612,03	1609,35	1609,41	1608,97	1608,00
	Modo 9	1642,76	1640,98	1641,00	1641,36	1640,87
	Modo 10	1642,99	1641,03	1641,19	1641,43	1641,16
	Modo 11	1643,25	1641,50	1641,57	1641,64	1641,22
	Modo 12	1643,31	1641,50	1641,64	1641,74	1641,26
	Modo 13	2072,56	2071,06	2071,31	2071,15	2071,30
	Modo 14	2390,10	2386,60	2386,71	2385,35	2382,01
	Modo 15	2390,61	2386,80	2386,99	2386,39	2385,37
	Modo 16	3097,02	3094,46	3094,45	3091,68	3085,61
	Modo 17	3200,50	3197,51	3197,77	3197,67	3194,59
	Modo 18	3218,53	3213,72	3212,83	3206,58	3198,00
	Modo 19	3219,23	3214,21	3214,32	3212,54	3208,34
	Modo 20	3388,23	3386,75	3386,80	3387,15	3386,44
	Modo 21	3388,33	3386,81	3386,92	3387,34	3386,78
	Modo 22	4075,77	4068,81	4065,52	4046,76	4013,15
	Modo 23	4076,76	4070,32	4070,71	4069,75	4066,88
	Modo 24	4110,62	4107,50	4105,73	4098,32	4085,30
	Modo 25	4748,19	4743,23	4742,56	4735,34	4716,52
	Modo 26	4884,69	4881,67	4881,73	4882,24	4881,30
	Modo 27	4896,08	4893,23	4893,22	4893,00	4889,51
	Modo 28	4949,05	4940,85	4939,37	4928,38	4912,58
	Modo 29	4950,21	4941,81	4941,49	4939,25	4930,49
	Modo 30	5115,79	5111,05	5110,47	5107,31	5099,30
	Modo 31	5285,44	5280,24	5281,58	5281,64	5280,39
	Modo 32	5286,49	5280,37	5281,67	5282,20	5280,71
	Modo 33	5286,76	5280,42	5282,27	5283,19	5280,81
	Modo 34	5287,78	5282,43	5282,50	5284,63	5281,89
	Modo 35	5829,06	5820,92	5819,61	5815,50	5796,72
	Modo 36	5830,10	5821,56	5821,13	5823,39	5816,55
	Modo 37	6115,43	6109,86	6110,16	6110,04	6109,99
	Modo 38	6181,37	6175,71	6175,89	6175,78	6176,07
	Modo 39	6181,56	6176,03	6176,18	6176,09	6176,18
	Modo 40	6183,42	6176,46	6176,19	6176,20	6176,44
	Modo 41	6184,28	6177,52	6177,24	6177,29	6177,86
	Modo 42	6265,51	6259,28	6256,44	6238,71	6195,78
	Modo 43	6448,94	6437,48	6437,26	6437,23	6436,65
	Modo 44	6449,24	6437,65	6438,43	6437,48	6437,46
	Modo 45	6506,54	6492,51	6493,70	6491,25	6489,16
	Modo 46	6506,95	6493,09	6494,15	6491,70	6491,04
	Modo 47	6615,31	6601,08	6601,96	6598,69	6594,39
	Modo 48	6615,97	6601,27	6602,33	6600,31	6598,79
	Modo 49	6709,78	6700,17	6694,89	6688,34	6664,50
	Modo 50	6710,81	6701,18	6697,21	6696,62	6680,04
	Modo 51	6798,06	6780,31	6781,62	6779,75	6778,39
	Modo 52	6798,73	6780,84	6782,35	6780,79	6779,33
	Modo 53	7059,48	7040,82	7042,20	7038,70	7033,50
	Modo 54	7060,22	7041,20	7042,94	7040,09	7037,62
	Modo 55	7116,45	7109,92	7109,57	7101,14	7085,87
	Modo 56	7409,70	7388,26	7387,48	7373,05	7343,68
	Modo 57	7409,89	7389,12	7390,81	7387,79	7381,87
	Modo 58	7524,90	7516,56	7511,06	7503,94	7468,58
	Modo 59	7525,13	7517,08	7515,67	7521,17	7504,62
	Modo 60	7684,40	7678,91	7676,01	7668,53	7651,78

Tabla 39. Frecuencias propias para eje restringido en posición 3.

		POSICIÓN 3				
		NUEVO	7%	14%	28%	42% Corte
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	369,86	368,80	367,74	364,19	359,28
	Modo 2	369,94	369,22	369,21	369,01	368,55
	Modo 3	917,25	914,86	912,72	905,89	897,18
	Modo 4	917,45	915,75	915,69	915,21	914,11
	Modo 5	1038,89	1037,98	1037,74	1036,26	1033,55
	Modo 6	1608,83	1606,39	1602,54	1589,12	1571,71
	Modo 7	1611,64	1608,39	1608,10	1607,65	1605,54
	Modo 8	1612,03	1609,07	1608,94	1608,11	1607,81
	Modo 9	1642,76	1640,80	1640,63	1640,85	1640,80
	Modo 10	1642,99	1641,04	1640,91	1641,06	1641,14
	Modo 11	1643,25	1641,19	1641,33	1641,13	1641,52
	Modo 12	1643,31	1641,49	1641,53	1641,24	1641,76
	Modo 13	2072,56	2070,74	2069,92	2066,57	2061,41
	Modo 14	2390,10	2385,09	2382,12	2372,86	2362,91
	Modo 15	2390,61	2386,32	2386,03	2383,85	2379,73
	Modo 16	3097,02	3094,00	3092,80	3088,21	3078,61
	Modo 17	3200,50	3196,40	3192,64	3177,68	3156,43
	Modo 18	3218,53	3212,51	3210,71	3207,73	3203,31
	Modo 19	3219,23	3213,45	3213,09	3209,36	3206,63
	Modo 20	3388,23	3386,73	3386,47	3386,53	3386,39
	Modo 21	3388,33	3386,84	3386,88	3386,65	3387,03
	Modo 22	4075,77	4068,32	4067,08	4058,71	4044,99
	Modo 23	4076,76	4069,05	4069,37	4061,22	4050,90
	Modo 24	4110,62	4106,36	4105,46	4099,44	4094,11
	Modo 25	4748,19	4741,83	4737,91	4724,80	4703,88
	Modo 26	4884,69	4881,48	4881,35	4881,21	4881,47
	Modo 27	4896,08	4893,03	4892,79	4891,88	4891,05
	Modo 28	4949,05	4939,79	4939,49	4931,32	4915,12
	Modo 29	4950,21	4940,44	4940,55	4933,38	4927,15
	Modo 30	5115,79	5110,18	5108,02	5100,41	5088,01
	Modo 31	5285,44	5280,38	5279,21	5280,17	5279,05
	Modo 32	5286,49	5281,00	5280,69	5280,23	5280,83
	Modo 33	5286,76	5282,13	5281,04	5281,12	5280,99
	Modo 34	5287,78	5282,54	5281,17	5281,90	5282,61
	Modo 35	5829,06	5818,02	5825,46	5807,60	5788,70
	Modo 36	5830,10	5818,48	5827,58	5812,85	5804,91
	Modo 37	6115,43	6108,55	6107,68	6096,54	6080,94
	Modo 38	6181,37	6175,83	6175,72	6176,07	6176,17
	Modo 39	6181,56	6176,09	6176,01	6176,07	6176,62
	Modo 40	6183,42	6176,25	6176,26	6176,36	6177,75
	Modo 41	6184,28	6178,02	6177,87	6177,67	6177,81
	Modo 42	6265,51	6257,08	6252,39	6233,21	6203,75
	Modo 43	6448,94	6436,94	6436,73	6438,15	6437,59
	Modo 44	6449,24	6438,22	6437,58	6438,50	6438,29
	Modo 45	6506,54	6492,27	6492,53	6492,62	6492,09
	Modo 46	6506,95	6493,42	6492,76	6492,94	6492,38
	Modo 47	6615,31	6600,70	6601,06	6600,46	6598,85
	Modo 48	6615,97	6602,35	6601,67	6601,54	6599,99
	Modo 49	6709,78	6694,62	6702,82	6683,52	6661,87
	Modo 50	6710,81	6695,43	6706,17	6692,34	6682,08
	Modo 51	6798,06	6780,70	6779,94	6778,13	6775,02
	Modo 52	6798,73	6780,94	6780,63	6780,42	6778,24
	Modo 53	7059,48	7040,99	7040,22	7036,67	7031,80
	Modo 54	7060,22	7041,28	7041,86	7040,97	7037,22
	Modo 55	7116,45	7107,50	7106,67	7094,46	7075,88
	Modo 56	7409,70	7388,45	7387,31	7381,94	7374,20
	Modo 57	7409,89	7388,89	7390,39	7388,67	7384,69
	Modo 58	7524,90	7513,43	7530,74	7503,75	7484,86
	Modo 59	7525,13	7513,63	7531,77	7508,39	7491,83
	Modo 60	7684,40	7675,47	7670,80	7646,26	7611,28

Tabla 40. Frecuencias propias para eje restringido en posición 4.

		POSICIÓN 4				
		NUEVO	7%	14%	28%	42% Corte
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	369,86	369,22	369,23	369,65	369,71
	Modo 2	369,94	369,27	369,24	369,75	369,80
	Modo 3	917,25	915,81	915,73	916,70	916,93
	Modo 4	917,45	915,87	915,77	916,99	917,17
	Modo 5	1038,89	1038,18	1038,19	1038,73	1038,87
	Modo 6	1608,83	1607,41	1607,42	1608,41	1608,38
	Modo 7	1611,64	1609,21	1609,12	1610,72	1611,21
	Modo 8	1612,03	1609,37	1609,17	1611,13	1611,57
	Modo 9	1642,76	1641,10	1640,81	1642,82	1642,44
	Modo 10	1642,99	1641,31	1640,85	1642,98	1642,54
	Modo 11	1643,25	1641,38	1641,19	1643,23	1642,83
	Modo 12	1643,31	1641,59	1641,31	1643,31	1643,30
	Modo 13	2072,56	2070,97	2071,11	2072,09	2072,48
	Modo 14	2390,10	2386,72	2386,53	2388,73	2389,63
	Modo 15	2390,61	2386,92	2386,56	2389,27	2390,07
	Modo 16	3097,02	3094,59	3094,54	3096,36	3096,88
	Modo 17	3200,50	3197,58	3197,51	3199,45	3199,46
	Modo 18	3218,53	3214,07	3213,72	3216,67	3218,06
	Modo 19	3219,23	3214,36	3213,94	3217,38	3218,37
	Modo 20	3388,23	3386,59	3386,51	3388,11	3387,90
	Modo 21	3388,33	3386,80	3386,66	3388,54	3388,11
	Modo 22	4075,77	4069,92	4069,57	4073,77	4075,52
	Modo 23	4076,76	4070,40	4069,68	4074,20	4075,94
	Modo 24	4110,62	4107,34	4107,23	4109,77	4110,57
	Modo 25	4748,19	4743,46	4743,34	4746,62	4746,41
	Modo 26	4884,69	4881,61	4881,23	4884,22	4882,46
	Modo 27	4896,08	4893,22	4892,86	4895,70	4894,34
	Modo 28	4949,05	4941,56	4940,90	4946,42	4948,22
	Modo 29	4950,21	4941,96	4941,05	4947,42	4948,80
	Modo 30	5115,79	5111,11	5111,42	5114,42	5115,51
	Modo 31	5285,44	5280,64	5278,87	5285,91	5284,05
	Modo 32	5286,49	5280,96	5280,21	5287,26	5286,08
	Modo 33	5286,76	5281,64	5280,28	5287,32	5286,83
	Modo 34	5287,78	5281,78	5281,04	5288,13	5287,92
	Modo 35	5829,06	5819,57	5819,21	5826,83	5830,29
	Modo 36	5830,10	5820,05	5819,96	5827,81	5831,05
	Modo 37	6115,43	6110,16	6110,16	6114,85	6115,49
	Modo 38	6181,37	6175,67	6175,67	6181,65	6180,11
	Modo 39	6181,56	6175,94	6176,14	6182,33	6180,31
	Modo 40	6183,42	6176,38	6176,41	6182,75	6183
	Modo 41	6184,28	6177,87	6177,46	6182,95	6184,21
	Modo 42	6265,51	6259,62	6259,36	6263,42	6263,25
	Modo 43	6448,94	6437,75	6436,71	6447,77	6448,44
	Modo 44	6449,24	6438,34	6437,32	6448,53	6449,80
	Modo 45	6506,54	6492,52	6492,71	6506,37	6507,76
	Modo 46	6506,95	6493,31	6493,36	6506,99	6509,30
	Modo 47	6615,31	6601,36	6600,57	6614,39	6615,62
	Modo 48	6615,97	6602,51	6601,34	6615,28	6617,52
	Modo 49	6709,78	6696,93	6696,35	6711,91	6710,51
	Modo 50	6710,81	6697,71	6696,67	6712,86	6711,85
	Modo 51	6798,06	6780,30	6780,04	6796,13	6796,60
	Modo 52	6798,73	6781,03	6780,21	6796,92	6797,83
	Modo 53	7059,48	7041,35	7040,36	7059,45	7058,85
	Modo 54	7060,22	7041,81	7041,25	7060,39	7060,82
	Modo 55	7116,45	7109,01	7109,49	7116,32	7117,23
	Modo 56	7409,70	7389,12	7388,04	7409,59	7409,38
	Modo 57	7409,89	7389,36	7388,17	7410,57	7410,81
	Modo 58	7524,90	7513,98	7512,51	7524,71	7527,34
	Modo 59	7525,13	7514,49	7513,93	7527,54	7528,03
	Modo 60	7684,40	7677,02	7675,58	7684,95	7684,21

Tabla 41. Frecuencias propias para eje restringido en posición 5.

		POSICIÓN 5				
		NUEVO	7%	14%	28%	42% Corte
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	369,86	369,23	369,23	369,22	369,22
	Modo 2	369,94	369,25	369,25	369,24	369,23
	Modo 3	917,25	915,78	915,78	915,77	915,67
	Modo 4	917,45	915,83	915,84	915,82	915,78
	Modo 5	1038,89	1038,20	1038,20	1038,19	1038,35
	Modo 6	1608,83	1607,41	1607,41	1607,27	1541,46
	Modo 7	1611,64	1609,21	1609,20	1608,32	1607,44
	Modo 8	1612,03	1609,35	1609,35	1609,28	1609,23
	Modo 9	1642,76	1650,75	1644,60	1610,90	1609,38
	Modo 10	1642,99	1652,08	1651,96	1650,54	1646,04
	Modo 11	1643,25	1652,12	1652,09	1652,13	1652,13
	Modo 12	1643,31	1652,46	1652,41	1652,54	1652,48
	Modo 13	2072,56	2071,04	2071,04	2071,01	2071,07
	Modo 14	2390,10	2386,66	2386,67	2386,67	2386,65
	Modo 15	2390,61	2386,73	2386,73	2386,70	2386,75
	Modo 16	3097,02	3094,54	3094,54	3094,50	3094,60
	Modo 17	3200,50	3197,58	3197,60	3197,51	3197,61
	Modo 18	3218,53	3213,92	3213,93	3213,94	3213,91
	Modo 19	3219,23	3214,22	3214,23	3214,21	3214,25
	Modo 20	3388,23	3396,63	3394,82	3384,35	3361,64
	Modo 21	3388,33	3396,91	3396,88	3396,92	3396,92
	Modo 22	4075,77	4069,71	4069,73	4069,77	4069,69
	Modo 23	4076,76	4069,98	4069,97	4069,94	4070,05
	Modo 24	4110,62	4107,44	4107,44	4107,38	4107,52
	Modo 25	4748,19	4744,67	4744,45	4742,33	4723,21
	Modo 26	4884,69	4899,12	4894,75	4856,53	4777,31
	Modo 27	4896,08	4909,55	4907,68	4905,75	4905,37
	Modo 28	4949,05	4941,46	4941,45	4941,46	4941,50
	Modo 29	4950,21	4941,76	4941,78	4941,80	4941,81
	Modo 30	5115,79	5110,70	5110,70	5110,63	5110,81
	Modo 31	5285,44	5292,21	5283,77	5256,05	5230,04
	Modo 32	5286,49	5293,41	5290,17	5272,62	5232,34
	Modo 33	5286,76	5293,57	5293,41	5293,65	5293,61
	Modo 34	5287,78	5294,44	5294,30	5294,88	5294,46
	Modo 35	5829,06	5819,34	5819,37	5819,41	5819,39
	Modo 36	5830,10	5819,60	5819,59	5819,60	5819,73
	Modo 37	6115,43	6109,96	6109,96	6109,87	6110,09
	Modo 38	6181,37	6177,39	6177,37	6175,07	6171,01
	Modo 39	6181,56	6177,67	6177,65	6176,88	6175,24
	Modo 40	6183,42	6177,72	6177,65	6177,40	6177,39
	Modo 41	6184,28	6178,74	6178,10	6177,68	6177,67
	Modo 42	6265,51	6259,51	6259,55	6259,37	6259,63
	Modo 43	6448,94	6438,86	6438,84	6438,64	6438,87
	Modo 44	6449,24	6439,09	6439,05	6438,94	6439,10
	Modo 45	6506,54	6492,64	6492,64	6492,48	6492,64
	Modo 46	6506,95	6493,30	6493,31	6493,21	6493,32
	Modo 47	6615,31	6601,35	6601,36	6601,35	6601,29
	Modo 48	6615,97	6602,20	6602,20	6602,19	6602,09
	Modo 49	6709,78	6697,47	6697,46	6697,47	6697,60
	Modo 50	6710,81	6698,09	6698,14	6698,15	6698,29
	Modo 51	6798,06	6781,39	6781,40	6781,21	6781,36
	Modo 52	6798,73	6782,17	6782,19	6782,01	6782,12
	Modo 53	7059,48	7041,57	7041,58	7041,49	7041,59
	Modo 54	7060,22	7042,06	7042,07	7041,99	7042,06
	Modo 55	7116,45	7109,86	7109,86	7109,75	7110,02
	Modo 56	7409,70	7389,59	7389,60	7389,51	7389,60
	Modo 57	7409,89	7390,31	7390,32	7390,28	7390,31
	Modo 58	7524,90	7513,46	7513,47	7513,52	7513,66
	Modo 59	7525,13	7514,29	7514,31	7514,24	7514,52
	Modo 60	7684,40	7677,03	7677,03	7677,09	7677,04

Tabla 42. Frecuencias propias para eje restringido en posición 6.

		POSICIÓN 6				
		NUEVO	7%	14%	28%	42% Corte
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	369,86	369,23	369,27	369,29	369,24
	Modo 2	369,94	369,27	369,33	369,40	369,28
	Modo 3	917,25	915,80	915,87	915,90	915,76
	Modo 4	917,45	915,86	916,03	916,16	915,85
	Modo 5	1038,89	1038,17	1038,33	1038,36	1038,30
	Modo 6	1608,83	1607,41	1607,54	1591,87	1508,68
	Modo 7	1611,64	1609,28	1609,42	1607,64	1607,42
	Modo 8	1612,03	1609,40	1609,69	1609,58	1609,08
	Modo 9	1642,76	1650,15	1641,13	1609,91	1609,35
	Modo 10	1642,99	1651,94	1651,76	1649,19	1642,02
	Modo 11	1643,25	1651,97	1651,99	1651,99	1652,19
	Modo 12	1643,31	1652,24	1652,23	1652,23	1652,44
	Modo 13	2072,56	2071,03	2071,37	2071,45	2070,86
	Modo 14	2390,10	2386,64	2386,99	2387,08	2386,55
	Modo 15	2390,61	2386,95	2387,24	2387,49	2386,70
	Modo 16	3097,02	3094,60	3095,01	3095,13	3094,63
	Modo 17	3200,50	3197,49	3197,87	3198,09	3197,32
	Modo 18	3218,53	3214,01	3214,43	3214,61	3213,73
	Modo 19	3219,23	3214,33	3215,00	3215,28	3214,09
	Modo 20	3388,23	3395,96	3392,70	3374,44	3337,37
	Modo 21	3388,33	3396,86	3396,99	3396,99	3397,05
	Modo 22	4075,77	4069,83	4070,45	4070,70	4069,67
	Modo 23	4076,76	4070,25	4071,03	4071,40	4070,01
	Modo 24	4110,62	4107,36	4108,12	4108,29	4107,02
	Modo 25	4748,19	4744,67	4744,91	4742,71	4715,04
	Modo 26	4884,69	4898,85	4892,83	4844,08	4769,08
	Modo 27	4896,08	4909,31	4907,20	4905,48	4905,43
	Modo 28	4949,05	4941,25	4942,04	4942,33	4940,94
	Modo 29	4950,21	4942,05	4942,77	4943,28	4941,53
	Modo 30	5115,79	5110,86	5111,65	5111,88	5111,15
	Modo 31	5285,44	5291,12	5288,06	5258,94	5187,27
	Modo 32	5286,49	5292,24	5292,05	5286,04	5272,52
	Modo 33	5286,76	5292,77	5293,48	5293,48	5293,94
	Modo 34	5287,78	5293,99	5296,11	5296,13	5295,36
	Modo 35	5829,06	5819,04	5820,51	5820,94	5818,99
	Modo 36	5830,10	5820,15	5821,15	5821,76	5819,81
	Modo 37	6115,43	6110,21	6111,03	6111,30	6109,69
	Modo 38	6181,37	6177,35	6177,44	6172,78	6168,06
	Modo 39	6181,56	6177,59	6177,70	6176,20	6173,94
	Modo 40	6183,42	6177,79	6177,78	6177,70	6177,41
	Modo 41	6184,28	6178,81	6178,32	6178,32	6177,93
	Modo 42	6265,51	6259,30	6260,13	6260,59	6258,93
	Modo 43	6448,94	6436,42	6437,34	6437,03	6437,03
	Modo 44	6449,24	6438,15	6438,19	6437,98	6438,23
	Modo 45	6506,54	6492,53	6492,63	6492,36	6492,22
	Modo 46	6506,95	6493,41	6493,34	6493,13	6493,51
	Modo 47	6615,31	6600,40	6601,15	6601,06	6600,86
	Modo 48	6615,97	6602,21	6601,37	6601,30	6602,20
	Modo 49	6709,78	6695,83	6697,55	6698,06	6696,23
	Modo 50	6710,81	6697,17	6698,21	6699,06	6696,75
	Modo 51	6798,06	6780,34	6780,45	6780,35	6780,62
	Modo 52	6798,73	6781,14	6781,02	6780,93	6781,52
	Modo 53	7059,48	7040,67	7040,86	7040,75	7041,32
	Modo 54	7060,22	7041,94	7041,73	7041,70	7042,23
	Modo 55	7116,45	7109,37	7110,43	7110,75	7109,12
	Modo 56	7409,70	7388,45	7389,15	7389,00	7388,95
	Modo 57	7409,89	7389,42	7389,52	7389,43	7389,93
	Modo 58	7524,90	7512,84	7513,15	7513,62	7513,33
	Modo 59	7525,13	7513,58	7514,47	7515,24	7514,00
	Modo 60	7684,40	7676,62	7676,37	7676,54	7676,53

Tabla 43. Frecuencias propias para eje restringido en posición 7.

		POSICIÓN 7					
		NUEVO	7%	14%	28%	42%	Corte
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	369,86	369,27	369,27	369,23	369,27	369,21
	Modo 2	369,94	369,28	369,33	369,24	369,28	369,23
	Modo 3	917,25	915,85	915,90	915,75	915,87	915,71
	Modo 4	917,45	915,92	916,06	915,86	915,94	915,76
	Modo 5	1038,89	1038,38	1038,23	1038,24	1038,22	1038,23
	Modo 6	1608,83	1607,60	1607,48	1571,27	1486,54	1447,57
	Modo 7	1611,64	1609,27	1609,44	1607,45	1607,48	1607,41
	Modo 8	1612,03	1609,45	1609,75	1609,27	1609,39	1608,93
	Modo 9	1642,76	1645,95	1629,91	1609,33	1609,54	1609,32
	Modo 10	1642,99	1651,81	1650,82	1645,77	1634,36	1626,89
	Modo 11	1643,25	1652,08	1651,85	1652,09	1651,92	1652,09
	Modo 12	1643,31	1652,50	1652,01	1652,52	1652,09	1652,60
	Modo 13	2072,56	2070,92	2071,23	2070,98	2070,98	2070,98
	Modo 14	2390,10	2386,77	2387,11	2386,55	2386,96	2386,41
	Modo 15	2390,61	2387,06	2387,50	2386,89	2387,10	2386,60
	Modo 16	3097,02	3095,19	3094,81	3094,89	3094,81	3095,03
	Modo 17	3200,50	3197,55	3197,72	3197,49	3197,53	3197,45
	Modo 18	3218,53	3214,29	3214,65	3214,10	3214,40	3213,58
	Modo 19	3219,23	3214,60	3215,11	3214,29	3214,60	3214,11
	Modo 20	3388,23	3394,45	3387,37	3357,58	3304,17	3270,98
	Modo 21	3388,33	3397,03	3396,59	3396,78	3396,96	3397,20
	Modo 22	4075,77	4070,53	4070,72	4069,76	4070,45	4069,35
	Modo 23	4076,76	4071,06	4071,35	4070,39	4070,72	4069,88
	Modo 24	4110,62	4107,63	4107,72	4107,37	4107,46	4107,11
	Modo 25	4748,19	4745,22	4744,25	4739,90	4682,43	4623,83
	Modo 26	4884,69	4896,27	4882,10	4818,93	4758,74	4754,33
	Modo 27	4896,08	4908,30	4905,89	4905,54	4904,93	4905,43
	Modo 28	4949,05	4942,37	4942,41	4941,71	4941,99	4941,31
	Modo 29	4950,21	4943,38	4943,22	4942,03	4942,40	4942,42
	Modo 30	5115,79	5111,38	5111,35	5111,75	5111,06	5078,63
	Modo 31	5285,44	5289,89	5280,46	5235,45	5145,03	5111,35
	Modo 32	5286,49	5292,06	5291,64	5279,57	5257,15	5238,56
	Modo 33	5286,76	5293,09	5292,06	5292,13	5292,75	5293,84
	Modo 34	5287,78	5294,12	5293,23	5294,14	5294,67	5297,17
	Modo 35	5829,06	5824,13	5820,64	5819,57	5820,15	5822,89
	Modo 36	5830,10	5826,25	5821,54	5820,32	5820,63	5823,34
	Modo 37	6115,43	6111,64	6110,42	6110,23	6110,35	6110,34
	Modo 38	6181,37	6177,39	6175,37	6171,43	6165,66	6163,22
	Modo 39	6181,56	6177,74	6177,29	6175,11	6172,58	6171,26
	Modo 40	6183,42	6178,09	6177,81	6177,44	6177,25	6177,15
	Modo 41	6184,28	6178,12	6178,56	6177,90	6177,93	6179,27
	Modo 42	6265,51	6259,84	6259,81	6259,41	6259,41	6258,98
	Modo 43	6448,94	6437,98	6436,78	6437,87	6436,58	6439,49
	Modo 44	6449,24	6438,69	6437,17	6438,18	6437,27	6440,93
	Modo 45	6506,54	6492,78	6492,22	6491,97	6492,45	6494,19
	Modo 46	6506,95	6493,30	6493,00	6493,04	6492,91	6495,95
	Modo 47	6615,31	6602,12	6601,14	6601,67	6601,41	6602,76
	Modo 48	6615,97	6602,53	6601,71	6602,27	6601,83	6604,37
	Modo 49	6709,78	6702,09	6697,56	6697,46	6697,12	6698,99
	Modo 50	6710,81	6702,62	6698,77	6697,90	6697,59	6702,70
	Modo 51	6798,06	6781,74	6779,78	6780,87	6780,39	6782,28
	Modo 52	6798,73	6782,33	6780,29	6781,21	6780,62	6784,27
	Modo 53	7059,48	7043,75	7041,04	7041,19	7041,45	7042,87
	Modo 54	7060,22	7044,43	7041,43	7041,76	7041,87	7044,67
	Modo 55	7116,45	7112,65	7109,54	7110,69	7109,25	7111,37
	Modo 56	7409,70	7393,83	7388,63	7389,38	7389,41	7392,76
	Modo 57	7409,89	7394,24	7389,16	7389,76	7389,65	7393,14
	Modo 58	7524,90	7526,46	7512,89	7513,55	7513,73	7525,21
	Modo 59	7525,13	7528,81	7514,14	7514,90	7514,29	7525,90
	Modo 60	7684,40	7680,54	7676,18	7675,96	7677,28	7680,07

Tabla 44. Frecuencias propias para eje restringido en posición 8.

		POSICIÓN 8				
		NUEVO	7%	14%	28%	42% Corte
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	369,86	369,21	369,73	369,20	369,26
	Modo 2	369,94	369,24	369,85	369,23	369,29
	Modo 3	917,25	915,72	916,97	915,71	915,84
	Modo 4	917,45	915,79	917,24	915,79	915,90
	Modo 5	1038,89	1038,24	1038,76	1038,24	1038,25
	Modo 6	1608,83	1607,41	1608,62	1607,41	1607,50
	Modo 7	1611,64	1609,08	1611,12	1609,07	1609,29
	Modo 8	1612,03	1609,22	1611,72	1609,20	1609,40
	Modo 9	1642,76	1651,56	1652,13	1645,96	1633,68
	Modo 10	1642,99	1651,93	1652,91	1648,43	1640,92
	Modo 11	1643,25	1652,09	1653,42	1652,08	1652,01
	Modo 12	1643,31	1652,65	1654,10	1652,66	1652,21
	Modo 13	2072,56	2070,81	2072,00	2070,80	2071,20
	Modo 14	2390,10	2386,57	2389,38	2386,55	2386,74
	Modo 15	2390,61	2386,70	2390,25	2386,68	2386,91
	Modo 16	3097,02	3094,79	3096,55	3094,78	3094,83
	Modo 17	3200,50	3197,25	3199,80	3197,24	3197,75
	Modo 18	3218,53	3213,79	3217,48	3213,76	3214,02
	Modo 19	3219,23	3214,13	3218,71	3214,09	3214,31
	Modo 20	3388,23	3396,21	3395,47	3383,28	3362,30
	Modo 21	3388,33	3397,23	3398,13	3397,23	3396,99
	Modo 22	4075,77	4069,95	4074,95	4069,91	4070,00
	Modo 23	4076,76	4070,18	4076,46	4070,13	4070,26
	Modo 24	4110,62	4106,49	4109,42	4106,48	4107,58
	Modo 25	4748,19	4744,68	4748,58	4743,59	4709,87
	Modo 26	4884,69	4899,30	4899,54	4867,82	4760,38
	Modo 27	4896,08	4909,70	4910,75	4905,91	4905,18
	Modo 28	4949,05	4941,39	4948,06	4941,34	4941,36
	Modo 29	4950,21	4941,88	4949,43	4941,81	4941,62
	Modo 30	5115,79	5111,41	5115,18	5111,39	5090,91
	Modo 31	5285,44	5287,67	5276,21	5186,65	5111,37
	Modo 32	5286,49	5292,80	5296,27	5288,56	5282,75
	Modo 33	5286,76	5293,23	5298,00	5293,23	5292,98
	Modo 34	5287,78	5297,75	5298,68	5297,75	5294,53
	Modo 35	5829,06	5822,42	5829,93	5822,36	5819,24
	Modo 36	5830,10	5822,60	5833,32	5822,50	5820,05
	Modo 37	6115,43	6109,32	6114,32	6109,29	6110,55
	Modo 38	6181,37	6177,34	6181,25	6173,67	6170,44
	Modo 39	6181,56	6177,57	6181,98	6177,03	6172,93
	Modo 40	6183,42	6177,82	6182,11	6177,34	6177,52
	Modo 41	6184,28	6178,00	6183,00	6177,82	6177,75
	Modo 42	6265,51	6258,64	6264,06	6258,56	6259,65
	Modo 43	6448,94	6436,25	6450,02	6436,15	6437,05
	Modo 44	6449,24	6437,14	6452,22	6437,06	6438,30
	Modo 45	6506,54	6491,64	6508,41	6491,36	6492,37
	Modo 46	6506,95	6492,32	6510,29	6492,10	6493,10
	Modo 47	6615,31	6600,79	6616,77	6600,42	6600,69
	Modo 48	6615,97	6601,30	6618,89	6601,02	6602,00
	Modo 49	6709,78	6702,63	6715,41	6702,55	6696,22
	Modo 50	6710,81	6703,63	6716,26	6703,51	6696,69
	Modo 51	6798,06	6779,44	6799,94	6779,17	6780,23
	Modo 52	6798,73	6780,10	6801,43	6779,89	6781,04
	Modo 53	7059,48	7040,68	7061,92	7040,52	7040,34
	Modo 54	7060,22	7041,23	7063,76	7041,08	7041,22
	Modo 55	7116,45	7109,95	7117,11	7109,93	7109,06
	Modo 56	7409,70	7388,45	7413,08	7388,29	7387,89
	Modo 57	7409,89	7389,15	7414,74	7388,99	7388,66
	Modo 58	7524,90	7517,35	7529,17	7517,28	7512,25
	Modo 59	7525,13	7519,61	7530,82	7519,52	7513,04
	Modo 60	7684,40	7679,21	7686,18	7679,17	7675,91

En las siguientes páginas se muestran las gráficas de las frecuencias propias para cada posición.

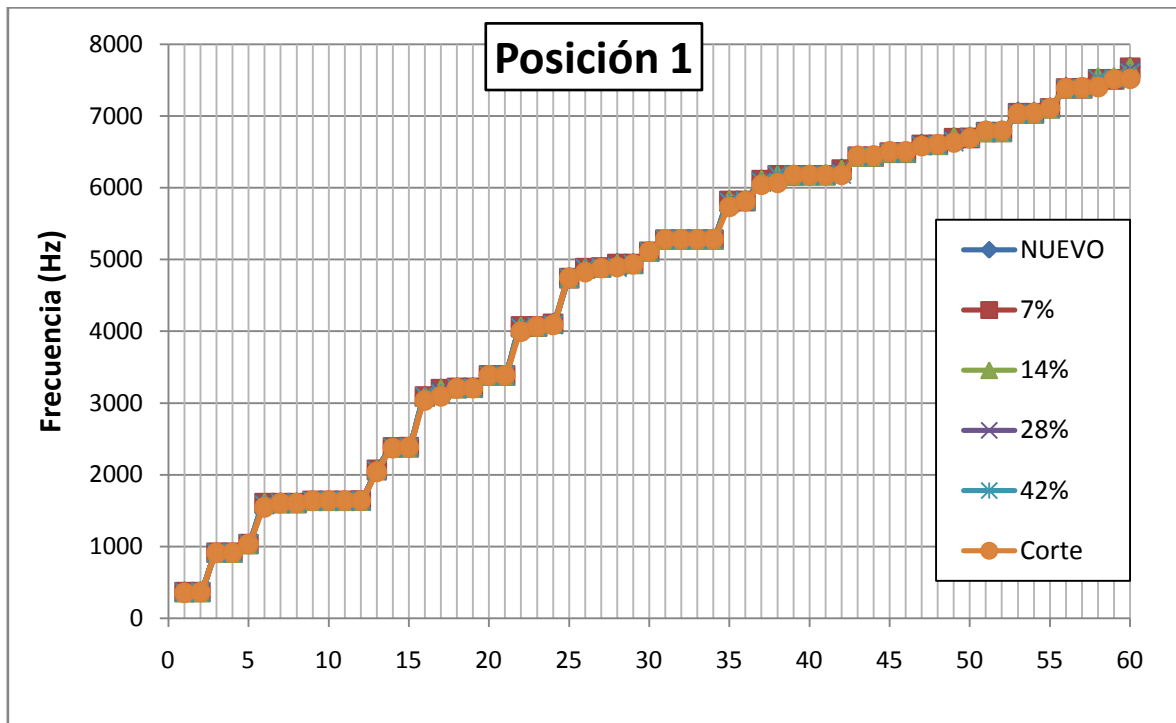


Figura 120. Gráfica de frecuencias propias en Posición 1.

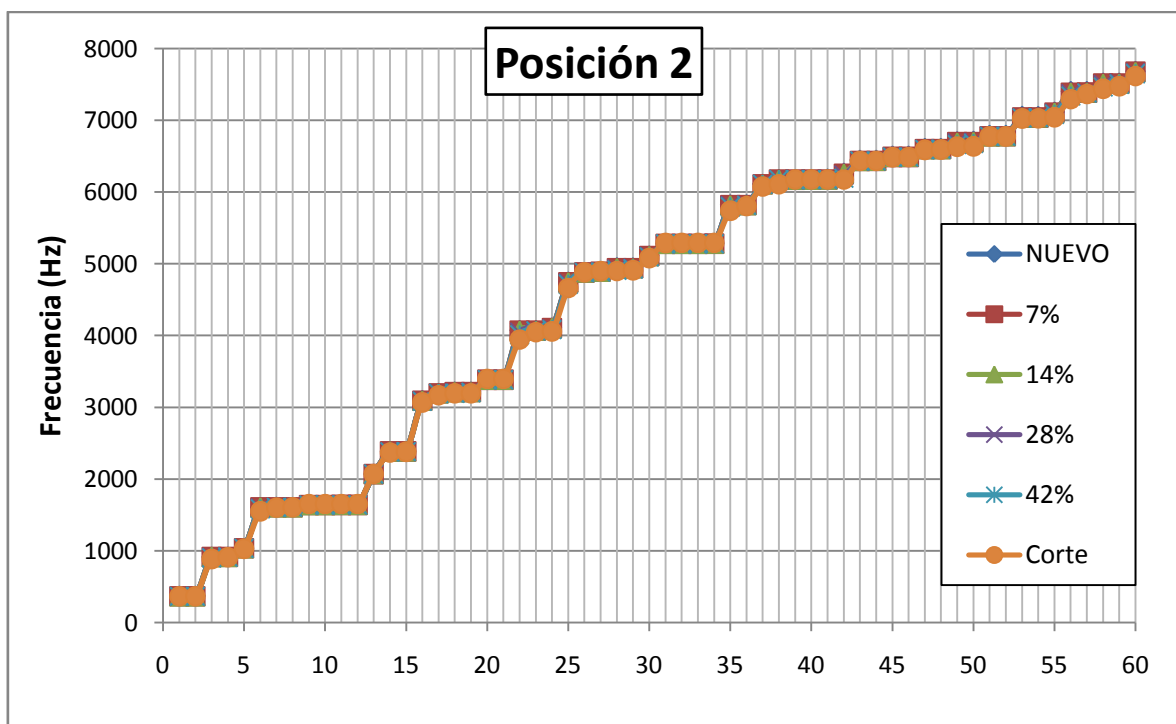


Figura 121. Gráfica de frecuencias propias en Posición 2.

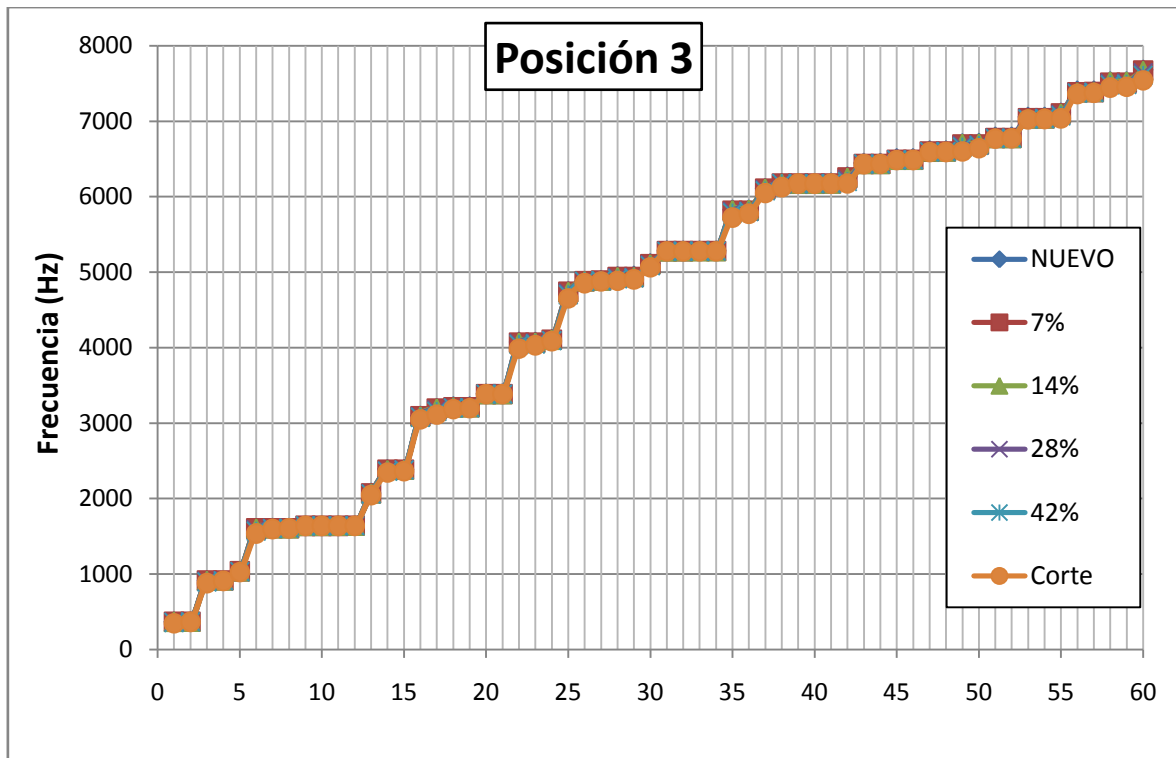


Figura 122. Gráfica de frecuencias propias en Posición 3.

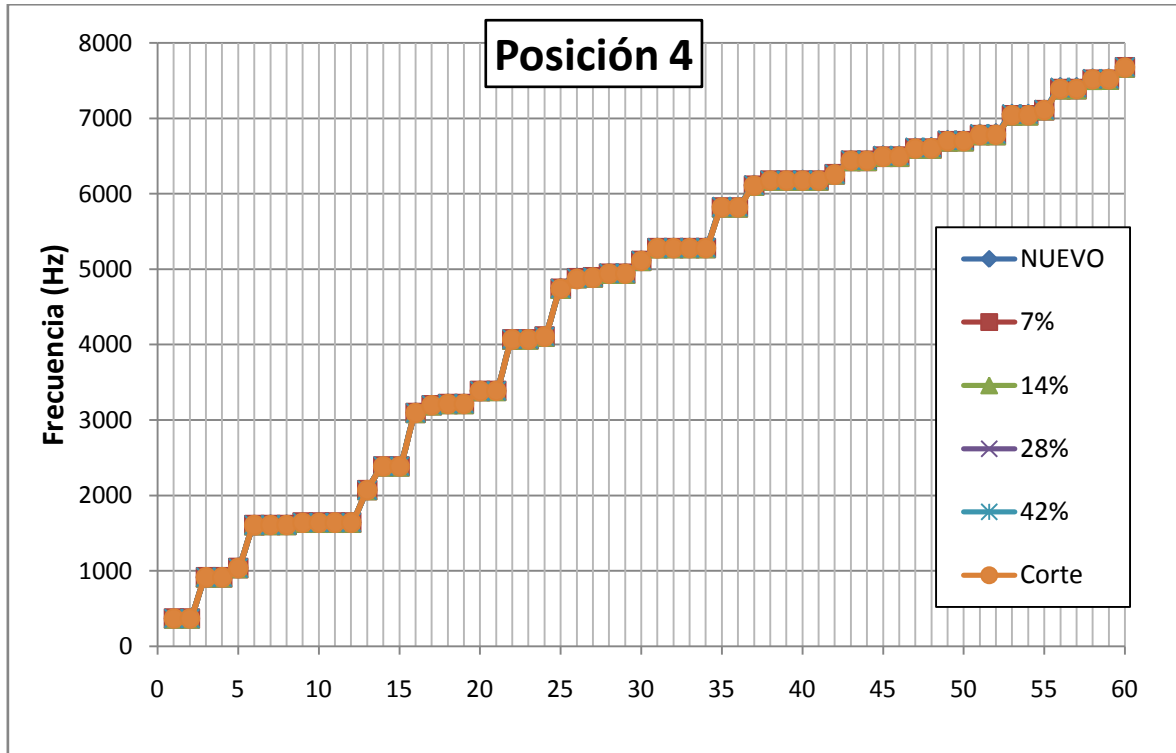
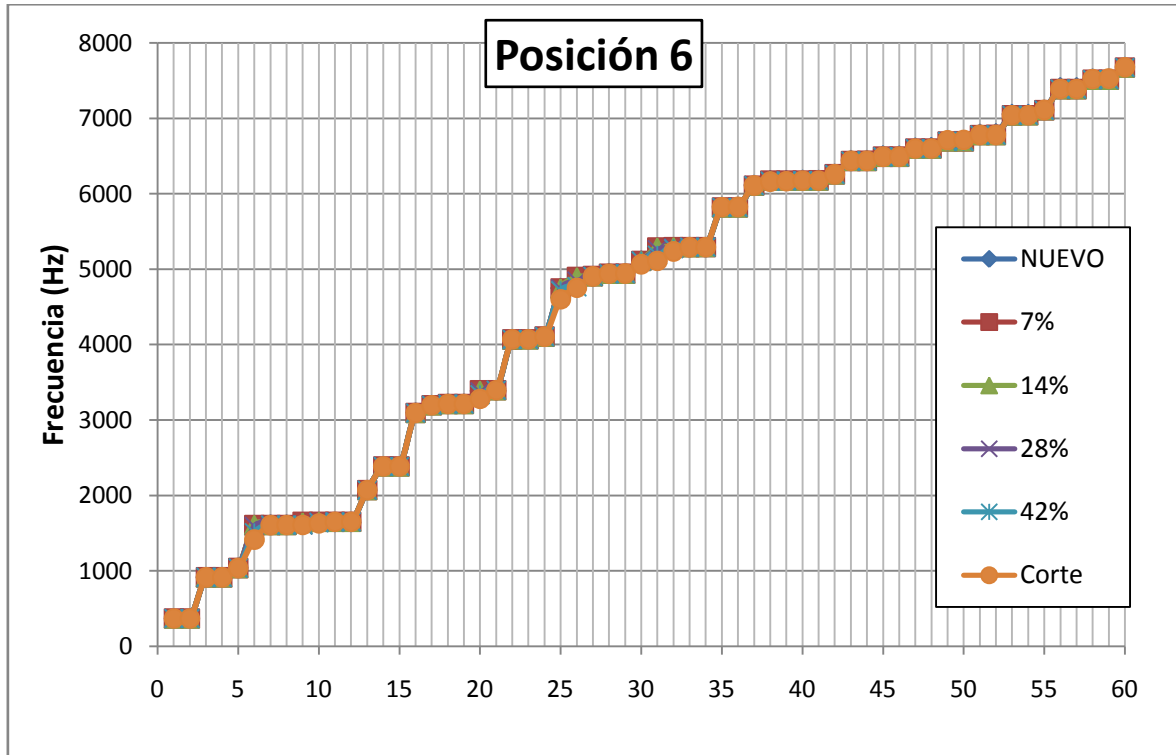
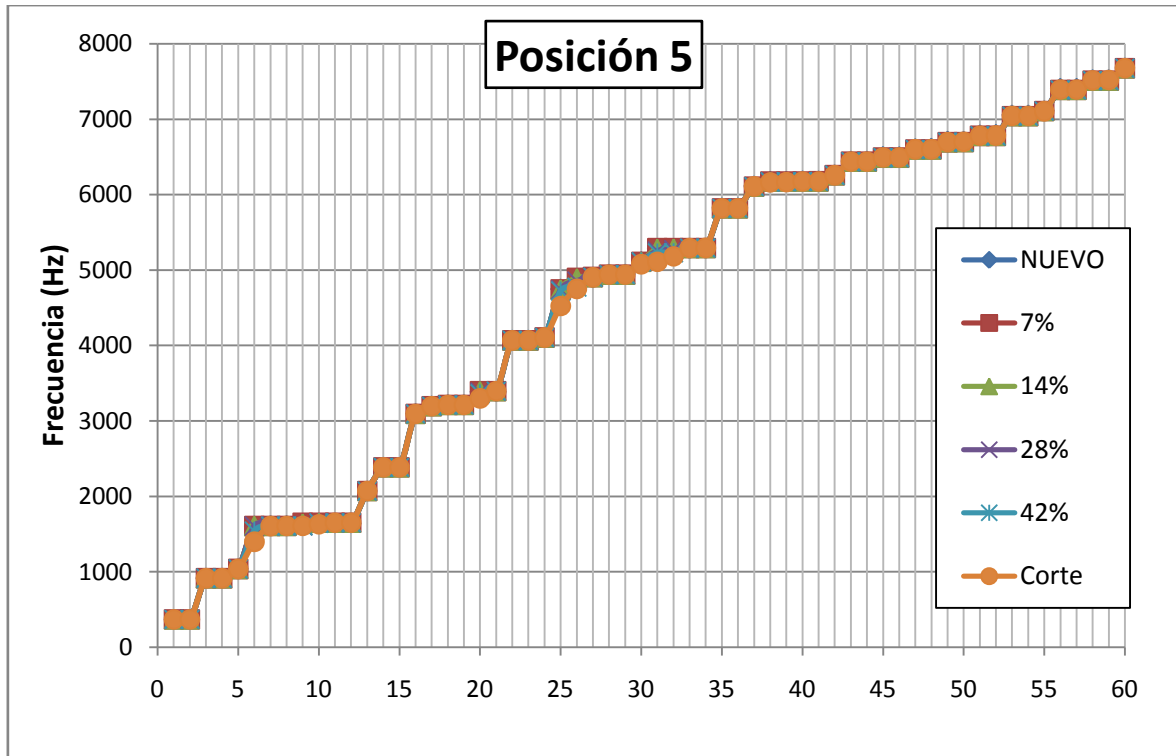


Figura 123. Gráfica de frecuencias propias en Posición 4.



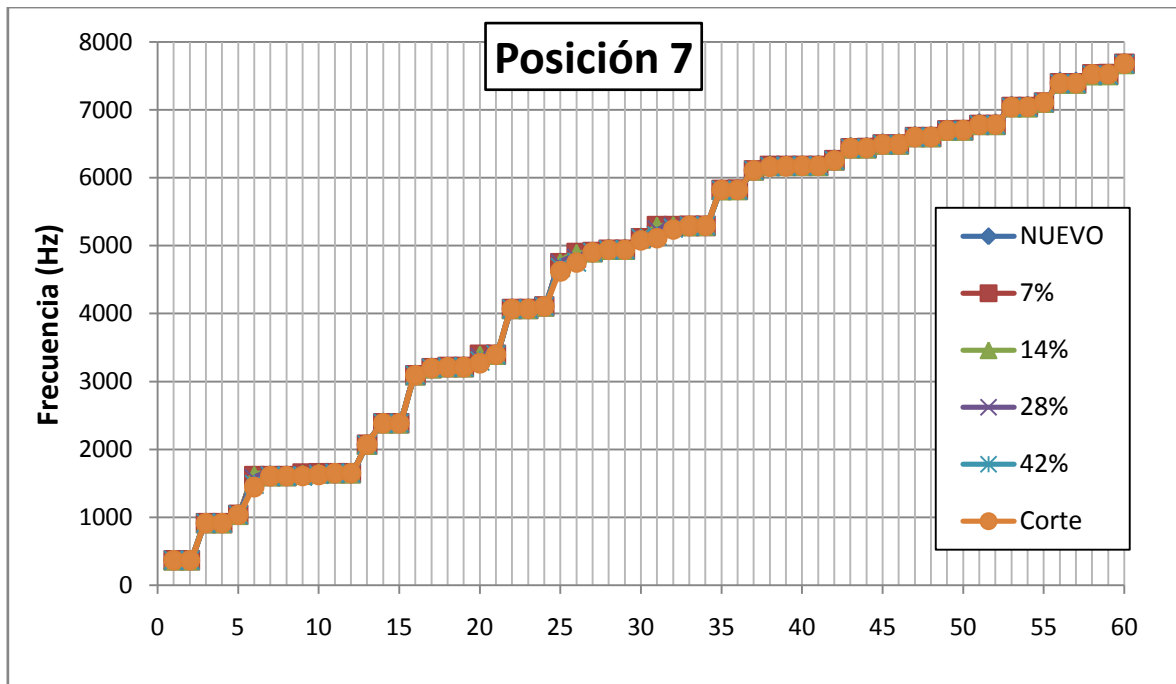


Figura 126. Gráfica de frecuencias propias en Posición 7.

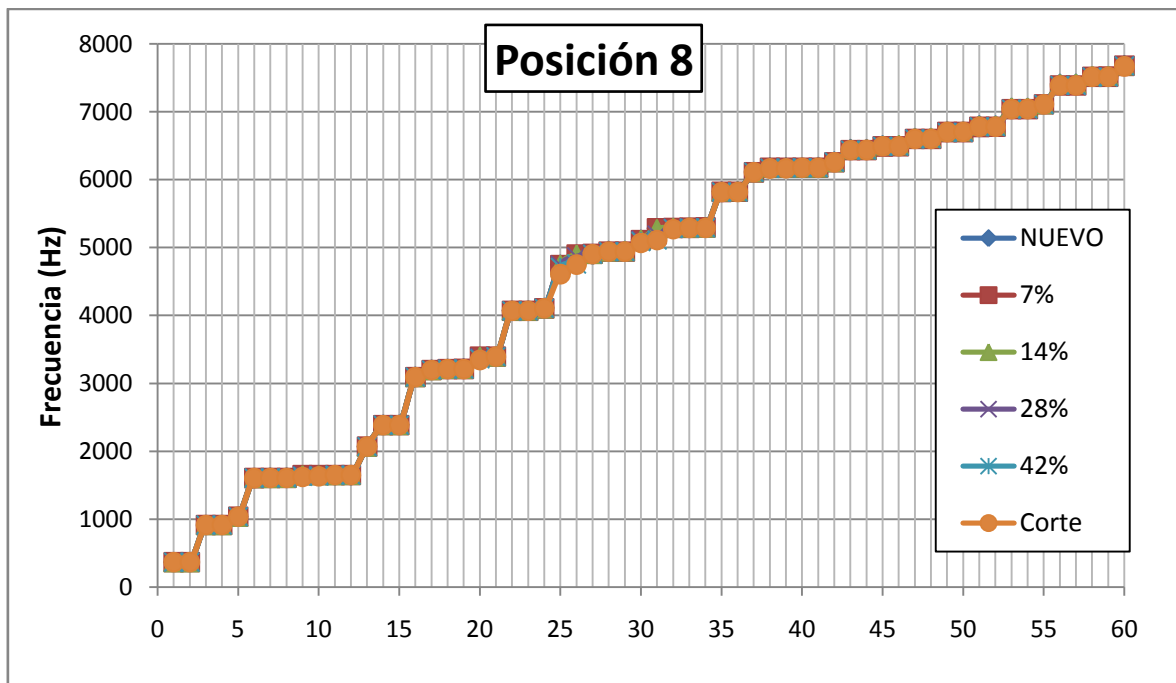


Figura 127. Gráfica de frecuencias propias en Posición 8.

De la misma forma que para el eje libre, en el eje restringido se observa que normalmente las frecuencias propias disminuyen según aumenta el tamaño de grieta.

En la representación gráfica de las frecuencias para cada tamaño de grieta, es muy difícil observar las variaciones, puesto que estas suponen pequeñas diferencias unitarias generalmente.

8.5.2 Resultados de diferencias porcentuales.

Las siguientes páginas, contienen el conjunto de tablas correspondiente a la diferencia porcentual de cada modo para eje restringido. Se recuerda que la diferencia porcentual se define como:

$$\frac{f_{\text{eje nuevo}} - f_{\text{eje con fallo}}}{f_{\text{eje nuevo}}} \cdot 100$$

Los valores se representan igualmente con formato condicional y con el mismo código de colores.

Tabla 45. Diferencias porcentuales eje restringido, posición 1.

		7%	14%	28%	42%	Corte
DIFERENCIAS PORCENTUALES, POSICIÓN 1	Modo 1	0,195	0,276	0,754	1,650	3,476
	Modo 2	0,189	0,174	0,204	0,256	0,297
	Modo 3	0,166	0,158	0,190	0,259	0,333
	Modo 4	0,183	0,173	0,188	0,192	0,076
	Modo 5	0,067	0,054	0,059	0,058	0,005
	Modo 6	0,088	0,120	0,695	1,740	3,770
	Modo 7	0,187	0,249	0,256	0,252	0,315
	Modo 8	0,171	0,166	0,195	0,261	0,205
	Modo 9	0,121	0,105	0,107	0,110	0,009
	Modo 10	0,111	0,114	0,104	0,114	-0,001
	Modo 11	0,119	0,122	0,107	0,123	0,011
	Modo 12	0,115	0,108	0,100	0,105	-0,002
	Modo 13	0,082	0,109	0,289	0,624	1,411
	Modo 14	0,156	0,151	0,221	0,369	0,684
	Modo 15	0,169	0,160	0,176	0,195	0,128
	Modo 16	0,087	0,071	0,068	0,070	1,882
	Modo 17	0,104	0,159	0,739	2,108	3,240
	Modo 18	0,172	0,238	0,396	0,417	0,308
	Modo 19	0,166	0,154	0,183	0,240	0,256
	Modo 20	0,049	0,040	0,047	0,039	0,010
	Modo 21	0,047	0,042	0,034	0,041	-0,007
	Modo 22	0,155	0,115	0,268	0,638	1,912
	Modo 23	0,171	0,121	0,178	0,203	0,185
	Modo 24	0,082	0,114	0,280	0,428	0,465
	Modo 25	0,104	0,088	0,093	0,089	0,011
	Modo 26	0,068	0,060	0,058	0,109	1,177
	Modo 27	0,063	0,056	0,053	0,252	0,230
	Modo 28	0,184	0,202	0,667	1,127	1,071
	Modo 29	0,181	0,144	0,187	0,239	0,237
	Modo 30	0,094	0,065	0,072	0,096	0,018
	Modo 31	0,100	0,091	0,109	0,085	0,029
	Modo 32	0,116	0,110	0,103	0,096	0,030
	Modo 33	0,102	0,111	0,086	0,073	0,009
	Modo 34	0,119	0,120	0,057	0,071	0,005
	Modo 35	0,175	-0,097	0,263	0,562	1,603
	Modo 36	0,186	-0,114	0,165	0,216	0,262
	Modo 37	0,104	0,110	0,303	0,607	1,179
	Modo 38	0,094	0,091	0,088	0,087	1,789
	Modo 39	0,089	0,089	0,090	0,089	0,000
	Modo 40	0,109	0,119	0,106	0,114	0,022
	Modo 41	0,113	0,116	0,098	0,114	0,025
	Modo 42	0,104	0,141	0,439	1,178	1,310
	Modo 43	0,194	0,169	0,212	0,215	-0,010
	Modo 44	0,180	0,165	0,196	0,195	-0,038
	Modo 45	0,220	0,202	0,239	0,231	-0,047
	Modo 46	0,215	0,195	0,232	0,227	-0,055
	Modo 47	0,225	0,215	0,301	0,429	0,469
	Modo 48	0,219	0,224	0,242	0,262	0,062
	Modo 49	0,218	-0,020	0,561	0,971	1,143
	Modo 50	0,199	-0,053	0,179	0,229	0,219
	Modo 51	0,261	0,249	0,278	0,284	0,008
	Modo 52	0,258	0,249	0,277	0,287	0,002
	Modo 53	0,269	0,273	0,389	0,500	0,271
	Modo 54	0,273	0,253	0,293	0,343	0,163
	Modo 55	0,092	0,053	0,090	0,084	0,014
	Modo 56	0,291	0,262	0,286	0,314	0,238
	Modo 57	0,278	0,243	0,279	0,307	0,104
	Modo 58	0,145	-0,221	0,073	0,133	1,569
	Modo 59	0,140	-0,286	0,062	0,125	0,100
	Modo 60	0,100	0,036	0,372	1,118	2,122

Tabla 46. Diferencias porcentuales eje restringido, posición 2.

DIFERENCIAS PORCENTUALES, POSICIÓN 2		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	0,170	0,162	0,182	0,237	0,365
	Modo 2	0,184	0,168	0,194	0,239	0,299
	Modo 3	0,183	0,256	0,687	1,466	3,171
	Modo 4	0,175	0,165	0,187	0,272	0,473
	Modo 5	0,067	0,077	0,165	0,334	0,720
	Modo 6	0,093	0,132	0,588	1,482	3,437
	Modo 7	0,169	0,199	0,220	0,235	0,410
	Modo 8	0,166	0,163	0,190	0,250	0,249
	Modo 9	0,108	0,107	0,085	0,115	-0,559
	Modo 10	0,119	0,110	0,095	0,111	-0,550
	Modo 11	0,106	0,102	0,098	0,124	-0,544
	Modo 12	0,110	0,102	0,096	0,125	-0,544
	Modo 13	0,072	0,060	0,068	0,061	0,055
	Modo 14	0,146	0,142	0,199	0,338	0,771
	Modo 15	0,159	0,151	0,177	0,219	0,310
	Modo 16	0,083	0,083	0,172	0,368	0,849
	Modo 17	0,093	0,085	0,088	0,185	0,963
	Modo 18	0,149	0,177	0,371	0,638	0,661
	Modo 19	0,156	0,153	0,208	0,338	0,656
	Modo 20	0,044	0,042	0,032	0,053	-0,258
	Modo 21	0,045	0,042	0,029	0,046	-0,262
	Modo 22	0,171	0,251	0,712	1,536	3,160
	Modo 23	0,158	0,148	0,172	0,242	0,651
	Modo 24	0,076	0,119	0,299	0,616	1,203
	Modo 25	0,104	0,119	0,271	0,667	1,738
	Modo 26	0,062	0,061	0,050	0,069	0,005
	Modo 27	0,058	0,058	0,063	0,134	-0,080
	Modo 28	0,166	0,196	0,418	0,737	0,937
	Modo 29	0,170	0,176	0,221	0,398	0,761
	Modo 30	0,093	0,104	0,166	0,322	0,645
	Modo 31	0,098	0,073	0,072	0,096	-0,136
	Modo 32	0,116	0,091	0,081	0,109	-0,121
	Modo 33	0,120	0,085	0,068	0,113	-0,136
	Modo 34	0,101	0,100	0,060	0,111	-0,135
	Modo 35	0,140	0,162	0,233	0,555	1,474
	Modo 36	0,146	0,154	0,115	0,232	0,411
	Modo 37	0,091	0,086	0,088	0,089	0,567
	Modo 38	0,092	0,089	0,090	0,086	1,136
	Modo 39	0,089	0,087	0,088	0,087	0,071
	Modo 40	0,113	0,117	0,117	0,113	0,092
	Modo 41	0,109	0,114	0,113	0,104	0,103
	Modo 42	0,099	0,145	0,428	1,113	1,386
	Modo 43	0,178	0,181	0,182	0,191	0,199
	Modo 44	0,180	0,168	0,182	0,183	0,183
	Modo 45	0,216	0,197	0,235	0,267	0,294
	Modo 46	0,213	0,197	0,234	0,245	0,252
	Modo 47	0,215	0,202	0,251	0,316	0,376
	Modo 48	0,222	0,206	0,237	0,260	0,312
	Modo 49	0,143	0,222	0,320	0,675	1,107
	Modo 50	0,143	0,203	0,211	0,459	1,062
	Modo 51	0,261	0,242	0,269	0,289	0,307
	Modo 52	0,263	0,241	0,264	0,285	0,308
	Modo 53	0,264	0,245	0,294	0,368	0,444
	Modo 54	0,269	0,245	0,285	0,320	0,418
	Modo 55	0,092	0,097	0,215	0,430	0,993
	Modo 56	0,289	0,300	0,495	0,891	1,517
	Modo 57	0,280	0,257	0,298	0,378	0,536
	Modo 58	0,111	0,184	0,279	0,748	1,093
	Modo 59	0,107	0,126	0,053	0,273	0,622
	Modo 60	0,071	0,109	0,207	0,424	0,844

Tabla 47. Diferencias porcentuales eje restringido, posición 3.

DIFERENCIAS PORCENTUALES, POSICIÓN 3		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	0,287	0,572	1,532	2,860	5,581
	Modo 2	0,195	0,197	0,250	0,377	0,781
	Modo 3	0,261	0,494	1,239	2,188	3,973
	Modo 4	0,185	0,192	0,245	0,364	0,764
	Modo 5	0,088	0,111	0,253	0,514	1,108
	Modo 6	0,152	0,391	1,225	2,307	4,405
	Modo 7	0,202	0,220	0,248	0,378	0,841
	Modo 8	0,184	0,192	0,243	0,262	0,350
	Modo 9	0,119	0,130	0,116	0,119	0,161
	Modo 10	0,119	0,127	0,117	0,113	0,171
	Modo 11	0,125	0,117	0,129	0,105	0,173
	Modo 12	0,111	0,108	0,126	0,094	0,173
	Modo 13	0,088	0,127	0,289	0,538	1,215
	Modo 14	0,210	0,334	0,721	1,138	1,848
	Modo 15	0,179	0,192	0,283	0,455	1,040
	Modo 16	0,098	0,136	0,284	0,594	1,495
	Modo 17	0,128	0,246	0,713	1,377	2,695
	Modo 18	0,187	0,243	0,336	0,473	1,018
	Modo 19	0,180	0,191	0,307	0,391	0,610
	Modo 20	0,044	0,052	0,050	0,054	0,070
	Modo 21	0,044	0,043	0,050	0,038	0,064
	Modo 22	0,183	0,213	0,419	0,755	2,154
	Modo 23	0,189	0,181	0,381	0,634	1,061
	Modo 24	0,104	0,126	0,272	0,402	0,538
	Modo 25	0,134	0,217	0,493	0,933	1,967
	Modo 26	0,066	0,068	0,071	0,066	0,587
	Modo 27	0,062	0,067	0,086	0,103	0,337
	Modo 28	0,187	0,193	0,358	0,686	1,254
	Modo 29	0,197	0,195	0,340	0,466	0,864
	Modo 30	0,110	0,152	0,301	0,543	0,970
	Modo 31	0,096	0,118	0,100	0,121	0,153
	Modo 32	0,104	0,110	0,118	0,107	0,168
	Modo 33	0,088	0,108	0,107	0,109	0,168
	Modo 34	0,099	0,125	0,111	0,098	0,176
	Modo 35	0,189	0,062	0,368	0,692	1,776
	Modo 36	0,199	0,043	0,296	0,432	0,909
	Modo 37	0,113	0,127	0,309	0,564	1,057
	Modo 38	0,090	0,091	0,086	0,084	0,839
	Modo 39	0,088	0,090	0,089	0,080	0,099
	Modo 40	0,116	0,116	0,114	0,092	0,127
	Modo 41	0,101	0,104	0,107	0,105	0,137
	Modo 42	0,135	0,209	0,516	0,986	1,417
	Modo 43	0,186	0,189	0,167	0,176	0,216
	Modo 44	0,171	0,181	0,167	0,170	0,194
	Modo 45	0,219	0,215	0,214	0,222	0,267
	Modo 46	0,208	0,218	0,215	0,224	0,266
	Modo 47	0,221	0,215	0,224	0,249	0,309
	Modo 48	0,206	0,216	0,218	0,242	0,307
	Modo 49	0,226	0,104	0,391	0,714	1,618
	Modo 50	0,229	0,069	0,275	0,428	0,990
	Modo 51	0,255	0,267	0,293	0,339	0,390
	Modo 52	0,262	0,266	0,269	0,301	0,337
	Modo 53	0,262	0,273	0,323	0,392	0,476
	Modo 54	0,268	0,260	0,273	0,326	0,390
	Modo 55	0,126	0,137	0,309	0,570	1,051
	Modo 56	0,287	0,302	0,375	0,479	0,612
	Modo 57	0,283	0,263	0,286	0,340	0,404
	Modo 58	0,152	-0,078	0,281	0,532	1,007
	Modo 59	0,153	-0,088	0,222	0,443	0,884
	Modo 60	0,116	0,177	0,496	0,952	1,827

Tabla 48. Diferencias porcentuales eje restringido, posición 4.

DIFERENCIAS PORCENTUALES, POSICIÓN 4		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	0,173	0,171	0,057	0,040	0,200
	Modo 2	0,180	0,189	0,050	0,037	0,199
	Modo 3	0,157	0,166	0,060	0,035	0,191
	Modo 4	0,172	0,183	0,050	0,030	0,188
	Modo 5	0,068	0,067	0,015	0,002	0,061
	Modo 6	0,088	0,088	0,026	0,028	0,127
	Modo 7	0,151	0,156	0,057	0,027	0,168
	Modo 8	0,165	0,177	0,056	0,029	0,190
	Modo 9	0,101	0,119	-0,004	0,019	0,211
	Modo 10	0,102	0,130	0,001	0,027	0,147
	Modo 11	0,114	0,125	0,001	0,026	0,125
	Modo 12	0,105	0,122	0,000	0,001	0,120
	Modo 13	0,077	0,070	0,023	0,004	0,075
	Modo 14	0,141	0,149	0,057	0,020	0,172
	Modo 15	0,154	0,169	0,056	0,023	0,174
	Modo 16	0,078	0,080	0,021	0,005	0,069
	Modo 17	0,091	0,093	0,033	0,032	0,134
	Modo 18	0,139	0,149	0,058	0,015	0,160
	Modo 19	0,151	0,164	0,057	0,027	0,176
	Modo 20	0,048	0,051	0,004	0,010	0,052
	Modo 21	0,045	0,049	-0,006	0,006	0,048
	Modo 22	0,144	0,152	0,049	0,006	0,166
	Modo 23	0,156	0,174	0,063	0,020	0,173
	Modo 24	0,080	0,082	0,021	0,001	0,083
	Modo 25	0,100	0,102	0,033	0,037	0,135
	Modo 26	0,063	0,071	0,010	0,046	0,274
	Modo 27	0,058	0,066	0,008	0,036	0,140
	Modo 28	0,151	0,165	0,053	0,017	0,154
	Modo 29	0,167	0,185	0,056	0,028	0,175
	Modo 30	0,091	0,085	0,027	0,005	0,084
	Modo 31	0,091	0,124	-0,009	0,026	0,121
	Modo 32	0,105	0,119	-0,015	0,008	0,123
	Modo 33	0,097	0,123	-0,011	-0,001	0,112
	Modo 34	0,113	0,127	-0,007	-0,003	0,107
	Modo 35	0,163	0,169	0,038	-0,021	0,160
	Modo 36	0,172	0,174	0,039	-0,016	0,171
	Modo 37	0,086	0,086	0,009	-0,001	0,093
	Modo 38	0,092	0,092	-0,005	0,020	0,090
	Modo 39	0,091	0,088	-0,012	0,020	0,088
	Modo 40	0,114	0,113	0,011	0,007	0,118
	Modo 41	0,104	0,110	0,022	0,001	0,119
	Modo 42	0,094	0,098	0,033	0,036	0,159
	Modo 43	0,174	0,190	0,018	0,008	0,158
	Modo 44	0,169	0,185	0,011	-0,009	0,126
	Modo 45	0,215	0,213	0,003	-0,019	0,196
	Modo 46	0,210	0,209	-0,001	-0,036	0,193
	Modo 47	0,211	0,223	0,014	-0,005	0,201
	Modo 48	0,203	0,221	0,010	-0,023	0,187
	Modo 49	0,192	0,200	-0,032	-0,011	0,160
	Modo 50	0,195	0,211	-0,031	-0,015	0,169
	Modo 51	0,261	0,265	0,028	0,021	0,235
	Modo 52	0,260	0,272	0,027	0,013	0,229
	Modo 53	0,257	0,271	0,000	0,009	0,240
	Modo 54	0,261	0,269	-0,002	-0,008	0,239
	Modo 55	0,105	0,098	0,002	-0,011	0,083
	Modo 56	0,278	0,292	0,001	0,004	0,258
	Modo 57	0,277	0,293	-0,009	-0,012	0,247
	Modo 58	0,145	0,165	0,003	-0,032	0,074
	Modo 59	0,141	0,149	-0,032	-0,039	0,060
	Modo 60	0,096	0,115	-0,007	0,002	0,124

Tabla 49. Diferencias porcentuales eje restringido, posición 5.

DIFERENCIAS PORCENTUALES, POSICIÓN 5		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	0,171	0,171	0,173	0,171	0,173
	Modo 2	0,187	0,185	0,189	0,183	0,191
	Modo 3	0,160	0,160	0,162	0,161	0,172
	Modo 4	0,176	0,175	0,178	0,174	0,182
	Modo 5	0,066	0,066	0,067	0,064	0,052
	Modo 6	0,088	0,088	0,097	4,188	13,059
	Modo 7	0,151	0,151	0,206	0,261	0,258
	Modo 8	0,166	0,166	0,171	0,174	0,182
	Modo 9	-0,486	-0,112	1,939	2,032	2,041
	Modo 10	-0,553	-0,546	-0,460	-0,186	0,725
	Modo 11	-0,540	-0,538	-0,540	-0,540	-0,546
	Modo 12	-0,557	-0,554	-0,562	-0,558	-0,549
	Modo 13	0,073	0,073	0,075	0,072	0,080
	Modo 14	0,144	0,144	0,144	0,144	0,151
	Modo 15	0,162	0,162	0,164	0,161	0,161
	Modo 16	0,080	0,080	0,081	0,078	0,076
	Modo 17	0,091	0,091	0,093	0,090	0,104
	Modo 18	0,143	0,143	0,143	0,144	0,153
	Modo 19	0,156	0,155	0,156	0,155	0,159
	Modo 20	-0,248	-0,194	0,115	0,785	2,567
	Modo 21	-0,253	-0,252	-0,254	-0,254	-0,262
	Modo 22	0,149	0,148	0,147	0,149	0,149
	Modo 23	0,166	0,167	0,167	0,165	0,165
	Modo 24	0,077	0,077	0,079	0,075	0,075
	Modo 25	0,074	0,079	0,123	0,526	4,707
	Modo 26	-0,295	-0,206	0,576	2,198	2,712
	Modo 27	-0,275	-0,237	-0,198	-0,190	-0,191
	Modo 28	0,153	0,154	0,153	0,153	0,153
	Modo 29	0,171	0,170	0,170	0,170	0,149
	Modo 30	0,099	0,099	0,101	0,097	0,696
	Modo 31	-0,128	0,032	0,556	1,048	3,305
	Modo 32	-0,131	-0,070	0,262	1,024	1,925
	Modo 33	-0,129	-0,126	-0,130	-0,130	-0,136
	Modo 34	-0,126	-0,123	-0,134	-0,126	-0,156
	Modo 35	0,167	0,166	0,166	0,166	0,154
	Modo 36	0,180	0,180	0,180	0,178	0,153
	Modo 37	0,089	0,089	0,091	0,087	0,073
	Modo 38	0,064	0,065	0,102	0,168	0,262
	Modo 39	0,063	0,063	0,076	0,102	0,191
	Modo 40	0,092	0,093	0,097	0,098	0,089
	Modo 41	0,090	0,100	0,107	0,107	0,100
	Modo 42	0,096	0,095	0,098	0,094	0,101
	Modo 43	0,156	0,157	0,160	0,156	0,142
	Modo 44	0,157	0,158	0,160	0,157	0,143
	Modo 45	0,214	0,214	0,216	0,214	0,179
	Modo 46	0,210	0,210	0,211	0,209	0,179
	Modo 47	0,211	0,211	0,211	0,212	0,187
	Modo 48	0,208	0,208	0,208	0,210	0,184
	Modo 49	0,183	0,184	0,183	0,182	0,139
	Modo 50	0,190	0,189	0,189	0,187	0,114
	Modo 51	0,245	0,245	0,248	0,246	0,191
	Modo 52	0,244	0,243	0,246	0,244	0,191
	Modo 53	0,254	0,254	0,255	0,253	0,179
	Modo 54	0,257	0,257	0,258	0,257	0,177
	Modo 55	0,093	0,093	0,094	0,090	0,109
	Modo 56	0,271	0,271	0,272	0,271	0,185
	Modo 57	0,264	0,264	0,265	0,264	0,184
	Modo 58	0,152	0,152	0,151	0,149	0,073
	Modo 59	0,144	0,144	0,145	0,141	0,026
	Modo 60	0,096	0,096	0,095	0,096	0,070

Tabla 50. Diferencias porcentuales eje restringido, posición 6.

DIFERENCIAS PORCENTUALES, POSICIÓN 6		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	0,171	0,159	0,155	0,178	0,168
	Modo 2	0,182	0,163	0,147	0,187	0,178
	Modo 3	0,158	0,151	0,147	0,165	0,163
	Modo 4	0,174	0,154	0,140	0,181	0,175
	Modo 5	0,069	0,054	0,051	0,065	0,057
	Modo 6	0,088	0,080	1,054	6,225	11,944
	Modo 7	0,146	0,138	0,248	0,262	0,254
	Modo 8	0,163	0,145	0,152	0,183	0,174
	Modo 9	-0,450	0,099	2,000	2,034	2,033
	Modo 10	-0,545	-0,534	-0,377	0,059	0,765
	Modo 11	-0,531	-0,532	-0,532	-0,544	-0,534
	Modo 12	-0,543	-0,543	-0,543	-0,556	-0,537
	Modo 13	0,074	0,057	0,054	0,082	0,066
	Modo 14	0,145	0,130	0,126	0,149	0,148
	Modo 15	0,153	0,141	0,131	0,164	0,159
	Modo 16	0,078	0,065	0,061	0,077	0,074
	Modo 17	0,094	0,082	0,075	0,099	0,087
	Modo 18	0,140	0,127	0,122	0,149	0,143
	Modo 19	0,152	0,131	0,123	0,160	0,154
	Modo 20	-0,228	-0,132	0,407	1,501	3,124
	Modo 21	-0,252	-0,256	-0,256	-0,257	-0,253
	Modo 22	0,146	0,131	0,124	0,150	0,126
	Modo 23	0,160	0,141	0,131	0,166	0,142
	Modo 24	0,079	0,061	0,057	0,088	0,065
	Modo 25	0,074	0,069	0,115	0,698	3,082
	Modo 26	-0,290	-0,167	0,831	2,367	2,679
	Modo 27	-0,270	-0,227	-0,192	-0,191	-0,186
	Modo 28	0,158	0,142	0,136	0,164	0,141
	Modo 29	0,165	0,150	0,140	0,175	0,134
	Modo 30	0,096	0,081	0,076	0,091	0,953
	Modo 31	-0,107	-0,050	0,501	1,857	3,291
	Modo 32	-0,109	-0,105	0,009	0,264	0,928
	Modo 33	-0,114	-0,127	-0,127	-0,136	-0,097
	Modo 34	-0,117	-0,158	-0,158	-0,143	-0,103
	Modo 35	0,172	0,147	0,139	0,173	0,072
	Modo 36	0,171	0,154	0,143	0,176	0,058
	Modo 37	0,085	0,072	0,068	0,094	0,071
	Modo 38	0,065	0,064	0,139	0,215	0,306
	Modo 39	0,064	0,062	0,087	0,123	0,191
	Modo 40	0,091	0,091	0,093	0,097	0,097
	Modo 41	0,088	0,096	0,096	0,103	0,104
	Modo 42	0,099	0,086	0,079	0,105	0,090
	Modo 43	0,194	0,180	0,185	0,185	0,173
	Modo 44	0,172	0,171	0,175	0,171	0,167
	Modo 45	0,215	0,214	0,218	0,220	0,206
	Modo 46	0,208	0,209	0,212	0,207	0,204
	Modo 47	0,225	0,214	0,215	0,218	0,205
	Modo 48	0,208	0,221	0,222	0,208	0,208
	Modo 49	0,208	0,182	0,175	0,202	-0,012
	Modo 50	0,203	0,188	0,175	0,210	-0,062
	Modo 51	0,261	0,259	0,261	0,257	0,242
	Modo 52	0,259	0,260	0,262	0,253	0,248
	Modo 53	0,266	0,264	0,265	0,257	0,238
	Modo 54	0,259	0,262	0,262	0,255	0,246
	Modo 55	0,099	0,085	0,080	0,103	0,059
	Modo 56	0,287	0,277	0,279	0,280	0,249
	Modo 57	0,276	0,275	0,276	0,269	0,246
	Modo 58	0,160	0,156	0,150	0,154	0,028
	Modo 59	0,153	0,142	0,131	0,148	-0,052
	Modo 60	0,101	0,104	0,102	0,102	0,049

Tabla 51. Diferencias porcentuales eje restringido, posición 7.

DIFERENCIAS PORCENTUALES, POSICIÓN 7		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	0,161	0,160	0,171	0,160	0,177
	Modo 2	0,178	0,163	0,188	0,178	0,191
	Modo 3	0,153	0,148	0,164	0,150	0,168
	Modo 4	0,167	0,151	0,173	0,164	0,184
	Modo 5	0,049	0,064	0,063	0,064	0,064
	Modo 6	0,076	0,084	2,335	7,601	10,023
	Modo 7	0,147	0,137	0,260	0,258	0,262
	Modo 8	0,160	0,141	0,171	0,164	0,192
	Modo 9	-0,194	0,782	2,035	2,022	2,036
	Modo 10	-0,537	-0,477	-0,169	0,525	0,980
	Modo 11	-0,537	-0,523	-0,538	-0,528	-0,538
	Modo 12	-0,559	-0,529	-0,560	-0,534	-0,565
	Modo 13	0,079	0,064	0,076	0,076	0,076
	Modo 14	0,139	0,125	0,149	0,131	0,154
	Modo 15	0,148	0,130	0,156	0,147	0,168
	Modo 16	0,059	0,071	0,069	0,071	0,064
	Modo 17	0,092	0,087	0,094	0,093	0,095
	Modo 18	0,132	0,121	0,138	0,128	0,154
	Modo 19	0,144	0,128	0,153	0,144	0,159
	Modo 20	-0,184	0,025	0,905	2,481	3,461
	Modo 21	-0,257	-0,244	-0,249	-0,255	-0,262
	Modo 22	0,129	0,124	0,147	0,131	0,158
	Modo 23	0,140	0,133	0,156	0,148	0,169
	Modo 24	0,073	0,071	0,079	0,077	0,085
	Modo 25	0,063	0,083	0,175	1,385	2,619
	Modo 26	-0,237	0,053	1,346	2,578	2,669
	Modo 27	-0,250	-0,200	-0,193	-0,181	-0,191
	Modo 28	0,135	0,134	0,148	0,143	0,156
	Modo 29	0,138	0,141	0,165	0,158	0,157
	Modo 30	0,086	0,087	0,079	0,092	0,726
	Modo 31	-0,084	0,094	0,946	2,657	3,294
	Modo 32	-0,105	-0,097	0,131	0,555	0,907
	Modo 33	-0,120	-0,100	-0,102	-0,113	-0,134
	Modo 34	-0,120	-0,103	-0,120	-0,130	-0,178
	Modo 35	0,085	0,144	0,163	0,153	0,106
	Modo 36	0,066	0,147	0,168	0,162	0,116
	Modo 37	0,062	0,082	0,085	0,083	0,083
	Modo 38	0,064	0,097	0,161	0,254	0,294
	Modo 39	0,062	0,069	0,104	0,145	0,167
	Modo 40	0,086	0,091	0,097	0,100	0,101
	Modo 41	0,100	0,092	0,103	0,103	0,081
	Modo 42	0,090	0,091	0,097	0,097	0,104
	Modo 43	0,170	0,189	0,172	0,192	0,147
	Modo 44	0,164	0,187	0,171	0,186	0,129
	Modo 45	0,211	0,220	0,224	0,217	0,190
	Modo 46	0,210	0,214	0,214	0,216	0,169
	Modo 47	0,199	0,214	0,206	0,210	0,190
	Modo 48	0,203	0,216	0,207	0,214	0,175
	Modo 49	0,115	0,182	0,184	0,189	0,161
	Modo 50	0,122	0,179	0,192	0,197	0,121
	Modo 51	0,240	0,269	0,253	0,260	0,232
	Modo 52	0,241	0,271	0,258	0,266	0,213
	Modo 53	0,223	0,261	0,259	0,255	0,235
	Modo 54	0,224	0,266	0,261	0,260	0,220
	Modo 55	0,053	0,097	0,081	0,101	0,071
	Modo 56	0,214	0,284	0,274	0,274	0,229
	Modo 57	0,211	0,280	0,272	0,273	0,226
	Modo 58	-0,021	0,160	0,151	0,148	-0,004
	Modo 59	-0,049	0,146	0,136	0,144	-0,010
	Modo 60	0,050	0,107	0,110	0,093	0,056

Tabla 52. Diferencias porcentuales eje restringido, posición 8.

DIFERENCIAS PORCENTUALES, POSICIÓN 8		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	0,177	0,035	0,178	0,162	0,182
	Modo 2	0,190	0,024	0,191	0,176	0,185
	Modo 3	0,167	0,031	0,168	0,154	0,174
	Modo 4	0,181	0,023	0,181	0,169	0,179
	Modo 5	0,063	0,013	0,063	0,062	0,058
	Modo 6	0,088	0,013	0,088	0,083	0,088
	Modo 7	0,159	0,032	0,159	0,146	0,163
	Modo 8	0,174	0,019	0,176	0,163	0,175
	Modo 9	-0,536	-0,570	-0,195	0,553	1,077
	Modo 10	-0,544	-0,604	-0,331	0,126	0,505
	Modo 11	-0,538	-0,619	-0,537	-0,533	-0,525
	Modo 12	-0,568	-0,657	-0,569	-0,542	-0,525
	Modo 13	0,084	0,027	0,085	0,066	0,071
	Modo 14	0,148	0,030	0,149	0,141	0,160
	Modo 15	0,164	0,015	0,164	0,155	0,164
	Modo 16	0,072	0,015	0,072	0,071	0,076
	Modo 17	0,102	0,022	0,102	0,086	0,093
	Modo 18	0,147	0,033	0,148	0,140	0,156
	Modo 19	0,158	0,016	0,160	0,153	0,166
	Modo 20	-0,236	-0,214	0,146	0,765	1,205
	Modo 21	-0,263	-0,289	-0,263	-0,256	-0,246
	Modo 22	0,143	0,020	0,144	0,142	0,159
	Modo 23	0,161	0,007	0,163	0,159	0,165
	Modo 24	0,100	0,029	0,101	0,074	0,072
	Modo 25	0,074	-0,008	0,097	0,807	2,894
	Modo 26	-0,299	-0,304	0,345	2,545	2,737
	Modo 27	-0,278	-0,300	-0,201	-0,186	-0,179
	Modo 28	0,155	0,020	0,156	0,155	0,147
	Modo 29	0,168	0,016	0,170	0,174	0,164
	Modo 30	0,086	0,012	0,086	0,486	0,924
	Modo 31	-0,042	0,175	1,869	3,293	3,291
	Modo 32	-0,119	-0,185	-0,039	0,071	0,281
	Modo 33	-0,122	-0,213	-0,122	-0,118	-0,093
	Modo 34	-0,189	-0,206	-0,189	-0,128	-0,086
	Modo 35	0,114	-0,015	0,115	0,168	0,163
	Modo 36	0,129	-0,055	0,130	0,172	0,171
	Modo 37	0,100	0,018	0,100	0,080	0,084
	Modo 38	0,065	0,002	0,125	0,177	0,238
	Modo 39	0,065	-0,007	0,073	0,140	0,198
	Modo 40	0,091	0,021	0,098	0,095	0,094
	Modo 41	0,102	0,021	0,104	0,106	0,097
	Modo 42	0,110	0,023	0,111	0,094	0,098
	Modo 43	0,197	-0,017	0,198	0,184	0,161
	Modo 44	0,188	-0,046	0,189	0,170	0,152
	Modo 45	0,229	-0,029	0,233	0,218	0,207
	Modo 46	0,225	-0,051	0,228	0,213	0,210
	Modo 47	0,219	-0,022	0,225	0,221	0,212
	Modo 48	0,222	-0,044	0,226	0,211	0,207
	Modo 49	0,107	-0,084	0,108	0,202	0,093
	Modo 50	0,107	-0,081	0,109	0,210	0,096
	Modo 51	0,274	-0,028	0,278	0,262	0,253
	Modo 52	0,274	-0,040	0,277	0,260	0,254
	Modo 53	0,266	-0,035	0,269	0,271	0,249
	Modo 54	0,269	-0,050	0,271	0,269	0,254
	Modo 55	0,091	-0,009	0,092	0,104	0,081
	Modo 56	0,287	-0,046	0,289	0,294	0,274
	Modo 57	0,280	-0,065	0,282	0,287	0,273
	Modo 58	0,100	-0,057	0,101	0,168	0,105
	Modo 59	0,073	-0,076	0,075	0,161	0,102
	Modo 60	0,068	-0,023	0,068	0,110	0,182

La siguiente tabla muestra las medias de las diferencias porcentuales según la inserción radial y para cada posición del eje restringido.

Tabla 53. Medias de diferencias porcentuales eje restringido según inserción radial.

POSICIÓN 1				
7%	14%	28%	42%	Corte
0,150	0,117	0,224	0,366	0,572
0,286				
POSICIÓN 2				
7%	14%	28%	42%	Corte
0,142	0,147	0,209	0,363	0,588
0,290				
POSICIÓN 3				
7%	14%	28%	42%	Corte
0,161	0,172	0,313	0,498	0,947
0,418				
POSICIÓN 4				
7%	14%	28%	42%	Corte
0,141	0,150	0,018	0,009	0,150
0,094				
POSICIÓN 5				
7%	14%	28%	42%	Corte
0,060	0,073	0,145	0,287	0,608
0,234				
POSICIÓN 6				
7%	14%	28%	42%	Corte
0,065	0,071	0,160	0,348	0,555
0,240				
POSICIÓN 7				
7%	14%	28%	42%	Corte
0,048	0,096	0,222	0,426	0,525
0,263				
POSICIÓN 8				
7%	14%	28%	42%	Corte
0,058	-0,072	0,121	0,239	0,309
0,131				

Como ya se había explicado, la posición 4 tiene una media de diferencia porcentual muy baja, debido a que en esa zona se aplican las restricciones de movimiento del eje restringido.

Sin embargo, la posición 3 tiene una media total que casi dobla las mayores medias totales para el eje libre. De hecho, excepto la posición 4 y la posición 8, todas las posiciones tienen medias totales mayores que las medias totales de las correspondientes posiciones del eje libre.

La siguiente tabla muestra los 10 valores de diferencia porcentual más elevados para el eje restringido.

En este caso, el predominio del modo 6 es evidente. Al contrario que para el eje libre, en el eje restringido las posiciones de grieta del extremo del eje, más allá de la zona de asiento de la rueda, tienen más importancia que las posiciones de grieta más interiores del eje en cuanto a valores de diferencia porcentual máximos.

Tabla 54. Top 10 diferencias porcentuales en eje restringido.

TOP 10 DIFERENCIAS PORCENTUALES			
	Modo	Posición	Valor (%)
1º	Modo 6	pos 5	13,059
2º	Modo 6	pos 6	11,344
3º	Modo 6	pos 7	10,023
4º	Modo 6	pos 7	7,601
5º	Modo 6	pos 6	6,225
6º	Modo 1	pos 3	5,581
7º	Modo 5	pos 5	4,707
8º	Modo 6	pos 3	4,405
9º	Modo 6	pos 5	4,188
10º	Modo 3	pos 3	3,973

Especial es el caso de la posición 4, que presenta unas diferencias porcentuales muy bajas, pero esto se debe a que la superficie de esta posición y su entorno, es en la que se impone la restricción de movimiento, simulando el corte de la rueda en el asiento del eje.

La tabla y gráfica de la página siguiente, contienen las medias de diferencia porcentual para cada inserción radial y para cada modo.

Tabla 55. Media de diferencias porcentuales eje restringido para cada modo.

MEDIA DIFERENCIAS PORCENTUALES		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	0,188	0,213	0,400	0,682	1,290
	Modo 2	0,185	0,158	0,176	0,204	0,290
	Modo 3	0,176	0,195	0,352	0,572	1,043
	Modo 4	0,176	0,152	0,168	0,193	0,278
	Modo 5	0,067	0,063	0,092	0,145	0,265
	Modo 6	0,095	0,125	0,764	2,957	5,857
	Modo 7	0,164	0,160	0,207	0,227	0,334
	Modo 8	0,169	0,146	0,169	0,186	0,215
	Modo 9	-0,152	0,082	0,760	0,876	0,876
	Modo 10	-0,216	-0,210	-0,128	0,111	0,343
	Modo 11	-0,210	-0,218	-0,227	-0,221	-0,297
	Modo 12	-0,223	-0,230	-0,239	-0,233	-0,304
	Modo 13	0,079	0,074	0,120	0,190	0,381
	Modo 14	0,154	0,151	0,221	0,304	0,511
	Modo 15	0,161	0,140	0,163	0,190	0,288
	Modo 16	0,079	0,075	0,104	0,167	0,573
	Modo 17	0,099	0,108	0,242	0,509	0,926
	Modo 18	0,151	0,154	0,214	0,263	0,344
	Modo 19	0,158	0,137	0,168	0,201	0,292
	Modo 20	-0,089	-0,041	0,213	0,711	1,279
	Modo 21	-0,105	-0,108	-0,114	-0,111	-0,147
	Modo 22	0,152	0,144	0,251	0,438	0,998
	Modo 23	0,163	0,134	0,176	0,217	0,339
	Modo 24	0,084	0,085	0,148	0,220	0,323
	Modo 25	0,091	0,093	0,175	0,643	2,144
	Modo 26	-0,108	-0,045	0,411	1,247	1,605
	Modo 27	-0,104	-0,090	-0,072	-0,028	-0,015
	Modo 28	0,161	0,151	0,261	0,398	0,502
	Modo 29	0,170	0,147	0,181	0,226	0,330
	Modo 30	0,094	0,086	0,113	0,217	0,627
	Modo 31	0,003	0,082	0,518	1,148	1,668
	Modo 32	-0,003	-0,003	0,081	0,279	0,530
	Modo 33	-0,010	-0,017	-0,029	-0,025	-0,038
	Modo 34	-0,015	-0,015	-0,047	-0,031	-0,046
	Modo 35	0,151	0,092	0,186	0,306	0,688
	Modo 36	0,156	0,085	0,155	0,194	0,281
	Modo 37	0,091	0,084	0,132	0,200	0,401
	Modo 38	0,078	0,074	0,098	0,136	0,619
	Modo 39	0,076	0,068	0,074	0,098	0,126
	Modo 40	0,101	0,095	0,092	0,089	0,093
	Modo 41	0,101	0,094	0,094	0,093	0,096
	Modo 42	0,103	0,111	0,225	0,463	0,583
	Modo 43	0,181	0,155	0,162	0,163	0,148
	Modo 44	0,173	0,146	0,156	0,153	0,132
	Modo 45	0,217	0,181	0,198	0,196	0,187
	Modo 46	0,212	0,175	0,193	0,188	0,177
	Modo 47	0,216	0,184	0,206	0,231	0,269
	Modo 48	0,211	0,183	0,196	0,198	0,205
	Modo 49	0,174	0,121	0,236	0,390	0,551
	Modo 50	0,174	0,113	0,163	0,238	0,338
	Modo 51	0,257	0,221	0,239	0,245	0,232
	Modo 52	0,258	0,220	0,235	0,239	0,223
	Modo 53	0,258	0,226	0,257	0,288	0,291
	Modo 54	0,260	0,220	0,238	0,253	0,263
	Modo 55	0,094	0,081	0,120	0,184	0,308
	Modo 56	0,276	0,243	0,284	0,351	0,445
	Modo 57	0,269	0,226	0,244	0,263	0,277
	Modo 58	0,118	0,058	0,149	0,250	0,493
	Modo 59	0,108	0,032	0,099	0,174	0,216
	Modo 60	0,087	0,090	0,180	0,362	0,659

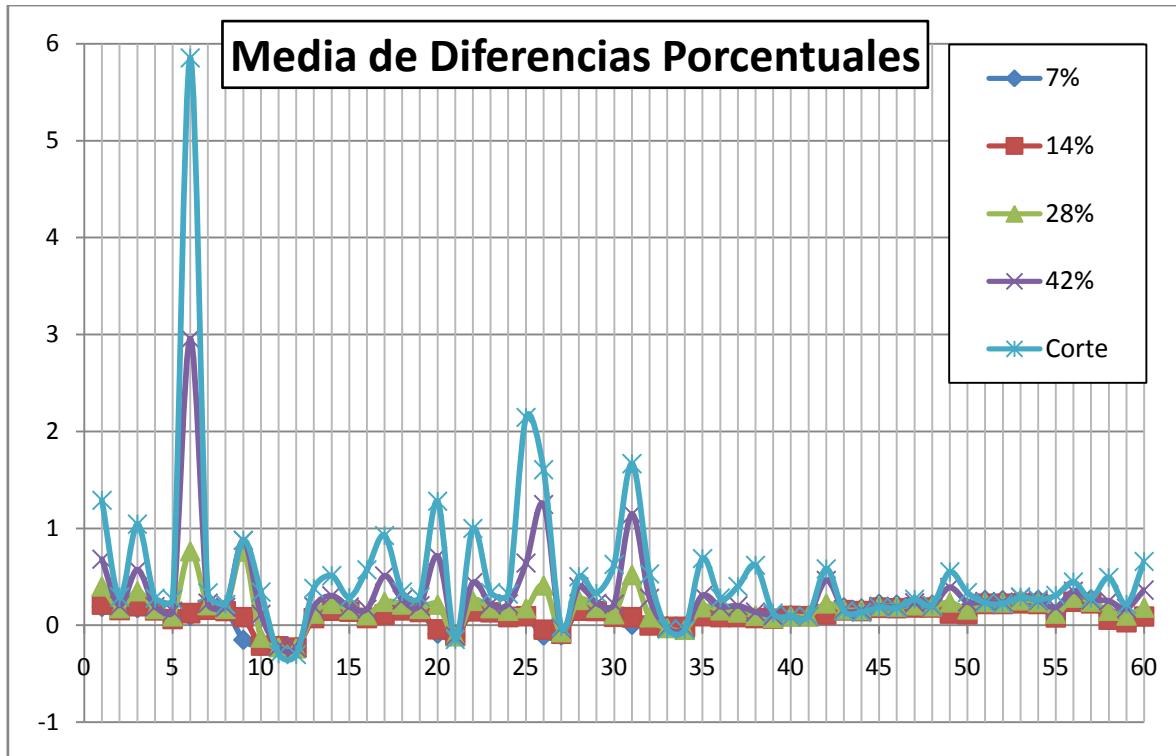


Figura 128. Gráfica de media de diferencias porcentuales para eje restringido.

Se observa como el modo 6 se confirma como crítico por encima del resto. Los modos 25, 26 y 31, son los siguientes en valor de diferencia porcentual, pero de forma más discreta.

En esta gráfica, al igual que en la correspondiente del eje libre, sí se observa como el incremento del tamaño de la grieta tiene un efecto progresivo en la variación de las frecuencias propias. La curva de puntos para grieta del 28% de inserción radial, tiene un patrón de forma muy similar a la curva de 42% y a la curva de grieta 'corte con el hueco interno'.

Las curvas de 7% y 14% tienen una desviación del eje horizontal muy poco significativa. El eje horizontal en este caso, representa el eje sin grieta, puesto que es el lugar de los valores de cero diferencia con respecto al eje nuevo.

8.5.3 Resultados de diferencias unitarias.

Siguiendo el mismo formato, en las páginas siguientes se incluyen las tablas de diferencias unitarias de frecuencias propias del eje restringido con grieta con respecto al eje nuevo restringido.

Tabla 56. Diferencias unitarias eje restringido, posición 1.

DIFERENCIAS UNITARIAS, POSICIÓN 1		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	0,720	1,019	2,788	6,103	12,856
	Modo 2	0,700	0,645	0,754	0,946	1,098
	Modo 3	1,520	1,446	1,739	2,377	3,057
	Modo 4	1,682	1,583	1,725	1,760	0,693
	Modo 5	0,700	0,560	0,610	0,600	0,050
	Modo 6	1,410	1,930	11,180	28,000	60,650
	Modo 7	3,010	4,010	4,130	4,060	5,080
	Modo 8	2,760	2,670	3,140	4,210	3,300
	Modo 9	1,990	1,720	1,750	1,810	0,140
	Modo 10	1,820	1,880	1,710	1,880	-0,010
	Modo 11	1,950	2,010	1,760	2,020	0,180
	Modo 12	1,890	1,780	1,650	1,730	-0,040
	Modo 13	1,690	2,250	5,980	12,940	29,250
	Modo 14	3,720	3,620	5,280	8,830	16,350
	Modo 15	4,050	3,830	4,210	4,660	3,050
	Modo 16	2,700	2,200	2,100	2,170	58,290
	Modo 17	3,320	5,080	23,640	67,480	103,710
	Modo 18	5,520	7,670	12,740	13,420	9,910
	Modo 19	5,340	4,960	5,890	7,730	8,240
	Modo 20	1,650	1,350	1,600	1,310	0,330
	Modo 21	1,580	1,420	1,140	1,400	-0,230
	Modo 22	6,320	4,680	10,930	26,020	77,910
	Modo 23	6,970	4,930	7,240	8,280	7,550
	Modo 24	3,360	4,670	11,520	17,610	19,100
	Modo 25	4,950	4,170	4,420	4,240	0,520
	Modo 26	3,320	2,930	2,830	5,300	57,470
	Modo 27	3,090	2,760	2,580	12,330	11,280
	Modo 28	9,090	9,990	33,010	55,790	53,010
	Modo 29	8,950	7,120	9,270	11,810	11,740
	Modo 30	4,800	3,330	3,670	4,920	0,910
	Modo 31	5,260	4,810	5,780	4,480	1,510
	Modo 32	6,130	5,820	5,470	5,100	1,570
	Modo 33	5,410	5,890	4,550	3,850	0,460
	Modo 34	6,270	6,330	3,020	3,760	0,240
	Modo 35	10,220	-5,630	15,350	32,780	93,440
	Modo 36	10,860	-6,620	9,600	12,590	15,260
	Modo 37	6,340	6,710	18,550	37,100	72,120
	Modo 38	5,790	5,630	5,410	5,350	110,560
	Modo 39	5,480	5,500	5,590	5,500	0,020
	Modo 40	6,730	7,340	6,530	7,060	1,350
	Modo 41	6,990	7,160	6,090	7,060	1,530
	Modo 42	6,530	8,850	27,500	73,790	82,080
	Modo 43	12,530	10,880	13,700	13,840	-0,640
	Modo 44	11,630	10,610	12,610	12,560	-2,450
	Modo 45	14,310	13,150	15,550	15,020	-3,040
	Modo 46	14,010	12,690	15,080	14,800	-3,560
	Modo 47	14,870	14,220	19,880	28,400	31,020
	Modo 48	14,510	14,790	16,010	17,320	4,130
	Modo 49	14,600	-1,360	37,630	65,130	76,700
	Modo 50	13,330	-3,540	12,040	15,380	14,690
	Modo 51	17,710	16,930	18,920	19,320	0,530
	Modo 52	17,540	16,930	18,810	19,490	0,110
	Modo 53	19,000	19,300	27,480	35,290	19,130
	Modo 54	19,260	17,860	20,680	24,190	11,510
	Modo 55	6,550	3,780	6,440	5,950	1,010
	Modo 56	21,560	19,410	21,180	23,290	17,670
	Modo 57	20,610	17,980	20,690	22,750	7,670
	Modo 58	10,890	-16,630	5,500	10,010	118,040
	Modo 59	10,530	-21,490	4,690	9,400	7,550
	Modo 60	7,680	2,740	28,610	85,890	163,040

Tabla 57. Diferencias unitarias eje restringido, posición 2.

DIFERENCIAS UNITARIAS, POSICIÓN 2		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	0,628	0,598	0,673	0,876	1,349
	Modo 2	0,680	0,623	0,719	0,884	1,106
	Modo 3	1,680	2,349	6,301	13,444	29,087
	Modo 4	1,603	1,518	1,718	2,500	4,341
	Modo 5	0,700	0,800	1,710	3,470	7,480
	Modo 6	1,490	2,130	9,460	23,840	55,290
	Modo 7	2,730	3,210	3,540	3,790	6,600
	Modo 8	2,680	2,620	3,060	4,030	4,010
	Modo 9	1,780	1,760	1,400	1,890	-9,180
	Modo 10	1,960	1,800	1,560	1,830	-9,030
	Modo 11	1,750	1,680	1,610	2,030	-8,940
	Modo 12	1,810	1,670	1,570	2,050	-8,940
	Modo 13	1,500	1,250	1,410	1,260	1,150
	Modo 14	3,500	3,390	4,750	8,090	18,430
	Modo 15	3,810	3,620	4,220	5,240	7,410
	Modo 16	2,560	2,570	5,340	11,410	26,300
	Modo 17	2,990	2,730	2,830	5,910	30,810
	Modo 18	4,810	5,700	11,950	20,530	21,270
	Modo 19	5,020	4,910	6,690	10,890	21,110
	Modo 20	1,480	1,430	1,080	1,790	-8,730
	Modo 21	1,520	1,410	0,990	1,550	-8,870
	Modo 22	6,960	10,250	29,010	62,620	128,800
	Modo 23	6,440	6,050	7,010	9,880	26,540
	Modo 24	3,120	4,890	12,300	25,320	49,470
	Modo 25	4,960	5,630	12,850	31,670	82,530
	Modo 26	3,020	2,960	2,450	3,390	0,260
	Modo 27	2,850	2,860	3,080	6,570	-3,900
	Modo 28	8,200	9,680	20,670	36,470	46,350
	Modo 29	8,400	8,720	10,960	19,720	37,680
	Modo 30	4,740	5,320	8,480	16,490	32,990
	Modo 31	5,200	3,860	3,800	5,050	-7,190
	Modo 32	6,120	4,820	4,290	5,780	-6,420
	Modo 33	6,340	4,490	3,570	5,950	-7,170
	Modo 34	5,350	5,280	3,150	5,890	-7,130
	Modo 35	8,140	9,450	13,560	32,340	85,940
	Modo 36	8,540	8,970	6,710	13,550	23,950
	Modo 37	5,570	5,270	5,390	5,440	34,690
	Modo 38	5,660	5,480	5,590	5,300	70,210
	Modo 39	5,530	5,380	5,470	5,380	4,380
	Modo 40	6,960	7,230	7,220	6,980	5,710
	Modo 41	6,760	7,040	6,990	6,420	6,350
	Modo 42	6,230	9,070	26,800	69,730	86,840
	Modo 43	11,460	11,680	11,710	12,290	12,820
	Modo 44	11,590	10,810	11,760	11,780	11,830
	Modo 45	14,030	12,840	15,290	17,380	19,120
	Modo 46	13,860	12,800	15,250	15,910	16,410
	Modo 47	14,230	13,350	16,620	20,920	24,900
	Modo 48	14,700	13,640	15,660	17,180	20,650
	Modo 49	9,610	14,890	21,440	45,280	74,260
	Modo 50	9,630	13,600	14,190	30,770	71,240
	Modo 51	17,750	16,440	18,310	19,670	20,860
	Modo 52	17,890	16,380	17,940	19,400	20,950
	Modo 53	18,660	17,280	20,780	25,980	31,330
	Modo 54	19,020	17,280	20,130	22,600	29,480
	Modo 55	6,530	6,880	15,310	30,580	70,680
	Modo 56	21,440	22,220	36,650	66,020	112,390
	Modo 57	20,770	19,080	22,100	28,020	39,730
	Modo 58	8,340	13,840	20,960	56,320	82,270
	Modo 59	8,050	9,460	3,960	20,510	46,770
	Modo 60	5,490	8,390	15,870	32,620	64,830

Tabla 58. Diferencias unitarias eje restringido, posición 3.

DIFERENCIAS UNITARIAS, POSICIÓN 3		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	1,060	2,116	5,668	10,578	20,643
	Modo 2	0,720	0,729	0,924	1,393	2,890
	Modo 3	2,392	4,529	11,363	20,068	36,442
	Modo 4	1,699	1,761	2,244	3,343	7,007
	Modo 5	0,910	1,150	2,630	5,340	11,510
	Modo 6	2,440	6,290	19,710	37,120	70,870
	Modo 7	3,250	3,540	3,990	6,100	13,550
	Modo 8	2,960	3,090	3,920	4,220	5,650
	Modo 9	1,960	2,130	1,910	1,960	2,650
	Modo 10	1,950	2,080	1,930	1,850	2,810
	Modo 11	2,060	1,920	2,120	1,730	2,840
	Modo 12	1,820	1,780	2,070	1,550	2,850
	Modo 13	1,820	2,640	5,990	11,150	25,190
	Modo 14	5,010	7,980	17,240	27,190	44,160
	Modo 15	4,290	4,580	6,760	10,880	24,870
	Modo 16	3,020	4,220	8,810	18,410	46,300
	Modo 17	4,100	7,860	22,820	44,070	86,240
	Modo 18	6,020	7,820	10,800	15,220	32,770
	Modo 19	5,780	6,140	9,870	12,600	19,630
	Modo 20	1,500	1,760	1,700	1,840	2,360
	Modo 21	1,490	1,450	1,680	1,300	2,170
	Modo 22	7,450	8,690	17,060	30,780	87,780
	Modo 23	7,710	7,390	15,540	25,860	43,260
	Modo 24	4,260	5,160	11,180	16,510	22,100
	Modo 25	6,360	10,280	23,390	44,310	93,400
	Modo 26	3,210	3,340	3,480	3,220	28,650
	Modo 27	3,050	3,290	4,200	5,030	16,510
	Modo 28	9,260	9,560	17,730	33,930	62,070
	Modo 29	9,770	9,660	16,830	23,060	42,780
	Modo 30	5,610	7,770	15,380	27,780	49,620
	Modo 31	5,060	6,230	5,270	6,390	8,110
	Modo 32	5,490	5,800	6,260	5,660	8,870
	Modo 33	4,630	5,720	5,640	5,770	8,890
	Modo 34	5,240	6,610	5,880	5,170	9,330
	Modo 35	11,040	3,600	21,460	40,360	103,510
	Modo 36	11,620	2,520	17,250	25,190	53,000
	Modo 37	6,880	7,750	18,890	34,490	64,640
	Modo 38	5,540	5,650	5,300	5,200	51,850
	Modo 39	5,470	5,550	5,490	4,940	6,140
	Modo 40	7,170	7,160	7,060	5,670	7,870
	Modo 41	6,260	6,410	6,610	6,470	8,450
	Modo 42	8,430	13,120	32,300	61,760	88,810
	Modo 43	12,000	12,210	10,790	11,350	13,930
	Modo 44	11,020	11,660	10,740	10,950	12,510
	Modo 45	14,270	14,010	13,920	14,450	17,390
	Modo 46	13,530	14,190	14,010	14,570	17,280
	Modo 47	14,610	14,250	14,850	16,460	20,470
	Modo 48	13,620	14,300	14,430	15,980	20,310
	Modo 49	15,160	6,960	26,260	47,910	108,570
	Modo 50	15,380	4,640	18,470	28,730	66,430
	Modo 51	17,360	18,120	19,930	23,040	26,512
	Modo 52	17,790	18,100	18,310	20,490	22,912
	Modo 53	18,490	19,260	22,810	27,680	33,603
	Modo 54	18,940	18,360	19,250	23,000	27,535
	Modo 55	8,950	9,780	21,990	40,570	74,794
	Modo 56	21,250	22,390	27,760	35,500	45,347
	Modo 57	21,000	19,500	21,220	25,200	29,936
	Modo 58	11,470	-5,840	21,150	40,040	75,776
	Modo 59	11,500	-6,640	16,740	33,300	66,522
	Modo 60	8,930	13,600	38,140	73,120	140,394

Tabla 59. Diferencias unitarias eje restringido, posición 4.

DIFERENCIAS UNITARIAS, POSICIÓN 4		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	0,641	0,632	0,212	0,148	0,738
	Modo 2	0,667	0,698	0,184	0,138	0,737
	Modo 3	1,438	1,527	0,549	0,324	1,749
	Modo 4	1,575	1,678	0,459	0,278	1,725
	Modo 5	0,710	0,700	0,160	0,020	0,630
	Modo 6	1,420	1,410	0,420	0,450	2,040
	Modo 7	2,430	2,520	0,920	0,430	2,700
	Modo 8	2,660	2,860	0,900	0,460	3,060
	Modo 9	1,660	1,950	-0,060	0,320	3,470
	Modo 10	1,680	2,140	0,010	0,450	2,410
	Modo 11	1,870	2,060	0,020	0,420	2,050
	Modo 12	1,720	2,000	0,000	0,010	1,980
	Modo 13	1,590	1,450	0,470	0,080	1,560
	Modo 14	3,380	3,570	1,370	0,470	4,100
	Modo 15	3,690	4,050	1,340	0,540	4,160
	Modo 16	2,430	2,480	0,660	0,140	2,150
	Modo 17	2,920	2,990	1,050	1,040	4,280
	Modo 18	4,460	4,810	1,860	0,470	5,150
	Modo 19	4,870	5,290	1,850	0,860	5,680
	Modo 20	1,640	1,720	0,120	0,330	1,760
	Modo 21	1,530	1,670	-0,210	0,220	1,610
	Modo 22	5,850	6,200	2,000	0,250	6,760
	Modo 23	6,360	7,080	2,560	0,820	7,060
	Modo 24	3,280	3,390	0,850	0,050	3,420
	Modo 25	4,730	4,850	1,570	1,780	6,420
	Modo 26	3,080	3,460	0,470	2,230	13,400
	Modo 27	2,860	3,220	0,380	1,740	6,850
	Modo 28	7,490	8,150	2,630	0,830	7,640
	Modo 29	8,250	9,160	2,790	1,410	8,670
	Modo 30	4,680	4,370	1,370	0,280	4,280
	Modo 31	4,800	6,570	-0,470	1,390	6,380
	Modo 32	5,530	6,280	-0,770	0,410	6,500
	Modo 33	5,120	6,480	-0,560	-0,070	5,920
	Modo 34	6,000	6,740	-0,350	-0,140	5,670
	Modo 35	9,490	9,850	2,230	-1,230	9,350
	Modo 36	10,050	10,140	2,290	-0,950	9,960
	Modo 37	5,270	5,270	0,580	-0,060	5,710
	Modo 38	5,700	5,700	-0,280	1,260	5,560
	Modo 39	5,620	5,420	-0,770	1,250	5,470
	Modo 40	7,040	7,010	0,670	0,420	7,280
	Modo 41	6,410	6,820	1,330	0,070	7,390
	Modo 42	5,890	6,150	2,090	2,260	9,940
	Modo 43	11,190	12,230	1,170	0,500	10,170
	Modo 44	10,900	11,920	0,710	-0,560	8,120
	Modo 45	14,020	13,830	0,170	-1,220	12,760
	Modo 46	13,640	13,590	-0,040	-2,350	12,530
	Modo 47	13,950	14,740	0,920	-0,310	13,270
	Modo 48	13,460	14,630	0,690	-1,550	12,340
	Modo 49	12,850	13,430	-2,130	-0,730	10,760
	Modo 50	13,100	14,140	-2,050	-1,040	11,370
	Modo 51	17,760	18,020	1,930	1,460	15,980
	Modo 52	17,700	18,520	1,810	0,900	15,600
	Modo 53	18,130	19,120	0,030	0,630	16,940
	Modo 54	18,410	18,970	-0,170	-0,600	16,880
	Modo 55	7,440	6,960	0,130	-0,780	5,900
	Modo 56	20,580	21,660	0,110	0,320	19,150
	Modo 57	20,530	21,720	-0,680	-0,920	18,290
	Modo 58	10,920	12,390	0,190	-2,440	5,550
	Modo 59	10,640	11,200	-2,410	-2,900	4,520
	Modo 60	7,380	8,820	-0,550	0,190	9,530

Tabla 60. Diferencias unitarias eje restringido, posición 5.

DIFERENCIAS UNITARIAS, POSICIÓN 5		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	0,633	0,632	0,640	0,633	0,639
	Modo 2	0,690	0,686	0,698	0,677	0,708
	Modo 3	1,470	1,469	1,482	1,475	1,581
	Modo 4	1,615	1,609	1,630	1,596	1,666
	Modo 5	0,690	0,690	0,700	0,670	0,540
	Modo 6	1,420	1,420	1,560	67,370	210,090
	Modo 7	2,430	2,440	3,320	4,200	4,160
	Modo 8	2,680	2,680	2,750	2,800	2,940
	Modo 9	-7,990	-1,840	31,860	33,380	33,530
	Modo 10	-9,090	-8,970	-7,550	-3,050	11,910
	Modo 11	-8,870	-8,840	-8,880	-8,880	-8,970
	Modo 12	-9,150	-9,100	-9,230	-9,170	-9,020
	Modo 13	1,520	1,520	1,550	1,490	1,650
	Modo 14	3,440	3,430	3,430	3,450	3,600
	Modo 15	3,880	3,880	3,910	3,860	3,860
	Modo 16	2,480	2,480	2,520	2,420	2,360
	Modo 17	2,920	2,900	2,990	2,890	3,320
	Modo 18	4,610	4,600	4,590	4,620	4,930
	Modo 19	5,010	5,000	5,020	4,980	5,110
	Modo 20	-8,400	-6,590	3,880	26,590	86,980
	Modo 21	-8,580	-8,550	-8,590	-8,590	-8,870
	Modo 22	6,060	6,040	6,000	6,080	6,070
	Modo 23	6,780	6,790	6,820	6,710	6,740
	Modo 24	3,180	3,180	3,240	3,100	3,090
	Modo 25	3,520	3,740	5,860	24,980	223,510
	Modo 26	-14,430	-10,060	28,160	107,380	132,460
	Modo 27	-13,470	-11,600	-9,670	-9,290	-9,350
	Modo 28	7,590	7,600	7,590	7,550	7,590
	Modo 29	8,450	8,430	8,410	8,400	7,370
	Modo 30	5,090	5,090	5,160	4,980	35,590
	Modo 31	-6,770	1,670	29,390	55,400	174,660
	Modo 32	-6,920	-3,680	13,870	54,150	101,790
	Modo 33	-6,810	-6,650	-6,890	-6,850	-7,170
	Modo 34	-6,660	-6,520	-7,100	-6,680	-8,250
	Modo 35	9,720	9,690	9,650	9,670	8,950
	Modo 36	10,500	10,510	10,500	10,370	8,920
	Modo 37	5,470	5,470	5,560	5,340	4,460
	Modo 38	3,980	4,000	6,300	10,360	16,220
	Modo 39	3,890	3,910	4,680	6,320	11,830
	Modo 40	5,700	5,770	6,020	6,030	5,520
	Modo 41	5,540	6,180	6,600	6,610	6,210
	Modo 42	6,000	5,960	6,140	5,880	6,340
	Modo 43	10,080	10,100	10,300	10,070	9,130
	Modo 44	10,150	10,190	10,300	10,140	9,220
	Modo 45	13,900	13,900	14,060	13,900	11,670
	Modo 46	13,650	13,640	13,740	13,630	11,660
	Modo 47	13,960	13,950	13,960	14,020	12,390
	Modo 48	13,770	13,770	13,780	13,880	12,160
	Modo 49	12,310	12,320	12,310	12,180	9,310
	Modo 50	12,720	12,670	12,660	12,520	7,640
	Modo 51	16,670	16,660	16,850	16,700	12,970
	Modo 52	16,560	16,540	16,720	16,610	12,980
	Modo 53	17,910	17,900	17,990	17,890	12,620
	Modo 54	18,160	18,150	18,230	18,160	12,510
	Modo 55	6,590	6,590	6,700	6,430	7,780
	Modo 56	20,110	20,100	20,190	20,100	13,740
	Modo 57	19,580	19,570	19,610	19,580	13,620
	Modo 58	11,440	11,430	11,380	11,240	5,530
	Modo 59	10,840	10,820	10,890	10,610	1,960
	Modo 60	7,370	7,370	7,310	7,360	5,390

Tabla 61. Diferencias unitarias eje restringido, posición 6.

DIFERENCIAS UNITARIAS, POSICIÓN 6		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	0,631	0,588	0,573	0,657	0,623
	Modo 2	0,673	0,604	0,543	0,690	0,658
	Modo 3	1,451	1,382	1,349	1,510	1,496
	Modo 4	1,593	1,415	1,289	1,662	1,602
	Modo 5	0,720	0,560	0,530	0,680	0,590
	Modo 6	1,420	1,290	16,960	100,150	192,160
	Modo 7	2,360	2,220	4,000	4,220	4,090
	Modo 8	2,630	2,340	2,450	2,950	2,800
	Modo 9	-7,390	1,630	32,850	33,410	33,400
	Modo 10	-8,950	-8,770	-6,200	0,970	12,570
	Modo 11	-8,720	-8,740	-8,740	-8,940	-8,770
	Modo 12	-8,930	-8,920	-8,920	-9,130	-8,830
	Modo 13	1,530	1,190	1,110	1,700	1,360
	Modo 14	3,460	3,110	3,020	3,550	3,540
	Modo 15	3,660	3,370	3,120	3,910	3,810
	Modo 16	2,420	2,010	1,890	2,390	2,290
	Modo 17	3,010	2,630	2,410	3,180	2,770
	Modo 18	4,520	4,100	3,920	4,800	4,600
	Modo 19	4,900	4,230	3,950	5,140	4,970
	Modo 20	-7,730	-4,470	13,790	50,860	105,840
	Modo 21	-8,530	-8,660	-8,660	-8,720	-8,560
	Modo 22	5,940	5,320	5,070	6,100	5,140
	Modo 23	6,510	5,730	5,360	6,750	5,780
	Modo 24	3,260	2,500	2,330	3,600	2,670
	Modo 25	3,520	3,280	5,480	33,150	146,360
	Modo 26	-14,160	-8,140	40,610	115,610	130,840
	Modo 27	-13,230	-11,120	-9,400	-9,350	-9,120
	Modo 28	7,800	7,010	6,720	8,110	6,990
	Modo 29	8,160	7,440	6,930	8,680	6,620
	Modo 30	4,930	4,140	3,910	4,640	48,760
	Modo 31	-5,680	-2,620	26,500	98,170	173,940
	Modo 32	-5,750	-5,560	0,450	13,970	49,080
	Modo 33	-6,010	-6,720	-6,720	-7,180	-5,130
	Modo 34	-6,210	-8,330	-8,350	-7,580	-5,460
	Modo 35	10,020	8,550	8,120	10,070	4,210
	Modo 36	9,950	8,950	8,340	10,290	3,400
	Modo 37	5,220	4,400	4,130	5,740	4,320
	Modo 38	4,020	3,930	8,590	13,310	18,920
	Modo 39	3,970	3,860	5,360	7,620	11,790
	Modo 40	5,630	5,640	5,720	6,010	6,020
	Modo 41	5,470	5,960	5,960	6,350	6,420
	Modo 42	6,210	5,380	4,920	6,580	5,650
	Modo 43	12,520	11,600	11,910	11,910	11,160
	Modo 44	11,090	11,050	11,260	11,010	10,750
	Modo 45	14,010	13,910	14,180	14,320	13,400
	Modo 46	13,540	13,610	13,820	13,440	13,260
	Modo 47	14,910	14,160	14,250	14,450	13,570
	Modo 48	13,760	14,600	14,670	13,770	13,780
	Modo 49	13,950	12,230	11,720	13,550	-0,790
	Modo 50	13,640	12,600	11,750	14,060	-4,190
	Modo 51	17,720	17,610	17,710	17,440	16,470
	Modo 52	17,590	17,710	17,800	17,210	16,880
	Modo 53	18,810	18,620	18,730	18,160	16,780
	Modo 54	18,280	18,490	18,520	17,990	17,360
	Modo 55	7,080	6,020	5,700	7,330	4,180
	Modo 56	21,250	20,550	20,700	20,750	18,480
	Modo 57	20,470	20,370	20,460	19,960	18,200
	Modo 58	12,060	11,750	11,280	11,570	2,140
	Modo 59	11,550	10,660	9,890	11,130	-3,940
	Modo 60	7,780	8,030	7,860	7,870	3,750

Tabla 62. Diferencias unitarias eje restringido, posición 7.

DIFERENCIAS UNITARIAS, POSICIÓN 7		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	0,595	0,590	0,631	0,590	0,654
	Modo 2	0,657	0,604	0,694	0,657	0,705
	Modo 3	1,404	1,357	1,505	1,380	1,541
	Modo 4	1,530	1,387	1,585	1,505	1,689
	Modo 5	0,510	0,660	0,650	0,670	0,660
	Modo 6	1,230	1,350	37,560	122,290	161,260
	Modo 7	2,370	2,200	4,190	4,160	4,230
	Modo 8	2,580	2,280	2,760	2,640	3,100
	Modo 9	-3,190	12,850	33,430	33,220	33,440
	Modo 10	-8,820	-7,830	-2,780	8,630	16,100
	Modo 11	-8,830	-8,600	-8,840	-8,670	-8,840
	Modo 12	-9,190	-8,700	-9,210	-8,780	-9,290
	Modo 13	1,640	1,330	1,580	1,580	1,580
	Modo 14	3,330	2,990	3,550	3,140	3,690
	Modo 15	3,550	3,110	3,720	3,510	4,010
	Modo 16	1,830	2,210	2,130	2,210	1,990
	Modo 17	2,950	2,780	3,010	2,970	3,050
	Modo 18	4,240	3,880	4,430	4,130	4,950
	Modo 19	4,630	4,120	4,940	4,630	5,120
	Modo 20	-6,220	0,860	30,650	84,060	117,250
	Modo 21	-8,700	-8,260	-8,450	-8,630	-8,870
	Modo 22	5,240	5,050	6,010	5,320	6,420
	Modo 23	5,700	5,410	6,370	6,040	6,880
	Modo 24	2,990	2,900	3,250	3,160	3,510
	Modo 25	2,970	3,940	8,290	65,760	124,360
	Modo 26	-11,580	2,590	65,760	125,950	130,360
	Modo 27	-12,220	-9,810	-9,460	-8,850	-9,350
	Modo 28	6,680	6,640	7,340	7,060	7,740
	Modo 29	6,830	6,990	8,180	7,810	7,790
	Modo 30	4,410	4,440	4,040	4,730	37,160
	Modo 31	-4,450	4,980	49,990	140,410	174,090
	Modo 32	-5,570	-5,150	6,920	29,340	47,930
	Modo 33	-6,330	-5,300	-5,370	-5,990	-7,080
	Modo 34	-6,340	-5,450	-6,360	-6,890	-9,390
	Modo 35	4,930	8,420	9,490	8,910	6,170
	Modo 36	3,850	8,560	9,780	9,470	6,760
	Modo 37	3,790	5,010	5,200	5,080	5,090
	Modo 38	3,980	6,000	9,940	15,710	18,150
	Modo 39	3,820	4,270	6,450	8,980	10,300
	Modo 40	5,330	5,610	5,980	6,170	6,270
	Modo 41	6,160	5,720	6,380	6,350	5,010
	Modo 42	5,670	5,700	6,100	6,100	6,530
	Modo 43	10,960	12,160	11,070	12,360	9,450
	Modo 44	10,550	12,070	11,060	11,970	8,310
	Modo 45	13,760	14,320	14,570	14,090	12,350
	Modo 46	13,650	13,950	13,910	14,040	11,000
	Modo 47	13,190	14,170	13,640	13,900	12,550
	Modo 48	13,440	14,260	13,700	14,140	11,600
	Modo 49	7,690	12,220	12,320	12,660	10,790
	Modo 50	8,190	12,040	12,910	13,220	8,110
	Modo 51	16,320	18,280	17,190	17,670	15,780
	Modo 52	16,400	18,440	17,520	18,110	14,460
	Modo 53	15,730	18,440	18,290	18,030	16,610
	Modo 54	15,790	18,790	18,460	18,350	15,550
	Modo 55	3,800	6,910	5,760	7,200	5,080
	Modo 56	15,870	21,070	20,320	20,290	16,940
	Modo 57	15,650	20,730	20,130	20,240	16,750
	Modo 58	-1,560	12,010	11,350	11,170	-0,310
	Modo 59	-3,680	10,990	10,230	10,840	-0,770
	Modo 60	3,860	8,220	8,440	7,120	4,330

Tabla 63. Diferencias unitarias eje restringido, posición 8.

DIFERENCIAS UNITARIAS, POSICIÓN 8		7%	14%	28%	42%	Corte
	Modo 1	0,654	0,128	0,657	0,599	0,672
	Modo 2	0,702	0,089	0,705	0,651	0,685
	Modo 3	1,533	0,280	1,540	1,411	1,598
	Modo 4	1,656	0,210	1,664	1,548	1,645
	Modo 5	0,650	0,130	0,650	0,640	0,600
	Modo 6	1,420	0,210	1,420	1,330	1,410
	Modo 7	2,560	0,520	2,570	2,350	2,630
	Modo 8	2,810	0,310	2,830	2,630	2,820
	Modo 9	-8,800	-9,370	-3,200	9,080	17,690
	Modo 10	-8,940	-9,920	-5,440	2,070	8,290
	Modo 11	-8,840	-10,170	-8,830	-8,760	-8,630
	Modo 12	-9,340	-10,790	-9,350	-8,900	-8,620
	Modo 13	1,750	0,560	1,760	1,360	1,480
	Modo 14	3,530	0,720	3,550	3,360	3,820
	Modo 15	3,910	0,360	3,930	3,700	3,920
	Modo 16	2,230	0,470	2,240	2,190	2,340
	Modo 17	3,250	0,700	3,260	2,750	2,990
	Modo 18	4,740	1,050	4,770	4,510	5,030
	Modo 19	5,100	0,520	5,140	4,920	5,360
	Modo 20	-7,980	-7,240	4,950	25,930	40,830
	Modo 21	-8,900	-9,800	-8,900	-8,660	-8,320
	Modo 22	5,820	0,820	5,860	5,770	6,500
	Modo 23	6,580	0,300	6,630	6,500	6,720
	Modo 24	4,130	1,200	4,140	3,040	2,980
	Modo 25	3,510	-0,390	4,600	38,320	137,420
	Modo 26	-14,610	-14,850	16,870	124,310	133,690
	Modo 27	-13,620	-14,670	-9,830	-9,100	-8,770
	Modo 28	7,660	0,990	7,710	7,690	7,290
	Modo 29	8,330	0,780	8,400	8,590	8,120
	Modo 30	4,380	0,610	4,400	24,880	47,290
	Modo 31	-2,230	9,230	98,790	174,070	173,920
	Modo 32	-6,310	-9,780	-2,070	3,740	14,860
	Modo 33	-6,470	-11,240	-6,470	-6,220	-4,940
	Modo 34	-9,970	-10,900	-9,970	-6,750	-4,560
	Modo 35	6,640	-0,870	6,700	9,820	9,480
	Modo 36	7,500	-3,220	7,600	10,050	9,960
	Modo 37	6,110	1,110	6,140	4,880	5,160
	Modo 38	4,030	0,120	7,700	10,930	14,690
	Modo 39	3,990	-0,420	4,530	8,630	12,240
	Modo 40	5,600	1,310	6,080	5,900	5,790
	Modo 41	6,280	1,280	6,460	6,530	5,990
	Modo 42	6,870	1,450	6,950	5,860	6,160
	Modo 43	12,690	-1,080	12,790	11,890	10,400
	Modo 44	12,100	-2,980	12,180	10,940	9,830
	Modo 45	14,900	-1,870	15,180	14,170	13,460
	Modo 46	14,630	-3,340	14,850	13,850	13,670
	Modo 47	14,520	-1,460	14,890	14,620	14,020
	Modo 48	14,670	-2,920	14,950	13,970	13,710
	Modo 49	7,150	-5,630	7,230	13,560	6,240
	Modo 50	7,180	-5,450	7,300	14,120	6,410
	Modo 51	18,620	-1,880	18,890	17,830	17,220
	Modo 52	18,630	-2,700	18,840	17,690	17,250
	Modo 53	18,800	-2,440	18,960	19,140	17,580
	Modo 54	18,990	-3,540	19,140	19,000	17,950
	Modo 55	6,500	-0,660	6,520	7,390	5,750
	Modo 56	21,250	-3,380	21,410	21,810	20,270
	Modo 57	20,740	-4,850	20,900	21,230	20,240
	Modo 58	7,550	-4,270	7,620	12,650	7,870
	Modo 59	5,520	-5,690	5,610	12,090	7,660
	Modo 60	5,190	-1,780	5,230	8,490	13,980

Asimismo, se incluye la tabla de las medias de las diferencias unitarias según la inserción radial y para cada posición.

Tabla 64. Medias de diferencias unitarias eje restringido según inserción radial.

POSICIÓN 1				
7%	14%	28%	42%	Corte
7,395	4,971	10,165	15,970	23,312
12,363				
POSICIÓN 2				
7%	14%	28%	42%	Corte
6,914	7,189	9,764	16,675	27,391
13,586				
POSICIÓN 3				
7%	14%	28%	42%	Corte
7,684	7,261	12,619	19,297	35,821
16,536				
POSICIÓN 4				
7%	14%	28%	42%	Corte
7,018	7,440	0,545	0,170	7,050
4,445				
POSICIÓN 5				
7%	14%	28%	42%	Corte
4,426	4,879	7,192	11,582	21,292
9,874				
POSICIÓN 6				
7%	14%	28%	42%	Corte
4,738	4,771	7,391	13,203	19,191
9,859				
POSICIÓN 7				
7%	14%	28%	42%	Corte
3,393	5,613	9,381	15,865	18,522
10,555				
POSICIÓN 8				
7%	14%	28%	42%	Corte
4,292	-2,568	7,160	12,443	15,029
7,271				

En este caso, el modo 26 de la posición 5, es el de máxima diferencia unitaria con 223.510 Hz y le sigue de cerca el modo 6 de la misma posición con 210.090 Hz. Después el modo 6 de la posición 6 (192.160 Hz), modo 31 de la posición 5 (174.660 Hz) y modo 31 posición 7 (174.090 Hz).

La posición 4, por el motivo ya explicado anteriormente, muestra diferencias unitarias muy bajas en proporción al resto de posiciones.

La media total de diferencia unitaria de la posición 3, es la máxima, como también se observó en el apartado anterior que pasaba para esta posición en su media de diferencia porcentual.

La posición 2 y la posición 1, en este orden, siguen a la posición 3 en cuanto a media total de diferencia unitaria como igualmente se observó en el apartado anterior para la diferencia porcentual.

Al igual que con las diferencias porcentuales, en la página siguiente se presenta la tabla 'Media Diferencias Unitarias'.

Se puede ver que el modo 25 (101.815 Hz), el modo 6 (94.221 Hz), el modo 31 (88.177 Hz) y el modo 26 (78.391 Hz), son los máximos valores de media de diferencia unitaria. Estos modos, que ya han recibido varias menciones en los anteriores estudios estadísticos para el eje restringido, se confirman como modos clave en el estudio del eje con esta configuración.

Tabla 65. Media de diferencias unitarias eje restringido para cada modo.

		7%	14%	28%	42%	Corte
MEDIA DIFERENCIAS UNITARIAS (Hz)	Modo 1	0,695	0,788	1,480	2,523	4,772
	Modo 2	0,686	0,585	0,653	0,754	1,073
	Modo 3	1,611	1,792	3,228	5,249	9,569
	Modo 4	1,619	1,395	1,539	1,774	2,546
	Modo 5	0,699	0,656	0,955	1,511	2,758
	Modo 6	1,531	2,004	12,284	47,569	94,221
	Modo 7	2,643	2,583	3,333	3,664	5,380
	Modo 8	2,720	2,356	2,726	2,992	3,460
	Modo 9	-2,498	1,354	12,493	14,384	14,393
	Modo 10	-3,549	-3,449	-2,095	1,829	5,631
	Modo 11	-3,454	-3,585	-3,723	-3,631	-4,885
	Modo 12	-3,671	-3,785	-3,928	-3,830	-4,989
	Modo 13	1,630	1,524	2,481	3,945	7,903
	Modo 14	3,671	3,601	5,274	7,260	12,211
	Modo 15	3,855	3,350	3,901	4,538	6,886
	Modo 16	2,459	2,330	3,211	5,167	17,753
	Modo 17	3,183	3,459	7,751	16,286	29,646
	Modo 18	4,865	4,954	6,883	8,463	11,076
	Modo 19	5,081	4,396	5,419	6,469	9,403
	Modo 20	-3,007	-1,397	7,221	24,089	43,328
	Modo 21	-3,574	-3,665	-3,875	-3,766	-4,992
	Modo 22	6,205	5,881	10,242	17,868	40,673
	Modo 23	6,631	5,460	7,191	8,855	13,816
	Modo 24	3,447	3,486	6,101	9,049	13,293
	Modo 25	4,315	4,437	8,307	30,526	101,815
	Modo 26	-5,269	-2,221	20,079	60,924	78,391
	Modo 27	-5,086	-4,384	-3,515	-1,365	-0,731
	Modo 28	7,971	7,453	12,925	19,679	24,835
	Modo 29	8,392	7,287	8,971	11,185	16,346
	Modo 30	4,830	4,384	5,801	11,087	32,075
	Modo 31	0,149	4,341	27,381	60,670	88,177
	Modo 32	-0,160	-0,181	4,302	14,769	28,022
	Modo 33	-0,515	-0,916	-1,531	-1,342	-2,027
	Modo 34	-0,790	-0,780	-2,510	-1,653	-2,444
	Modo 35	8,775	5,383	10,820	17,840	40,131
	Modo 36	9,109	4,976	9,009	11,320	16,401
	Modo 37	5,581	5,124	8,055	12,251	24,524
	Modo 38	4,837	4,564	6,069	8,427	38,270
	Modo 39	4,721	4,184	4,600	6,078	7,771
	Modo 40	6,270	5,884	5,660	5,530	5,726
	Modo 41	6,234	5,821	5,802	5,732	5,919
	Modo 42	6,479	6,960	14,100	28,995	36,544
	Modo 43	11,679	9,972	10,430	10,526	9,552
	Modo 44	11,129	9,416	10,077	9,849	8,515
	Modo 45	14,150	11,761	12,865	12,764	12,139
	Modo 46	13,814	11,391	12,577	12,236	11,531
	Modo 47	14,280	12,173	13,626	15,308	17,774
	Modo 48	13,991	12,134	12,986	13,086	13,585
	Modo 49	11,665	8,132	15,847	26,192	36,980
	Modo 50	11,646	7,588	10,909	15,970	22,713
	Modo 51	17,489	15,023	16,216	16,641	15,790
	Modo 52	17,512	14,990	15,969	16,237	15,143
	Modo 53	18,191	15,935	18,134	20,350	20,574
	Modo 54	18,356	15,545	16,780	17,836	18,597
	Modo 55	6,680	5,782	8,569	13,084	21,897
	Modo 56	20,414	18,002	21,040	26,010	32,998
	Modo 57	19,919	16,763	18,054	19,508	20,554
	Modo 58	8,889	4,335	11,179	18,820	37,108
	Modo 59	8,119	2,414	7,450	13,123	16,284
	Modo 60	6,710	6,924	13,864	27,832	50,655

8.6 RELACIÓN FRECUENCIA/ÁREA DE GRIETA EN POSICIÓN 1

En este apartado, se analiza la relación entre la frecuencia propia de vibración y el área de la grieta pudiendo observar la mayor o menor sensibilidad de cada modo propio a disminuir dicha frecuencia según se propaga la grieta.

8.6.1 Relación para Eje Libre.

Este estudio se realiza para la posición 1 para la configuración de eje libre y por cuestión de tamaño de proyecto, se propone como trabajo futuro la realización del análisis en el resto de posiciones.

Se representan gráficamente las relaciones de frecuencia/área de grieta para cada modo y después, se incluye una tabla con las funciones de las líneas de tendencia para cada modo, así como la pendiente de estas y su coeficiente R-cuadrado.

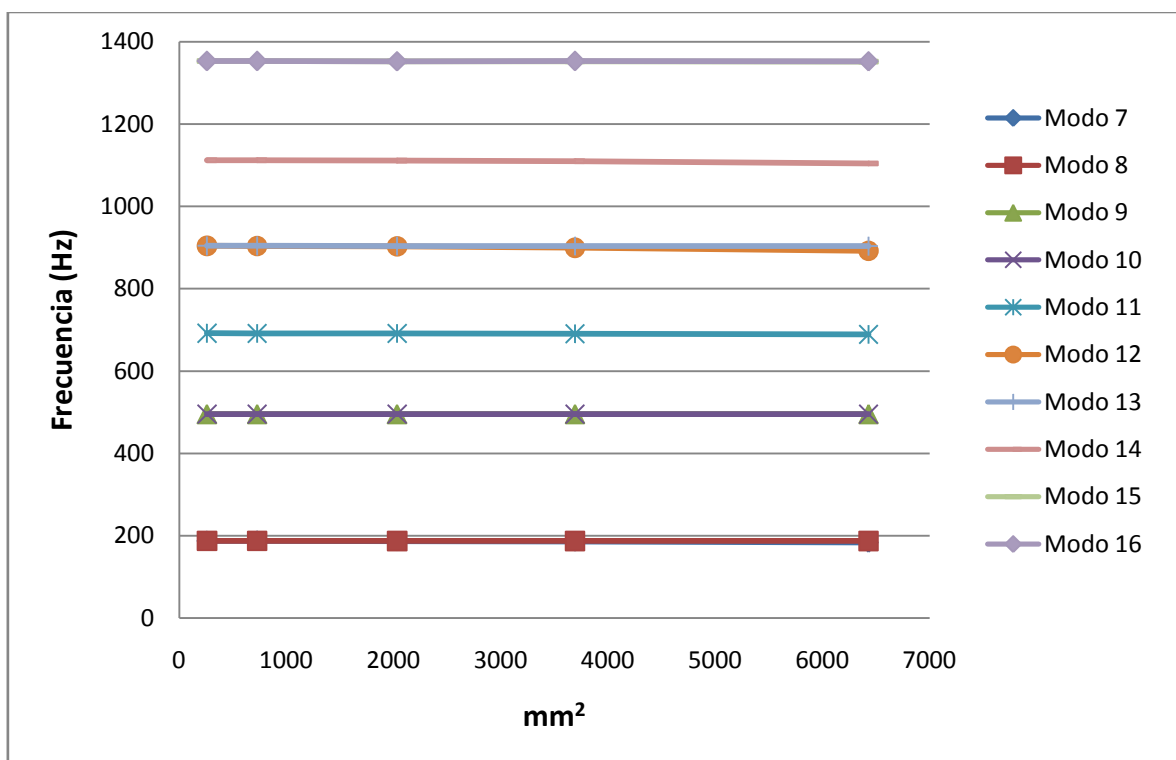


Figura 129. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 7-16.

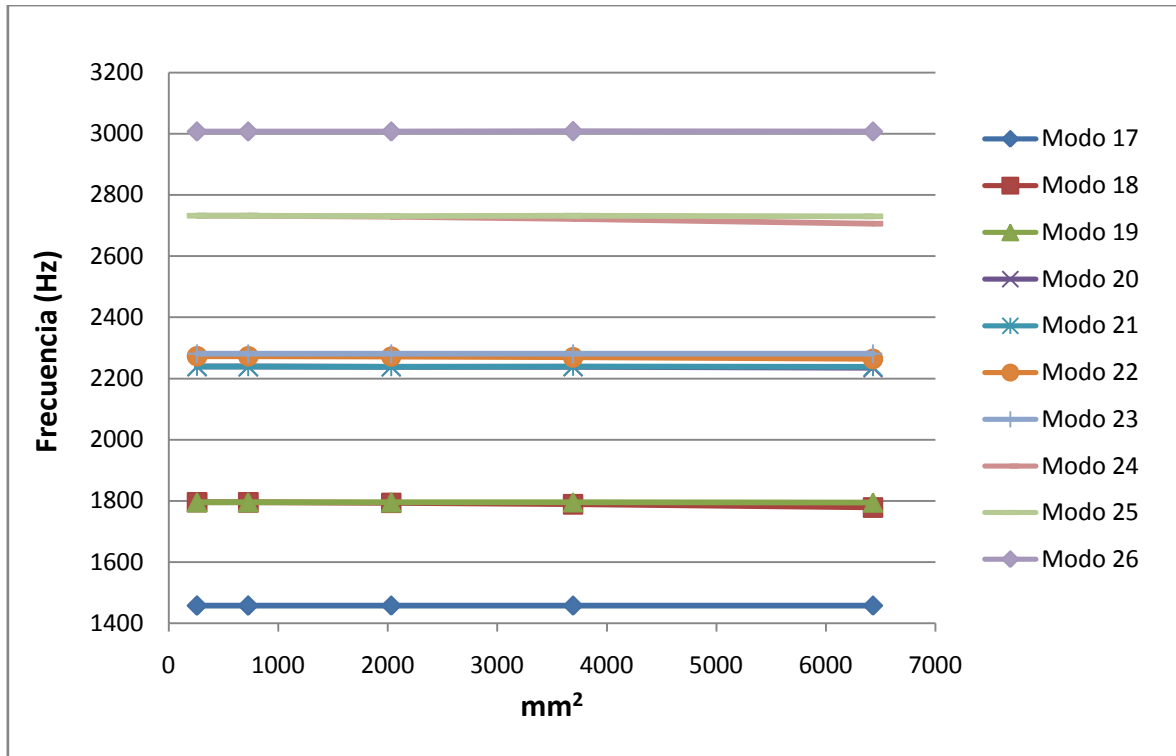


Figura 130. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 17-26.

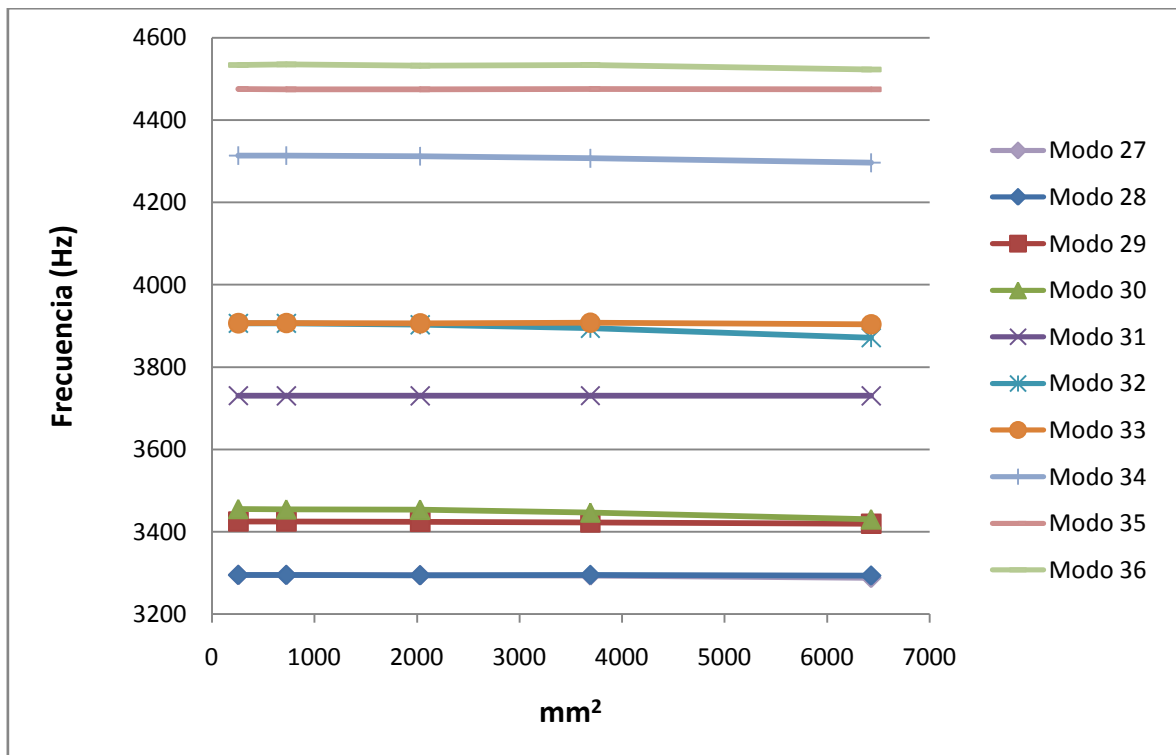


Figura 131. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 27-36.

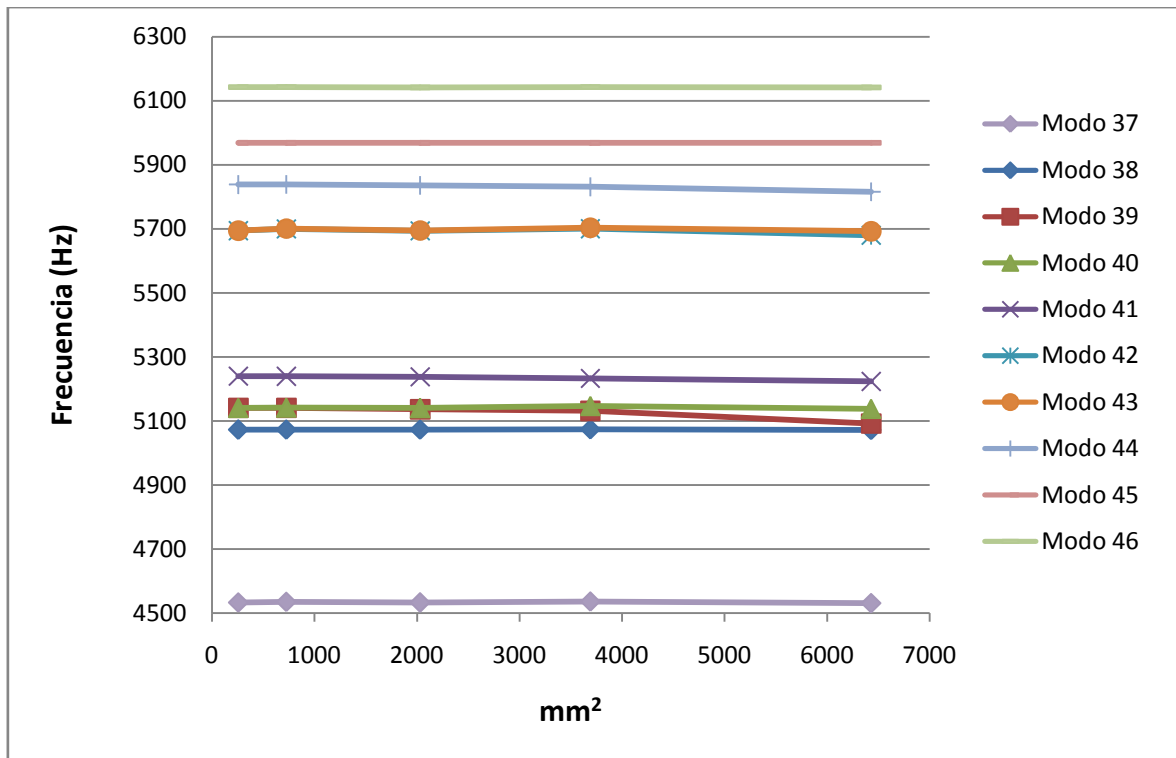


Figura 132. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 37-46.

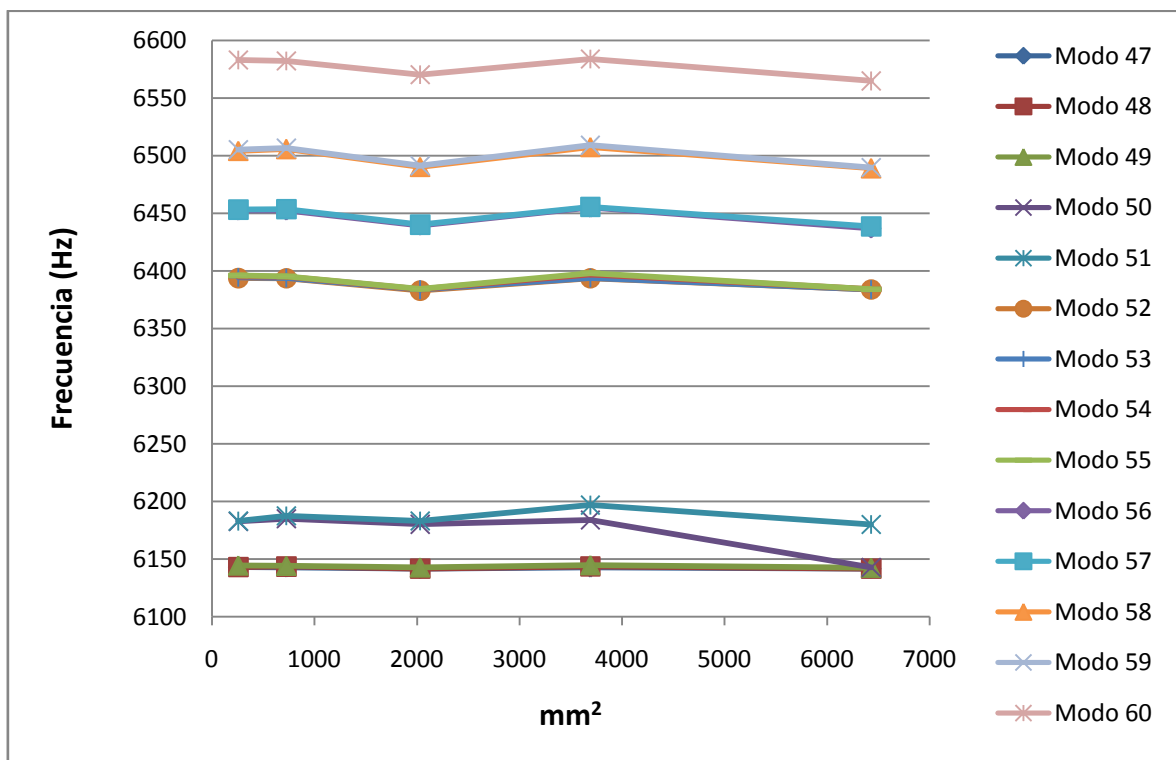


Figura 133. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 47-60.

Tabla 66. Líneas de tendencia y R-cuadrado para cada modo en Posición 1, eje libre.

	Función	Pendiente (Hz/mm²)	R-cuadrado
Modo 7	$y = -0,000x + 188$	0	0,945
Modo 8	$y = -3E-05x + 187,5$	-0,00003	0,926
Modo 9	$y = -4E-05x + 495,6$	-0,00004	0,930
Modo 10	$y = -1E-05x + 495,6$	-0,00001	0,991
Modo 11	$y = -0,000x + 692,1$	0	0,955
Modo 12	$y = -0,002x + 905,7$	-0,002	0,946
Modo 13	$y = -0,000x + 904,1$	0	0,921
Modo 14	$y = -0,001x + 1112$	-0,001	0,934
Modo 15	$y = -0,000x + 1352$	0	0,929
Modo 16	$y = -6E-05x + 1352$	-0,00006	0,731
Modo 17	$y = 1E-05x + 1456$	0,00001	0,907
Modo 18	$y = -0,002x + 1797$	-0,002	0,954
Modo 19	$y = -0,000x + 1795$	0	0,868
Modo 20	$y = -0,000x + 2239$	0	0,881
Modo 21	$y = -1E-04x + 2238$	-0,0001	0,571
Modo 22	$y = -0,001x + 2273$	-0,001	0,959
Modo 23	$y = 3E-06x + 2280$	0,000003	0,067
Modo 24	$y = -0,004x + 2735$	-0,004	0,952
Modo 25	$y = -0,000x + 2731$	0	0,797
Modo 26	$y = 1E-05x + 3007$	0,00001	0,061
Modo 27	$y = -0,001x + 3296$	-0,001	0,867
Modo 28	$y = -0,000x + 3295$	0	0,422
Modo 29	$y = -0,000x + 3425$	0	0,957
Modo 30	$y = -0,004x + 3458$	-0,004	0,927
Modo 31	$y = 7E-06x + 3730$	0,000007	0,006
Modo 32	$y = -0,005x + 3911$	-0,005	0,946
Modo 33	$y = -0,000x + 3907$	0	0,360
Modo 34	$y = -0,002x + 4316$	-0,002	0,950
Modo 35	$y = -1E-05x + 4474$	-0,00001	0,037
Modo 36	$y = -0,001x + 4535$	-0,001	0,729
Modo 37	$y = -0,000x + 4534$	0	0,154
Modo 38	$y = -6E-05x + 5073$	-0,00006	0,047
Modo 39	$y = -0,007x + 5148$	-0,007	0,865
Modo 40	$y = -0,000x + 5142$	0	0,033
Modo 41	$y = -0,002x + 5242$	-0,002	0,958
Modo 42	$y = -0,002x + 5699$	-0,002	0,503
Modo 43	$y = -0,000x + 5698$	0	0,056
Modo 44	$y = -0,003x + 5841$	-0,003	0,931
Modo 45	$y = -9E-06x + 5968$	-0,000009	0,007
Modo 46	$y = -0,000x + 6142$	0	0,273
Modo 47	$y = -0,000x + 6142$	0	0,383
Modo 48	$y = -0,000x + 6143$	0	0,224
Modo 49	$y = -0,000x + 6144$	0	0,260
Modo 50	$y = -0,006x + 6190$	-0,006	0,717
Modo 51	$y = -0,000x + 6186$	0	0,006
Modo 52	$y = -0,001x + 6392$	-0,001	0,303
Modo 53	$y = -0,001x + 6393$	-0,001	0,342
Modo 54	$y = -0,001x + 6394$	-0,001	0,270
Modo 55	$y = -0,001x + 6395$	-0,001	0,264
Modo 56	$y = -0,002x + 6452$	-0,002	0,336
Modo 57	$y = -0,001x + 6453$	-0,001	0,317
Modo 58	$y = -0,001x + 6504$	-0,001	0,297
Modo 59	$y = -0,001x + 6505$	-0,001	0,286
Modo 60	$y = -0,002x + 6582$	-0,002	0,458

Con la información de la tabla anterior, se representa gráficamente la pendiente de las líneas de tendencia y el coeficiente R-cuadrado. El valor de la pendiente muestra la tendencia y variación de la frecuencia respecto del área de la grieta y el coeficiente R-cuadrado determina la fiabilidad estadística de los datos.

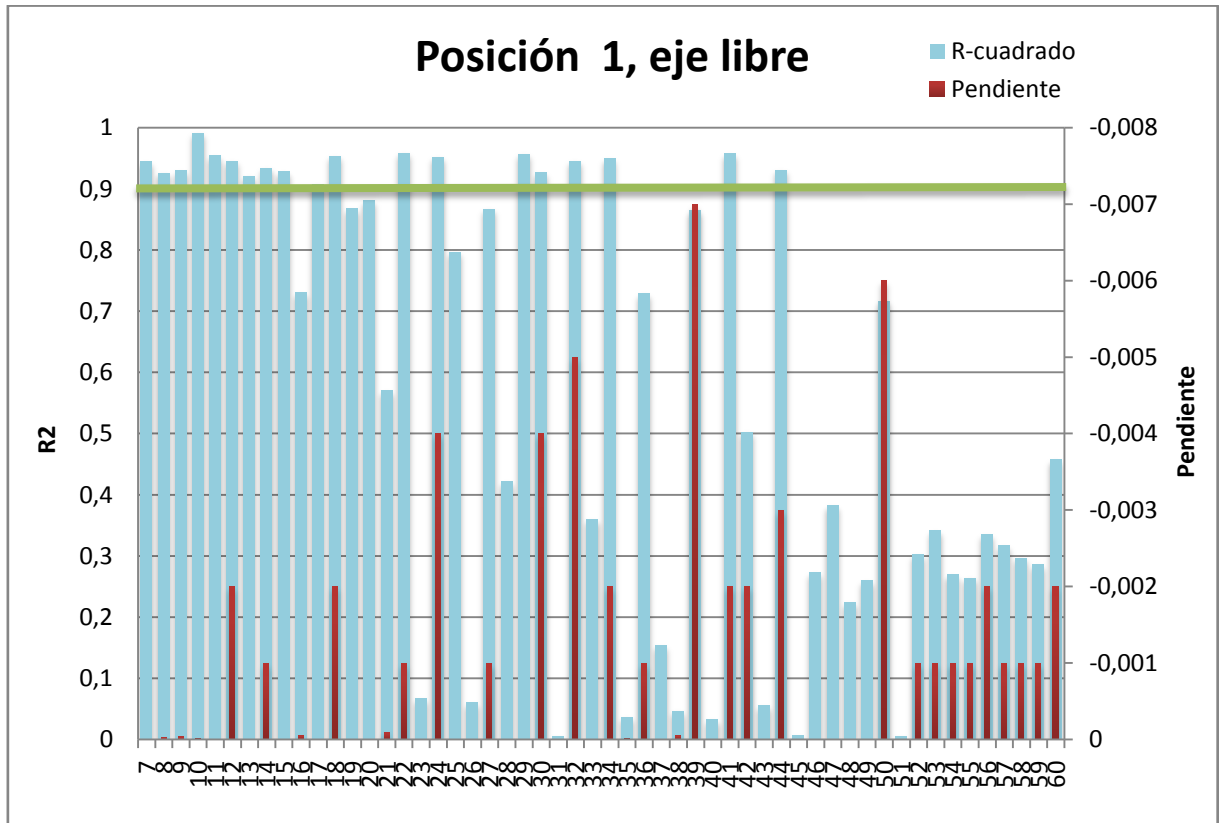


Figura 134. Gráfica de Pendiente y R-cuadrado para cada modo.

En la gráfica se traza una línea en el valor '0,9' de coeficiente R-cuadrado, para resaltar los modos que presentan una alta fiabilidad estadística. En total hay 19 modos que son fiables al menos al 90% en cuanto a sus resultados. En estos modos, especialmente aquellos que tienen a su vez una pendiente significativa, se podría estimar el tamaño de grieta con la función de tendencia de la tabla anterior.

Los modos fiables con coeficiente R-cuadrado mayor de 0,9 son los modos 7, 8,9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 22, 24, 29, 30, 32, 34, 41 y 44.

Para que sea más fácil visualizar los modos y la información de la anterior gráfica, se dividen en dos grupos iguales los modos propios de vibración para la representación gráfica.

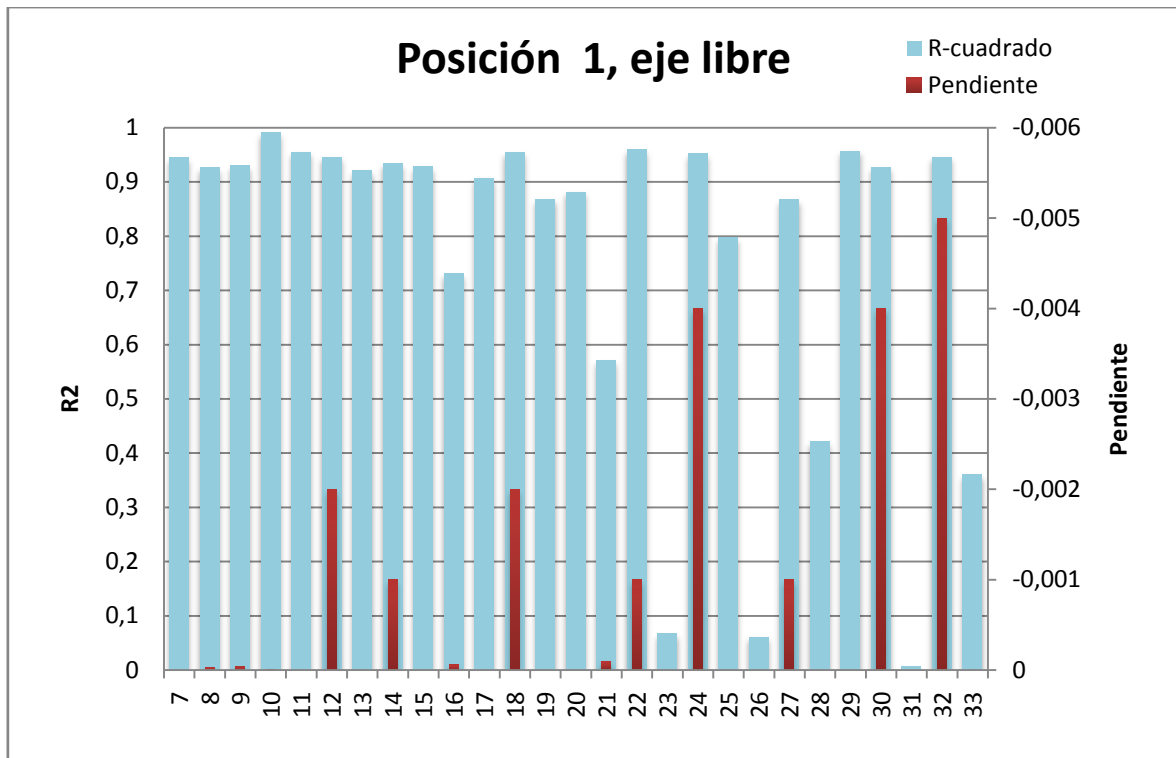


Figura 135. Gráfica de Pendiente y R-cuadrado para modos 7-33.

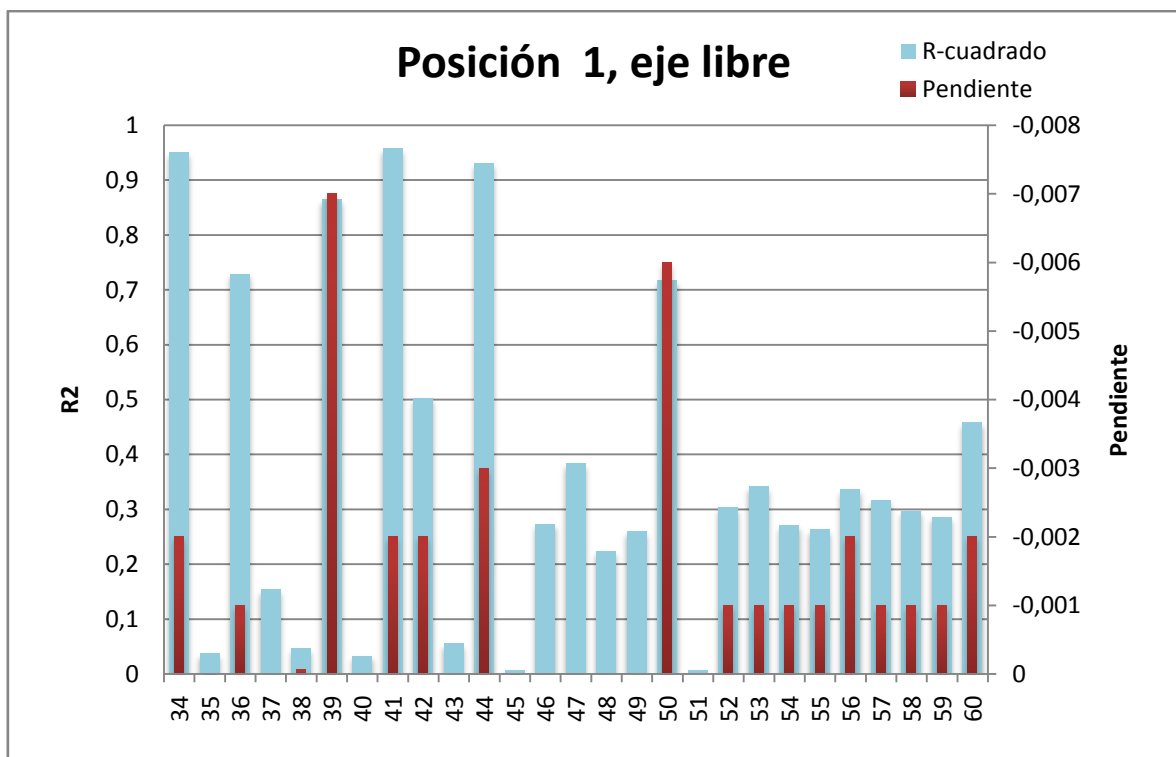


Figura 136. Gráfica de Pendiente y R-cuadrado para modos 34-60.

8.6.2 Relación para Eje Restringido.

De la misma forma que para el eje libre, se representan gráficamente las relaciones de frecuencia/área de grieta para cada modo y después, se incluye una tabla con las funciones de las líneas de tendencia para cada modo, así como la pendiente de estas y su coeficiente R-cuadrado.

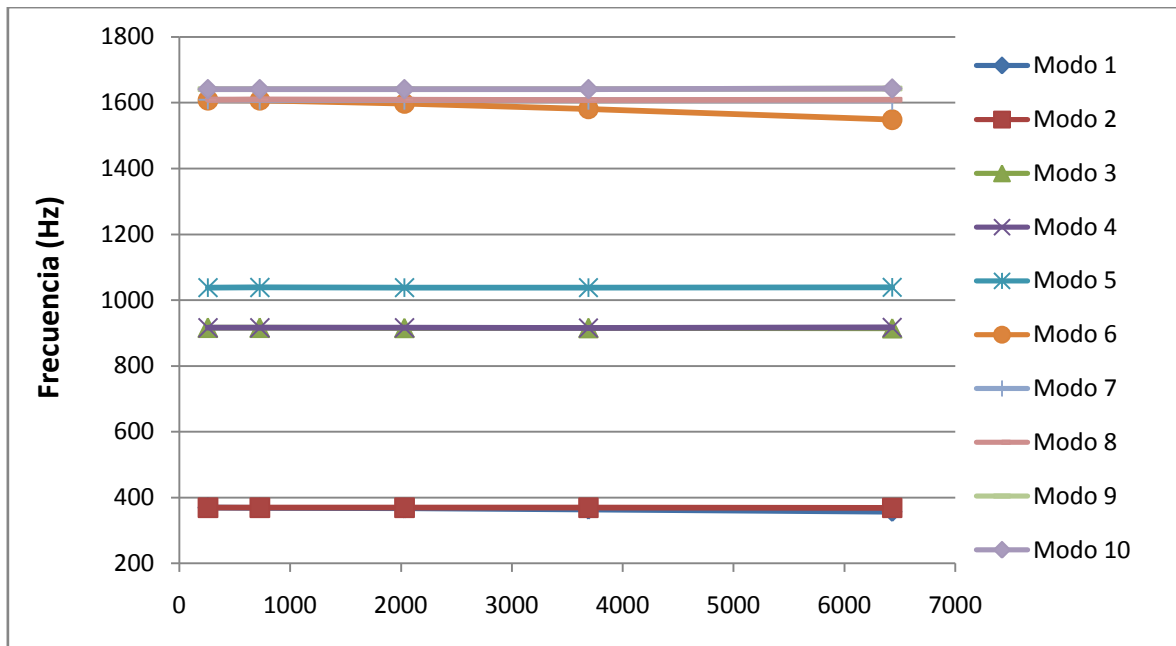


Figura 137. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 1-10.

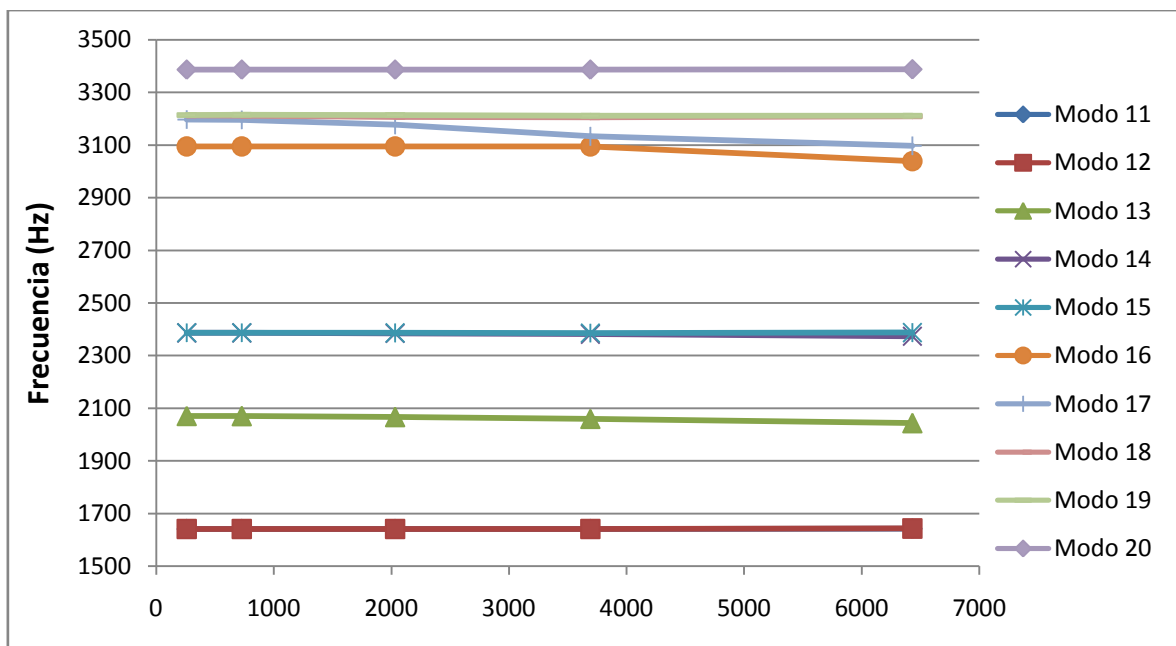


Figura 138. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 11-20.

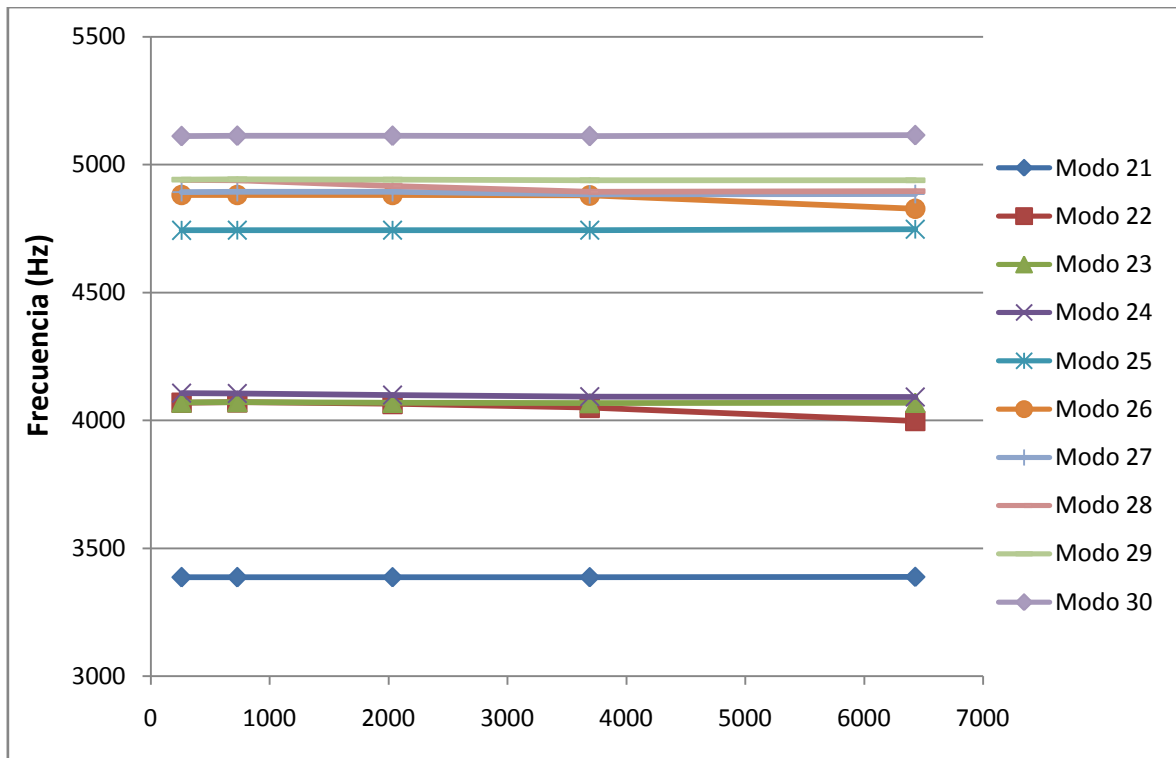


Figura 139. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 21-30.

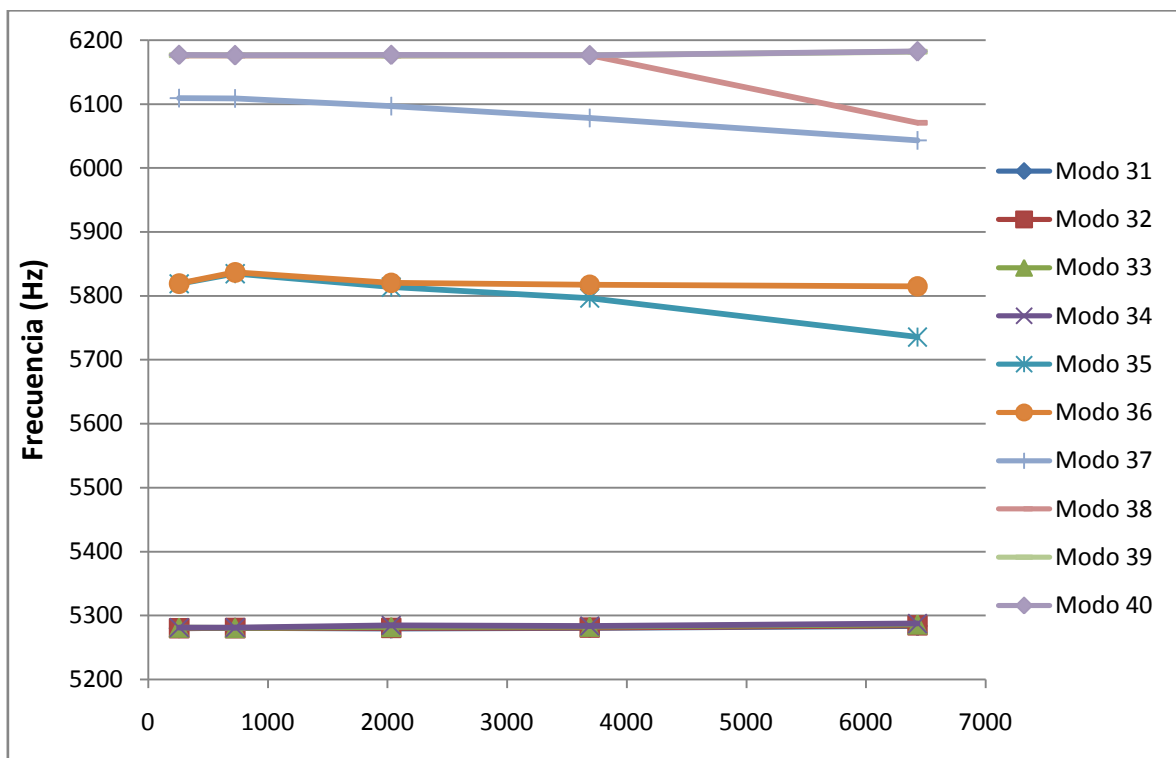


Figura 140. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 31-40.

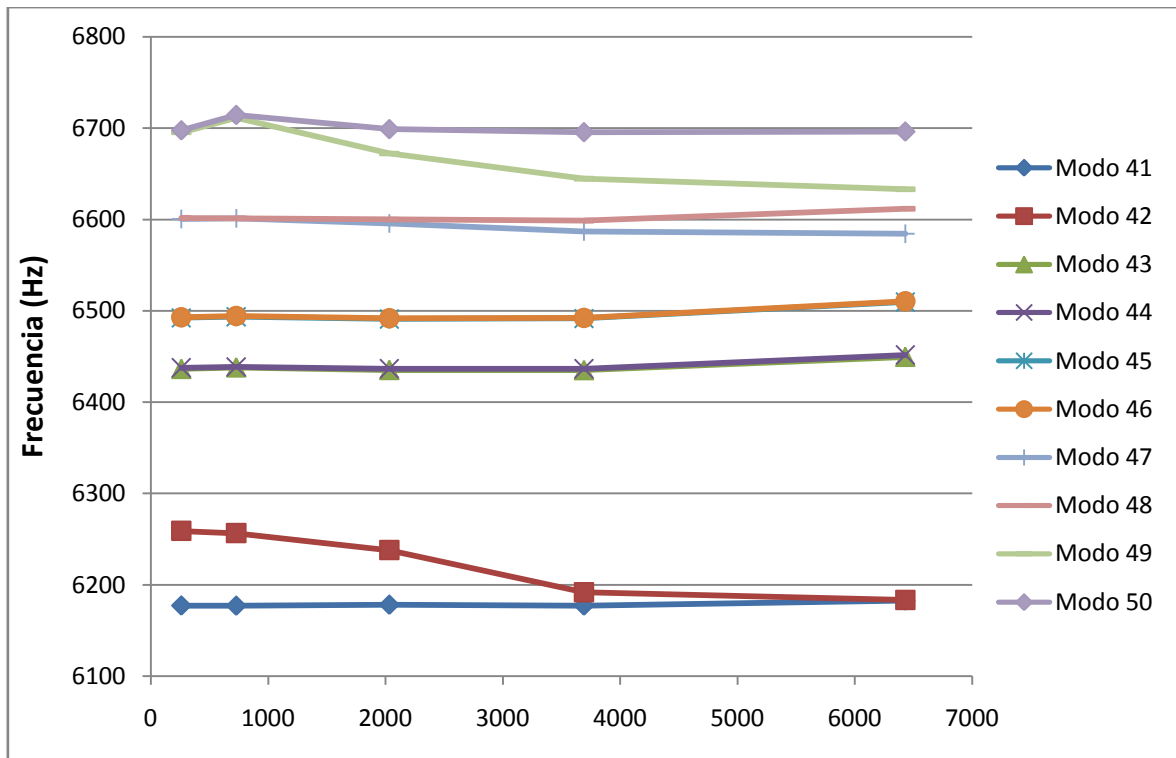


Figura 141. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 41-50.

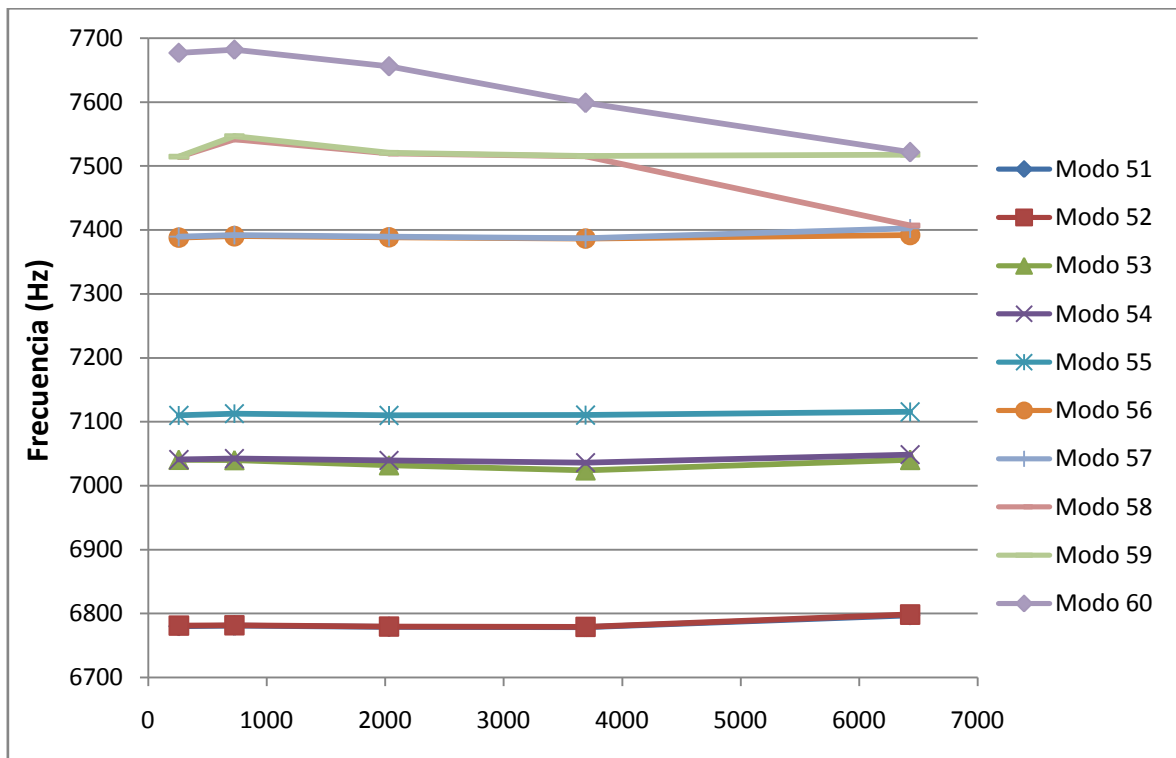


Figura 142. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta para modos 51-60.

Tabla 67. Líneas de tendencia y R-cuadrado para cada modo en Posición 1, eje restringido.

	Función	Pendiente (Hz/mm²)	R-cuadrado
Modo 1	$y=-0,002x+370,3$	-0,002	0,981
Modo 2	$y=-7E-05x+369,3$	-0,00007	0,953
Modo 3	$y=-0,000x+915,9$	0	0,977
Modo 4	$y=-0,000x+915,5$	0	0,606
Modo 5	$y=-9E-05x+1038$	-0,00009	0,755
Modo 6	$y=-0,009x+1613$	-0,009	0,981
Modo 7	$y=-0,000x+1608$	0	0,761
Modo 8	$y=-0,000x+1609$	0	0,330
Modo 9	$y=-0,000x+1640$	0	0,747
Modo 10	$y=-0,000x+1640$	0	0,707
Modo 11	$y=-0,000x+1641$	0	0,702
Modo 12	$y=-0,000x+1641$	0	0,773
Modo 13	$y=-0,004x+2073$	-0,004	0,971
Modo 14	$y=-0,002x+2388$	-0,002	0,965
Modo 15	$y=-0,000x+2386$	0	0,226
Modo 16	$y=-0,008x+3105$	-0,008	0,712
Modo 17	$y=-0,017x+3205$	-0,017	0,987
Modo 18	$y=-0,000x+3210$	0	0,248
Modo 19	$y=-0,000x+3214$	0	0,900
Modo 20	$y=-0,000x+3386$	0	0,794
Modo 21	$y=-0,000x+3386$	0	0,769
Modo 22	$y=-0,011x+4081$	-0,011	0,910
Modo 23	$y=-0,000x+4070$	0	0,338
Modo 24	$y=-0,002x+4106$	-0,002	0,875
Modo 25	$y=-0,000x+4742$	0	0,781
Modo 26	$y=-0,008x+4892$	-0,008	0,746
Modo 27	$y=-0,001x+4894$	-0,001	0,713
Modo 28	$y=-0,008x+4937$	-0,008	0,793
Modo 29	$y=-0,000x+4942$	0	0,713
Modo 30	$y=-0,000x+5111$	0	0,475
Modo 31	$y=-0,000x+5279$	0	0,752
Modo 32	$y=-0,000x+5279$	0	0,878
Modo 33	$y=-0,000x+5280$	0	0,940
Modo 34	$y=-0,000x+5281$	0	0,873
Modo 35	$y=-0,014x+5838$	-0,014	0,908
Modo 36	$y=-0,002x+5827$	-0,002	0,368
Modo 37	$y=-0,010x+6116$	-0,01	0,987
Modo 38	$y=-0,015x+6196$	-0,015	0,714
Modo 39	$y=-0,000x+6175$	0	0,713
Modo 40	$y=-0,000x+6175$	0	0,706
Modo 41	$y=-0,000x+6176$	0	0,719
Modo 42	$y=-0,013x+6261$	-0,013	0,900
Modo 43	$y=0,001x+6434$	0,001	0,571
Modo 44	$y=0,002x+6434$	0,002	0,626
Modo 45	$y=0,002x+6488$	0,002	0,647
Modo 46	$y=0,002x+6489$	0,002	0,642
Modo 47	$y=-0,002x+6601$	-0,002	0,916
Modo 48	$y=0,001x+6598$	0,001	0,513
Modo 49	$y=-0,012x+6703$	-0,012	0,862
Modo 50	$y=-0,001x+6704$	-0,001	0,257
Modo 51	$y=0,002x+6776$	0,002	0,618
Modo 52	$y=0,002x+6777$	0,002	0,608
Modo 53	$y=-0,000x+7036$	0	0,028
Modo 54	$y=-0,000x+7039$	0	0,230
Modo 55	$y=-0,000x+7110$	0	0,474
Modo 56	$y=-0,000x+7388$	0	0,160
Modo 57	$y=0,001x+7387$	0,001	0,488
Modo 58	$y=-0,018x+7547$	-0,018	0,757
Modo 59	$y=-0,002x+7528$	-0,002	0,148
Modo 60	$y=-0,026x+7696$	-0,026	0,979

El valor de la pendiente muestra la tendencia y variación de la frecuencia respecto del área de la grieta y el coeficiente R-cuadrado determina la fiabilidad estadística de los datos.

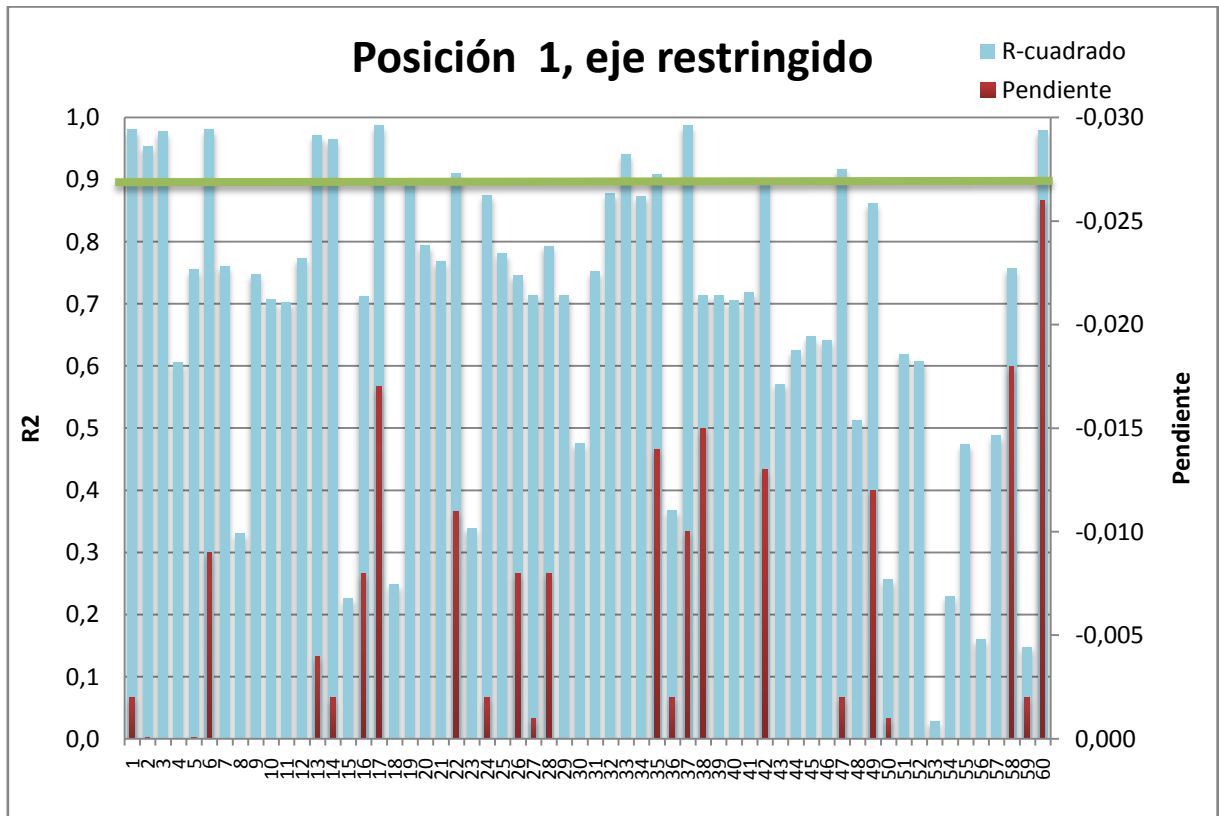


Figura 143. Gráfica de Pendiente y R-cuadrado para cada modo.

En la gráfica se traza una línea en el valor '0,9' de coeficiente R-cuadrado, para resaltar los modos que presentan una alta fiabilidad estadística. En total hay 14 modos que son fiables al menos al 90% en cuanto a sus resultados. En estos modos, especialmente aquellos que tienen a su vez una pendiente significativa, se podría estimar el tamaño de grieta con la función de tendencia de la tabla anterior.

Los modos fiables con coeficiente R-cuadrado mayor de 0,9 son los modos 1, 2, 3, 6, 14, 17, 19, 22, 33, 35, 37, 42, 47 y 60.

Para que sea más fácil visualizar la información, la gráfica se divide en dos.

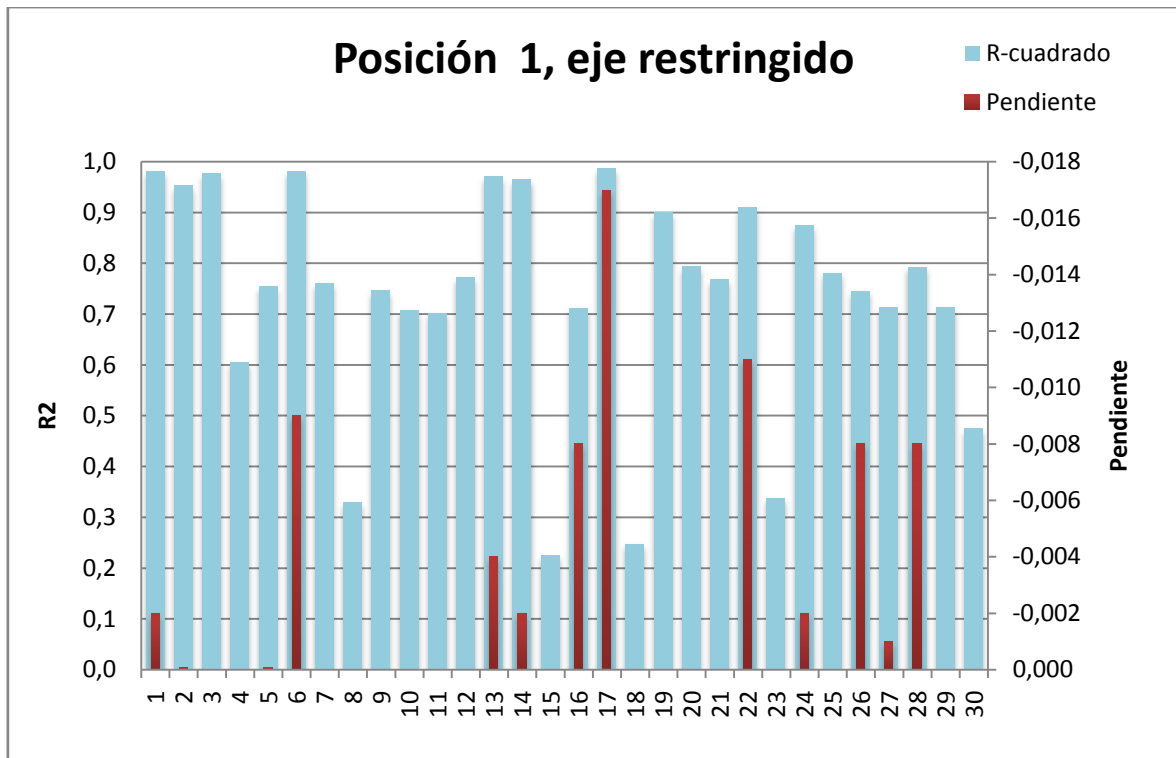


Figura 144. Gráfica de Pendiente y R-cuadrado para modos 1-30.

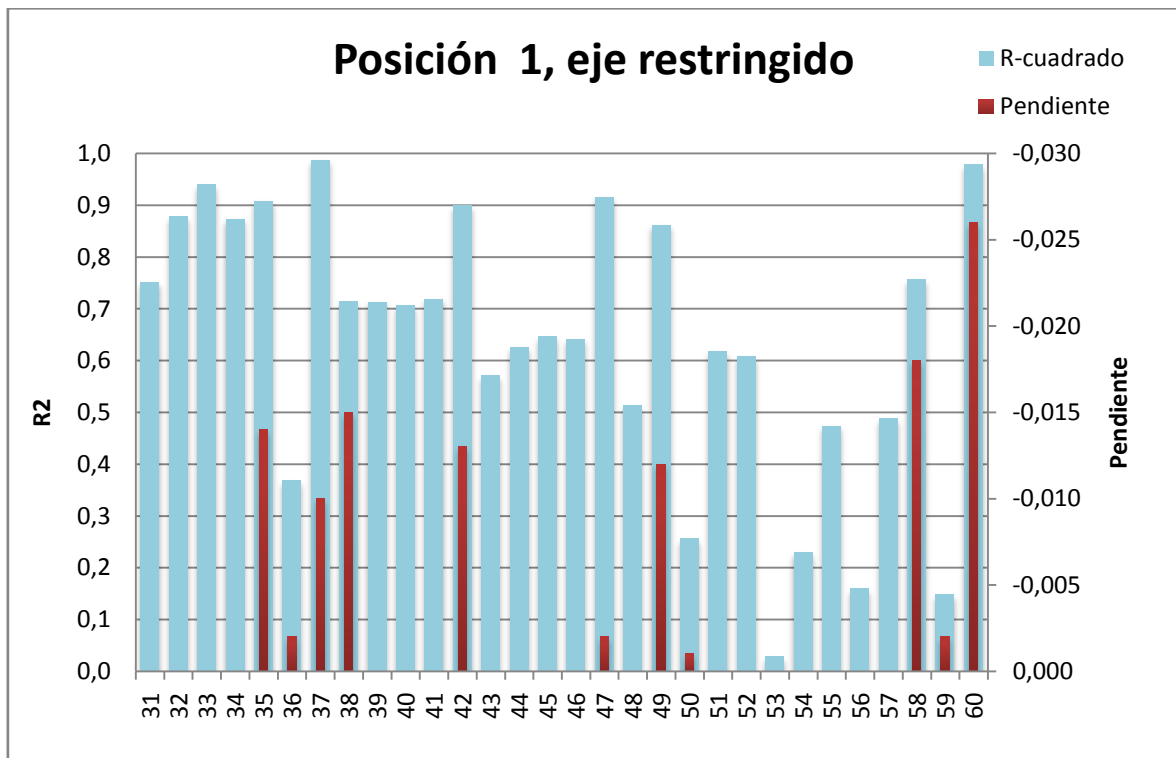


Figura 145. Gráfica de Pendiente y R-cuadrado para modos 31-60.

8.7 OBSERVACIONES

❖ Resultados de frecuencias propias

Las frecuencias propias del eje deberían disminuir según el tamaño de la grieta es mayor, puesto que la grieta hace que el eje sea menos rígido. Sin embargo, en algunos modos, las frecuencias propias aumentan en contra de lo que predice la teoría.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Según la expresión de la frecuencia natural o propia, esta depende de la rigidez y de la masa. La masa que se pierde en el eje por la grieta es despreciable frente a la masa total, luego al disminuir la rigidez estructural del eje, debería disminuir la frecuencia propia.

❖ Errores del Software

Las incoherencias de los datos obtenidos con Creo Elements/Pro con respecto a la teoría, se deben a pequeños errores de precisión del cálculo iterativo por elementos finitos; estos errores son inherentes al sistema (los cálculos iterativos convergen cuando hay como máximo un 2% de diferencia entre un paso y el anterior, lo cual implica un pequeño margen de error).

Además, la malla generada por defecto añade un número significativo de nodos alrededor de la grieta para poder caracterizarla y esto implica un aumento a su vez de la rigidez de la zona, por lo que el programa oculta involuntariamente la pérdida de rigidez que causa la grieta.

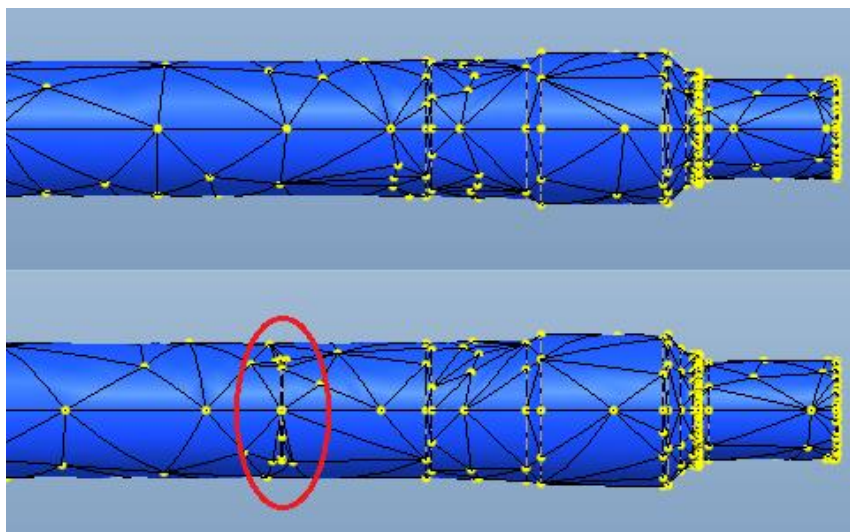


Figura 146. Malla de eje sin grieta y con grieta.



CAPÍTULO 9

Conclusiones y Trabajos Futuros



9.1 CONCLUSIONES

Se ha cumplido satisfactoriamente el objetivo principal; *“análisis modal de un eje ferroviario hueco, comparando el modelo nuevo y el modelo con grietas en distintas posiciones y avances de penetración mediante el software Creo Elements/Pro y realizando el estudio de los resultados”*.

Asimismo, se han cumplido todos los objetivos secundarios del proyecto:

- ✓ Se ha generado un modelo virtual de eje ferroviario hueco.
- ✓ Se han establecido las posiciones, forma y tamaños de las grietas.
- ✓ Se han creado los distintos modelos de eje con grieta.
- ✓ Se han efectuado los análisis modales del conjunto de modelos con grieta y sin grieta.
- ✓ Se ha ordenado y procesado los datos obtenidos representándolos en tablas y gráficas.

Se ha comprobado que la presencia de una grieta en el modelo del eje, produce una alteración significativa en las frecuencias propias de vibración y que esta es proporcional al tamaño de la grieta.

Las gráficas correspondientes a la media de diferencia porcentual para eje libre y restringido, demuestran que generalmente la frecuencia natural de un determinado modo disminuye al aumentar el tamaño de grieta. Además, se demuestra una buena coherencia estadística de los datos pues las distintas curvas de medias de diferencias porcentuales según cada tamaño de grieta son proporcionales y análogas.

Para el **eje libre con grieta**, las principales conclusiones de carácter práctico que se obtienen son:

- ❖ Las mayores diferencias porcentuales respecto del eje sano son ‘Modo 7, posición 1; 5.14%’, ‘Modo 9, posición 2; 3.87%’ y ‘Modo 35, posición 35; 3.83%’. Todos estos valores corresponden para el mayor tamaño de grieta; cuando esta corta el hueco interno.
- ❖ Las posiciones más sensibles a la presencia de la grieta, son las posiciones del interior del eje; las posiciones 1, 2, 3 y 4, con aproximadamente el doble de diferencia porcentual media que el resto de posiciones

- ❖ Las mayores diferencias unitarias respecto del eje sano son 'Modo 35, posición 4; 171.76 Hz', 'Modo 39, posición 4; 151.95 Hz' y 'Modo 42, posición 8; 106.33 Hz'. Todos los valores para el mayor tamaño de grieta.
- ❖ Los modos con una fiabilidad mayor de 90% para la relación de frecuencia/área de grieta son 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 22, 24, 29, 30, 32, 34, 41 y 44.

Para el **eje restringido con grieta**, las principales conclusiones de carácter práctico que se obtienen son:

- ❖ Las mayores diferencias porcentuales respecto del eje sano son 'Modo 6, posición 5; 13.06%', 'Modo 6, posición 6; 11.34%' y 'Modo 6, posición 7; 7.60%'. Todos estos valores corresponden para el mayor tamaño de grieta; cuando esta corta el hueco interno. Destaca la sensibilidad crítica del modo 6 en el eje restringido.
- ❖ La posición 3 es la más sensible con una diferencia porcentual media de 0.42% y la menos sensible es la posición 4 puesto que en esta posición se impone la restricción de movimiento.
- ❖ Excepto la posición 4 y la 8, todas las posiciones del eje restringido tienen una diferencia porcentual media significativamente mayor que en el eje libre.
- ❖ Las mayores diferencias unitarias respecto del eje sano son 'Modo 26, posición 5; 223.51 Hz', 'Modo 6, posición 5; 210.09 Hz' y 'Modo 6, posición 6; 192.16 Hz'. Todos los valores para el mayor tamaño de grieta.
- ❖ Los modos con una fiabilidad mayor de 90% para la relación de frecuencia/área de grieta son 1, 2, 3, 6, 14, 17, 19, 22, 33, 35, 37, 42, 47 y 60.

Los tiempos de cálculo, han resultado ser muy dispares y es que el propio método implica que cuando un cálculo iterativo no converge en un determinado paso, el paso siguiente, que implica un orden de polinomio mayor, dispara el tiempo de cálculo final para completar el análisis.

Se han realizado un total de 84 modelos de ejes ferroviarios huecos con su correspondiente análisis por elementos finitos, cuyos resultados ocupan más de 150 Gigabytes. Se han necesitado de 77 horas de procesado para los modelos de eje libre con grieta, 85 horas para los modelos de eje restringido con grieta y 7 horas para los modelos de eje sano tanto libre como restringido; en total aproximadamente 170 horas de cálculo.

9.2 TRABAJOS FUTUROS

Durante el desarrollo del proyecto, se presentan otras posibilidades de estudio, otros caminos, que si bien en principio quedan fuera de los objetivos y margen del proyecto, son interesantes igualmente. Es importante especificarlos y se proponen pues como trabajos futuros.

- ❖ En el presente proyecto se analiza la relación frecuencia/área de grieta para la posición 1 en eje libre y eje restringido; se propone completar el análisis para el resto de posiciones en ambas configuraciones del eje.
- ❖ Asimismo se propone automatizar el proceso de obtención de las líneas de tendencia y el coeficiente R-cuadrado para cada modo y posición.
- ❖ Sería útil realizar un estudio de sensibilidad del mallado del modelo del eje para el caso concreto de un eje hueco ferroviario, puesto que la malla por defecto en este caso aumenta notablemente.
- ❖ Comparar los resultados obtenidos en el presente proyecto, con otros resultados obtenidos en la industria mediante la técnica PCRT y con otros resultados obtenidos mediante distintos programas de análisis por elementos finitos.
- ❖ Comparar los resultados con los obtenidos para proyectos similares de eje ferroviario macizo. Analizar las posibles similitudes y estudiar si uno de ambos tipos de eje presenta mayor sensibilidad que el otro frente a este modo de diagnóstico de falla por fatiga.
- ❖ Realizar un estudio similar con el eje montado (wheelset) y analizar la posible relación de los resultados con los del presente proyecto para eje restringido.
- ❖ Estudiar con más detalle los modos más críticos; buscar y desarrollar las causas y fenómenos que hacen que estos modos sean especialmente sensibles a la presencia de grietas.



CAPÍTULO 10

Presupuesto



10.1 INTRODUCCIÓN

En la realización del proyecto, se emplean recursos diversos que suponen un coste o un gasto ya sea material o de amortización. El presente capítulo trata de recopilar la información económica de estos gastos en un formato de factura informativa.

El siguiente, es un resumen de las fases generales del proyecto así como el tiempo aproximado que se ha dedicado a cada una de estas. Es importante recordar que algunas fases son concurrentes y además, los cálculos por elementos finitos son automáticos; es decir, no necesitan de la presencia del proyectista.

1. Establecer objetivos del Proyecto fin de carrera: 10 h.
2. Proceso de documentación general: 100 h.
 - ❖ Revisión del Estado del Arte de la Ingeniería Ferroviaria: 40 h.
 - ❖ Aprendizaje del uso de 'Creo Elements/Pro': 60 h.
3. Diseño de la metodología del proyecto: 40 h.
4. Modelado del eje y de las grietas: 20h.
5. Configuración de los análisis: 10 h.
6. Realización de los análisis: 170 h.
7. Postprocesado de los análisis realizados: 80 h.
8. Obtención de conclusiones: 10 h.
9. Elaboración de la memoria: 110 h.

El tiempo de proceso de documentación general no se considera imputable en la facturación y en el tiempo de realización de análisis, se imputará el gasto de equipo y amortización de licencia, pero no recursos humanos.

10.2 PRESUPUESTO GENERAL

A continuación, se presenta un breve desglose del personal, equipos, licencias y actividades que se han tenido en cuenta como imputables para la formalización del presupuesto.

De forma general, se adopta una clasificación de 5 tipos de costes imputables, en los que se incluyen los correspondientes en cada caso:

- ❖ Personal: coste del personal que ha intervenido en el proyecto. Como Ingeniero Senior, el tutor del proyecto, Higinio Rubio Alonso. Como Ingeniero Junior, el autor del proyecto, Mario Fradejas Reviejo.
- ❖ Equipos y licencias: amortización del PC y licencias de software Creo Elements/Pro y Office 2007.
- ❖ Subcontratación: desglose de las tareas que requieran de subcontratación a empresas externas. En este caso, no se ha llevado a cabo esta práctica.
- ❖ Otros: incluiremos en este apartado los costes generales como son: desplazamientos, dietas, gastos de impresión, etc.
- ❖ Costes indirectos: incluidos todos los costes no especificados en los apartados anteriores como costes difíciles de imputar, costes no previstos, beneficios, luz etc.

Las siguientes páginas, contienen el presupuesto general definitivo con el detalle de estas categorías generales.



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
Escuela Politécnica Superior

PRESUPUESTO DEL PROYECTO

1.- Autor:

Mario Fradejas Reviejo

2.- Departamento:

Ingeniería Mecánica

3.- Descripción del proyecto:

Titulo:	Análisis de la Respuesta Modal de un Eje Ferroviario Hueco con Grietas
Duración (meses):	12
Tasa de costes indirectos:	15%
Impuesto (IVA):	21%

4.- Presupuesto Total del Proyecto

22.887,23 €

5.- Desglose presupuestario (costes directos)

Tabla 68. Costes de personal.

PERSONAL					
Apellidos y Nombre	N.I.F	Categoría	Dedicación (horas)	Coste €/ h	Coste (€)
Rubio Alonso, Higinio		Ingeniero Senior	30	70	2.100
Fradejas Reviejo, Mario		Ingeniero Técnico	280	40	11.200
				Total	13.300 €

Tabla 69. Coste de equipos y licencias.

EQUIPOS Y LICENCIAS					
Descripción	Coste (€)	% Uso dedicado al proyecto	Dedicación (meses)	Periodo de depreciación	Coste imputable ¹ (€)
Ordenador	900	50	9	36	94,5
Licencia Pro/ENGINEER	6000	80	7	12	2.352
Licencia Office 2007	149	20	4	72	1,39
Total					2.447,89 €

Tabla 70. Coste de subcontratación de tareas.

SUBCONTRATACIÓN DE TAREAS		
Descripción	Empresa	Coste imputable (€)
-		-
Total		0 €

Tabla 71. Otros costes directos

OTROS COSTES DIRECTOS DEL PROYECTO ²		
Descripción	Empresa	Coste imputable (€)
Gastos de material de oficina e impresión de documentos		400
Desplazamientos, dietas...		300
Total		700 €

¹Fórmula de la Amortización: $A \cdot 0.84 \cdot B/100 \cdot C/D$

²Este capítulo incluye todos los gastos no contemplados en los conceptos anteriores, por ejemplo: fungibles, viajes, dietas, etc.

Tabla 72. Resumen de costes presupuestarios.

RESUMEN DE COSTES	
Descripción	Presupuesto Costes Totales (€)
Personal	13.300
Amortización	2.447,89
Subcontratación de tareas	0
Otros costes directos	700
Costes indirectos	2.467,18
SUBTOTAL (sin IVA)	18.915,07
Impuestos (21% IVA)	3.972,16
TOTAL	22.887,23 €

El presupuesto total de este proyecto es de 22.887,23 €

Leganés, 18 de Julio de 2014

El ingeniero proyectista

Fdo. Mario Fradejas Reviejo



CAPÍTULO 11

Bibliografía



- 1) López Pita, Andrés. Infraestructuras Ferroviarias. Ediciones UPC, 2006.
 - 2) Álvarez Rodríguez, Julio. El rodaje en el ferrocarril. Ejes (1) y (2). 1ª Edición. Edita la Universidad Carlos III de Madrid, Leganés. 2010.
 - 3) Fernández González, Francisco Javier/ Fuentes Losa, Julio. Ingeniería Ferroviaria. UNED, 2010.
 - 4) Norma UNE-EN 13261:2009+A1:2011.Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogíes. Ejes. Requisitos de producto. Septiembre 2011.
 - 5) Norma UNE-EN 13260:2010+A1:2011.Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogíes. Ejes montados. Requisitos de producto. Julio 2011.
 - 6) Argüelles Iñiguez, Antonio. Análisis de un eje ferroviario mediante Pro/Engineer. Proyecto fin de carrera. Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid. Leganés, 2012.
 - 7) Relancio Rus, Manuel Adrián. Análisis con Pro/Engineer de las variaciones modales de un eje ferroviario ante fallo. Proyecto fin de carrera. Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid. Leganés, 2012.
 - 8) Fernandez Matey, Sergio. Clasificación y Análisis de la Evolución de la Respuesta Modal de un Eje Ferroviario con Grietas. Proyecto fin de carrera. Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid. Leganés, 2013.
 - 9) Manuales para Creo Elements/Pro. PTC University, 2012.
 - 10) Documentos y apuntes de la asignatura Diseño de Máquinas. I.T.I. Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, curso 2009-2010.
 - 11) Documentos y apuntes de la asignatura Mecánica Industrial. I.T.I. Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, curso 2008-2009.
 - 12) [http://es.wikipedia.org/wiki/Eje_\(mecánica\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Eje_(mecánica)) (última visita Octubre 2013).
 - 13) <http://www.ptc.com> (última visita Febrero 2014).
 - 14) http://es.wikipedia.org/wiki/Método_de_los_elementos_finitos (última visita Marzo 2014).
 - 15) http://en.wikipedia.org/wiki/Creo_Elements/Pro (última visita Marzo 2014).
 - 16) www.railwaystrategies.co.uk (última visita Enero 2014).
 - 17) www.caf.es (última visita Enero 2014).
 - 18) www.railway-technology.com (última visita Enero 2014).
-



CAPÍTULO 12

Anexo. Plano del Eje

